1. Σε ένα γραμμικό σύστημα 2x2, με $D \neq 0$, ισχύει: $2D_x + D_y = 0$ και $D_x - D_y = 3D$.

i. Να βρεθούν δύο εξισώσεις με δύο άγνωστους που το σύστημά τους έχει αυτές τις ορίζουσες.

ii. Να λυθεί αυτό το σύστημα.

iii. Αν (x_o, y_o) είναι η λύση του συστήματος, να βρείτε τα διαστήματα για τον $\alpha \in \Re$ έτσι ώστε: $(x_o - \alpha D_x)^2 < \alpha D_y - y_o$.

2. Δίνεται το γραμμικό σύστημα 2x2:

$$2x + y = 1$$
$$(a^2 - 3)x - ay = 3 \text{ , με } \alpha \in \Re$$

i. Για ποια τιμή του α το σύστημα είναι αδύνατο;

ii. Για ποια τιμή του α το σύστημα είναι αόριστο;

iii. Για $\alpha = -3$ να δώσετε την μορφή των λύσεων του συστήματος.

3. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{2x}{x^2+1}$.

i. Να δείξετε ότι η f παρουσιάζει μέγιστο για $x = 1$.

ii. Να εξετάσετε αν είναι άρτια ή περιττή.

iii. Να λυθεί η εξίσωση $f(e^x) = f(2)$.

4. Η αξία ενός ηλεκτρονικού μηχανήματος είναι σήμερα 30 ευρώ, ενώ σε ένα μήνα θα είναι 25 ευρώ. Σε $t \geq 0$ μήνες η αξία του δίνεται από την συνάρτηση $f(t) = \alpha\sigma\upsilon\nu\frac{\pi t}{3} + \beta$ σε ευρώ με α,β $\in \Re$.

α) να βρεθεί ο τύπος της $f(t)$.

β) κάθε πόσους μήνες η αξία του επαναλαμβάνεται;

γ) ποια είναι η μέγιστη και ποια η ελάχιστη αξία του μηχανήματος;

δ) αν ένας έμπορος θέλει να εφοδιάσει το κατάστημά του, πότε πρέπει να αγοράσει και πότε να πουλήσει, ώστε να έχει μέγιστο κέρδος;

5. Να λυθούν οι τριγωνομετρικές εξισώσεις

α) $\eta\mu x = -\eta\mu\frac{\pi}{8}$.

β) $\sigma\upsilon\nu x = -\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{6}$.

γ) $\sigma\upsilon\nu(x+\frac{\pi}{4}) = -\eta\mu\frac{\pi}{6}$.

δ) $2\eta\mu^2 x - 3\eta\mu x + 1 = 0$.

ε) $2\sigma\upsilon\nu\left(x-\frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3}$, $x\in[0,\pi]$

6. Έστω η συνάρτηση $f(x) = \left|2\eta\mu\frac{x}{2} + 1\right|$. Να βρεθούν:

α) η περίοδος Τ της συνάρτησης f .

β) μέγιστο, ελάχιστο και

γ) οι τιμές του $x\in\Re$ για τις οποίες η f(x) παρουσιάζει το μέγιστο και το ελάχιστο.

7. Θεωρούμε το πολυώνυμο $P(x) = 4x^3 - 16x^2 - 19x + \alpha$, $\alpha\in\Re$.

α) αν το $P(x)$ έχει παράγοντα το $x-5$,να βρείτε τον $\alpha\in\Re$.

β) να δείξετε ότι το $P(x)$ έχει παράγοντα επίσης το $2x+1$.

γ) να λυθεί η ανίσωση $P(x) \geq 0$.

δ) αν $t > 0$,να λυθεί η εξίσωση $4ln^3t - 5 = ln^2t^4 + lnt^{19}$.

8. Δίνονται τα πολυώνυμα $P(x) = 2x^3 + \alpha x^2 + x + 2$,$Q(x) = \beta x^2 + \gamma x + 1$,

$F(x) = x^3 + (2\beta+\gamma)x^2 - 10x + 4\beta$,όπου $\alpha,\beta,\gamma,x\in\Re$.

Αν το $P(x)$ έχει ρίζα το *-1* , το υπόλοιπο της διαίρεσης του $Q(x)$ με $x-2$

είναι *15* και $F(1) = 6$,

α) να δειχθεί ότι: $\alpha = 1$, $\beta = 2$, $\gamma = 3$.

β) να λυθεί η εξίσωση $P(x) = Q(x)$.

γ) να βρεθούν τα $x\in\Re$,για τα οποία $P(x) < F(x)$.

δ) να λυθεί η εξίσωση $2\eta\mu^3x - \eta\mu^2x - 2\eta\mu x + 1 = 0$.

