

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ	... / ... / 2015
ΟΝΟΜΑ ΜΑΘΗΤΗ
ΤΑΞΗ	Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΑΘΗΜΑ	ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ
ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ	Επαναληπτικό

ΘΕΜΑ Α

1. Τι λέμε σχετική συχνότητα f_i ενός δείγματος μεγέθους n της τιμής $x_i, i = 1, 2, 3, \dots, k$, μεταξύ ποιων αριθμών είναι αυτή και με τι είναι ίσο το άθροισμα $f_1 + f_2 + \dots + f_k$; (4 μονάδες)
2. Τι εκφράζει ο ρυθμός μεταβολής συνάρτησης $y = f(x)$, όταν $x = x_0$; (3 μονάδες)
3. Για A και B ισοπίθανα ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω , να αποδείξετε ότι:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B). \quad (8 \text{ μονάδες})$$

4. Να σημειώσετε το Σ (σωστή) ή το Λ (αν είναι λάθος) στις προτάσεις: (10 μονάδες)
 - i. Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l_1$ και $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = l_2$, όπου l_1 και l_2 πραγματικοί αριθμοί, τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} \left(\frac{f(x)}{g(x)} \right) = \frac{l_1}{l_2}$.
 - ii. Αν ρ ρητός αριθμός ισχύει: $(x^\rho)' = (\rho - 1)x^{\rho - 1}$.
 - iii. Το εμβαδό ενός ορθογωνίου στο ιστόγραμμα συχνοτήτων είναι ίσο με την συχνότητα της κλάσης αυτής.
 - iv. Το κυκλικό διάγραμμα χρησιμοποιείται μόνο για ποσοτικές μεταβλητές.
 - v. Αν σε ένα ιστόγραμμα συχνοτήτων ενώσουμε τα μέσα των άνω βάσεων των ορθογωνίων με ευθύγραμμα τμήματα τότε σχηματίζεται το πολύγωνο συχνοτήτων.

ΘΕΜΑ Β

Έστω A, B δύο ασυμβίβαστα ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω . Δίνεται ακόμα η

$$\text{συνάρτηση: } f(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{P(A \cup B)}{2} x^2 + P(A) \cdot P(B) \cdot x + \frac{1}{2}.$$

- i. Να βρείτε τις τετμημένες των σημείων της καμπύλης της f , που οι εφαπτόμενες είναι παράλληλες στον άξονα $x'x$. (7 μονάδες)
- ii. Αν $P(A) + P(B') < 1$ και η f παρουσιάζει τοπικά ακρότατα στα $x_1 = \frac{1}{2}$ και $x_2 = \frac{1}{3}$, να βρείτε τις πιθανότητες $P(A)$ και $P(B)$. (3 μονάδες)

- iii. Αν ο ρυθμός μεταβολής της f' ως προς x στο $x_0 = P(A)$ είναι $\frac{1}{4}$ και τα A, B είναι συμπληρωματικά να βρείτε τις $P(A), P(B)$. **(8 μονάδες)**
- iv. Αν τα A και B δεν είναι ασυμβίβαστα και ισχύει $P(A \cup B) = \frac{3}{4}$, το $P(A)$ είναι αυτό του ερωτήματος ii, να βρεθεί η πιθανότητα του ενδεχομένου $\Gamma = \{\text{συμβαίνει το } A, \text{ αλλά αν δεν συμβαίνει, ούτε το } B \text{ συμβαίνει}\}$. **(7 μονάδες)**

ΘΕΜΑ Γ

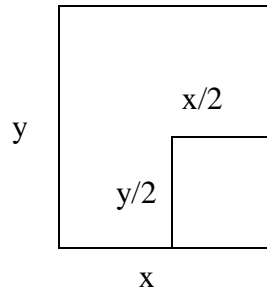
1. Ο παρακάτω πίνακας μας πληροφορεί για το ύψος 40 μαθητών ενός δημοτικού σχολείου:

Ύψος σε cm	$122 \leq \chi < 128$	$128 \leq \chi < 134$	$134 \leq \chi < 140$	$140 \leq \chi < 146$	$146 \leq \chi < 152$	$152 \leq \chi < 158$
Μαθητές	2	8	12	11	5	2

- i) Να υπολογίσετε ακριβώς τη διάμεσο των υψών.
- ii) Αν $\sum_{i=1}^6 x_i \nu_i = 5570$, ποια η μέση τιμή του δείγματος; **(12 μονάδες)**
2. Ο μέσος χρόνος αποπεράτωσης προκαθορισμένου τμήματος 10km της Ιονίας Οδού, του οδικού άξονα 200km που θα συνδέει το Αντίρριο με τα Γιάννενα, την Εγνατία και την Ευρωπαϊκή οδό E55, είναι 16 μήνες με τυπική απόκλιση 2 μήνες. Έστω ότι το δείγμα των παρατηρήσεων με τους χρόνους αποπεράτωσης ίσων τμημάτων της Ιονίας Οδού ακολουθεί περίπου κανονική κατανομή. Να βρεθεί το ποσοστό των τμημάτων που παραδίδονται σε χρόνο: **i)** κάτω από 14 μήνες, **ii)** το πολύ 16, **iii)** πάνω από 20 μήνες, **iv)** μεταξύ 14 και 20 μηνών. **(7 μονάδες)**
3. Αν για τις υπερβάσεις του χρόνου παράδοσης που είναι 20 μήνες η κατασκευαστική ανάδοχος εταιρεία πληρώνει πρόστιμα 100.000 ευρώ/km και για την υπέρβαση 22 μηνών 500.000 ευρώ/km να υπολογίσετε: **i)** σε πόσα km συνολικά αναμένονται καθυστερήσεις και **ii)** το ύψος των συνολικών προστίμων. **(6 μονάδες)**

ΘΕΜΑ Δ

1. Μια εταιρεία αγοράζει οικόπεδο 100 m^2 σχήματος ορθογωνίου, για ανύψωση πολυώροφων γραφείων και αποφασίζει να το περιφράξει περιμετρικά κι εσωτερικά όπως δείχνει το σχήμα:



Ποιες πρέπει να είναι οι διαστάσεις του ορθογωνίου ώστε να υπάρχει ελάχιστο κόστος περίφραξης (μαζί με τα χωρίσματα) αν η εξωτερική περίφραξη στοιχίζει 10 ευρώ το μέτρο και η εσωτερική 5 ευρώ το μέτρο. **(10 μονάδες)**

2. Έστω η συνάρτηση $f(x) = \frac{k(x)}{22,5}$, με $x \neq 0$, όπου $k(x)$ η συνάρτηση κόστους του προηγούμενου ερωτήματος.

- i. Να εξετάσετε την f ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα.
- ii. Να βρείτε την εφαπτομένη ε στην καμπύλη της f στο $x_0 = -1$.
- iii. Έστω x_i οι τετμημένες $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{10}$ σημείων της ε με μέση τιμή $\bar{x} = -2$ και διασπορά $s^2 = \frac{1}{90^2}$. Να βρείτε το συντελεστή μεταβλητότητας των τεταγμένων y_i των σημείων αυτών.
- iv. Αν υποθέσουμε ότι η τυπική απόκλιση των τεταγμένων δεν αλλάζει, ποιος αριθμός $c \in \mathcal{R}$ πρέπει να προστεθεί στις τεταγμένες ώστε το δείγμα τους να γίνει ομοιογενές.
- v. Έστω $-10 < x_1 < x_2 < x_3 < \dots < x_{10} < 10$. Αν η διάμεσος των $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{10}$ είναι 5 και $x_5 \cdot x_6 = 24$, να βρείτε τη διάμεσο των αριθμών $f(x_1), f(x_2), f(x_3), \dots, f(x_{10})$.

(15 μονάδες)

Καλή επιτυχία