7. Δίνεται η εξίσωση: $x^2-(\lambda+2)x+2\lambda+4=0$.

i. Να βρείτε το πλήθος των ριζών της για διάφορες τιμές του $\lambda \in \Re$.

ii. Για $\lambda = 7{,}349$, να αποδείξετε ότι οι ρίζες είναι ομόσημες.

iii. Για $\lambda = -2$, να βρείτε την διπλή ρίζα της εξίσωσης.

8. Δίνεται η εξίσωση: $(\lambda+1)x^2-(\lambda+1)x+1=0$.

i. Αν $\lambda = -1$, να βρείτε τις ρίζες της εξίσωσης, αν έχει.

ii. Αν $\lambda \neq -1$, να βρείτε το πλήθος των ριζών της για διάφορες τιμές του $\lambda \in \Re$.

iii. Για $\lambda = -2{,}367$, να αποδείξετε ότι οι ρίζες είναι ετερόσημες.

9. i. Σε μια αριθμητική πρόοδο είναι $a_9 = 5$ και $S_{12} = 165$. Να βρείτε τον 5^{ο} όρο της προόδου και το άθροισμα των 20 πρώτων όρων της.

ii. Να βρείτε την αριθμητική πρόοδο αν ο 2^{ος} και ο 7^{ος}όρος έχουν γινόμενο 100 και οι μεταξύ τους όροι έχουν άθροισμα 50.

iii. Στις προόδους (a_ν):17, **21**, 25, ... και (β_ν) :16 , **21** , 26,... εμφανίζονται κοινοί όροι (όπως ο **21**). Να βρείτε τον επόμενο κοινό τους όρο και το άθροισμα των 20 πρώτων κοινών όρων τους.

10. i. Αν σε μία γεωμετρική πρόοδο είναι $α_4 = 13$ $α_6 = 117$ και $α_ν = 9477$, να βρείτε το ν.

ii. Να βρεθεί το πλήθος ν των όρων μιας γεωμετρικής προόδου $(α_ν)$, αν έχουμε: $α_1 = 4$, $α_ν = 972$ και $S_ν = 1456$.

iii. Αν σε μια πρόοδο ισχύει: $S_\nu = 2\,(3^\nu - 1)$, δείξτε ότι $\alpha_\nu = 4\cdot 3^{\nu-1}$, η πρόοδος είναι γεωμετρική και να βρεθεί το άθροισμα $\alpha_8+\alpha_{10}+\alpha_{12}+\cdots+\alpha_{22}$.

11. Δίνεται η εξίσωση: $g(x) = x^2-(2\lambda+1)x+|6-3\lambda| = 0$, με $\lambda\in\Re$.

i. Να βρείτε την τιμή του λ, αν το γινόμενο των ριζών της εξίσωσης είναι διπλάσιο από το άθροισμά τους.

ii. Αν x_1 και x_2 είναι ρίζες της εξίσωσης να ορίσετε την παράσταση

$$A = \sqrt{x_1x_2 - 2x_1 - 2x_2}\ .$$

iii. Για $\lambda = -8$, να λυθεί η εξίσωση $|g(x)| = 4$.

12. Έστω μια συνάρτηση $f(x) = \alpha|x-1| + \beta|x+1|$, $x \in \mathcal{R}$.

i. Αν γνωρίζουμε ότι η γραφική παράσταση της συνάρτησης διέρχεται από την αρχή των αξόνων και το σημείο Α(1,-2), να βρεθούν τα α και β.

ii. Για τις διάφορες τιμές του $x \in \mathcal{R}$, να βρεθεί ο τύπος της συνάρτησης $f(x)$.

iii. Να αποδείξετε ότι τα σημεία *O(0,0), A(1/2,-1) και B(-1/2,1)* είναι συνευθειακά.

13. Έστω μια συνάρτηση $f(x) = \sqrt{|x-5| + 4 - a^2}$.

i. Να προσδιοριστεί ο α ώστε η f να ορίζεται για κάθε $x \in \mathcal{R}$.

ii. Να γραφεί χωρίς ριζικά η παράσταση $A = \sqrt{x^2 - 8x + 16} - \sqrt{x^2 - 10x + 25}$.

iii. Να υπολογίσετε την παράσταση $B = \sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}} + \sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}}$.

iv. Να λυθεί η εξίσωση $f^2(x) = A + B$, για $\alpha = 0$ και $4 \leq x < 5$.

14. Έστω μια συνάρτηση $f(x) = P(A \cap B)x^2 + \left(2P(A) + \frac{3}{5}P(B)\right)x + 2P(A)$,

με $x \in \mathcal{R}$ και ***A***, ***B*** δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου $\boldsymbol{\Omega}$. Αν η εξίσωση $\frac{10}{3}f(x) = 0$ έχει ρίζες τους αριθμούς $-1, -\frac{8}{3}$, να βρείτε:

i. Τις πιθανότητες $P(A)$, $P(B)$, $P(A \cap B)$.

ii. Την πιθανότητα να συμβαίνει το Α ή το Β.

iii. Την πιθανότητα να συμβαίνει το Α κι όχι το Β.

iv. Τις ποσότητες ${x_1}^2 + {x_2}^2$ και $|x_1 - x_2|$, όπου x_1 και x_2 είναι λύσεις της $g(x) = 10f(x) + x - 29 = 0$, χωρίς να επιλύσετε την εξίσωση.

v. Τα υποδιαστήματα του $\mathcal{R}$ όπου έχει λύση η ανίσωση $10f(|x|) - 22 < 0$.