9. Ένα πολυώνυμο $P(x)$ αν διαιρεθεί με το $x^2 + x + 2011$ δίνει ίδιο πηλίκο με το υπόλοιπο.

α) να βρεθεί το υπόλοιπο της διαίρεσης με το $x^2 + x + 2012$.

β) να αποδείξετε ότι: ο αριθμός 2012^2 διαιρεί το $P(0)P(-1)$.

10. Αν το πολυώνυμο $P(x) = 4\eta\mu\alpha \cdot x^3 + 4\sigma\upsilon\nu^2\alpha \cdot x^2 - 8x + 4$,έχει παράγοντα το $x - \eta\mu\alpha$,να βρείτε τη γωνία α ,όπου $\alpha \in (-\pi, \pi)$.

11. Να λυθούν οι εκθετικές εξισώσεις και ανισώσεις :

α) $2 \cdot 50^x = 9 \cdot 10^x + 5 \cdot 2^x$,

β) $2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} \leq 6^x + 6^{x+1}$.

γ) $2 \cdot 25^x = 10^x + 4^x$.

δ) $3^{\sigma\upsilon\nu x - \frac{1}{2}} + 3^{\sigma\upsilon\nu x + \frac{1}{2}} + 3^{\sigma\upsilon\nu x + \frac{5}{2}} = 31$.

12. Να βρεθούν τα x∈ℜ ,για τα οποία η συνάρτηση $f(x) = e^{3x^2-2x} - e^{2(x+2)}$ έχει την γραφική της παράσταση κάτω από τον χ΄χ ,καθώς και τα x∈ℜ για τα οποία η συνάρτηση $g(x) = 4^{2\sigma\upsilon\nu^2 x - 1} - 4^{\sigma\upsilon\nu^2 x} - 3$ τέμνει τον άξονα χ΄χ .

13. α) Να λυθεί η ανίσωση $e^{2x+1} > e^{x^2+1}$.

β) Αν α θετικός πραγματικός και για $x = 1$ ισχύει $\alpha^{2x+1} < \alpha^{x^2+1}$,

να λυθεί η ανίσωση $\alpha^{2x+1} < \alpha^{x^2+1}$.

14. Επιλέξτε την σωστή απάντηση:

Α. ο $\log(x^2 - 9)$ ορίζεται όταν:

α) *-3<χ<3* , β) *χ<-3 ή χ>3* ,

γ) *χ<-3* , δ) *χ>3* , ε) $-3 \leq \chi \leq 3$

Β. Η τιμή της παράστασης $2011 \cdot log\sqrt[2011]{9 + 4\sqrt{5}} + 2\log(\sqrt{5} - 2)$ είναι:

α) log2011 , β) 2011 , γ) 1 , δ) 0 , ε) κανένα από τα προηγούμενα .

Γ. Αν συνχ>0 και log(συνχ)=0 ,τότε:

α) $x = 2\kappa\pi + \frac{\pi}{2}$, β) $x = 2\kappa\pi$, γ) $x = 2\kappa\pi + \frac{\pi}{3}$,

δ) $x = 2\kappa\pi + \frac{\pi}{4}$, ε) x =0 .

Δ. Η συνάρτηση $f(x) = \ln(\ln(lnx))$ ορίζεται όταν:

α) $x \neq 0$, β) $x > 0$, γ) $x > 1$, δ) $x > e$, ε) x∈ℜ

15. Να λυθούν οι εξισώσεις:

i. $2\log(2x-1)-\log(3x-2x^2)=\log(4x-3)-\log x$

ii. $x(\log 10-\log 5)=\log(4^x-12)$

iii. $3^{2\log x}-2\cdot 3^{\log x}-100^{\log\sqrt{3}}=0$, αφού βρείτε τον αριθμό $100^{\log\sqrt{3}}$.

16. Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=ln\frac{x-5}{x+5}$.

α) Βρείτε το πεδίο ορισμού της .

β) Εξετάστε αν η f είναι άρτια ή περιττή .

γ) Για ποια $x\in\Re$ η f έχει την γραφική της παράσταση πάνω από τον χ΄χ.

δ) Να λυθεί η εξίσωση $f(x)-f(2x-5)=ln2$.

17. Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=ln\frac{4^x-2^x}{2^{x+1}+4}$.

α) Βρείτε το πεδίο ορισμού της .

β) Να λύσετε την εξίσωση $f(x)=-2ln2$.

γ) Να λυθεί η ανίσωση $f(x)<0$.

δ) Να δείξετε ότι: $f(x)=(x-1)ln2+ln\frac{2^x-1}{2^x+2}$.