Ονοματεπώνυμο:

Θέμα Α

Στις ερωτήσεις A_1 έως A_4 να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση ή στο σωστό συμπλήρωμά της.

A_1. Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής ενός σώματος ισούται

α. με τη συνισταμένη δύναμη που δέχεται το σώμα.
β. με τη συνολική ροπή που δέχεται το σώμα.
γ. με το συνολικό έργο των ροπών που ασκούνται στο σώμα.
δ. με τη μεταβολή της περιστροφικής κινητικής ενέργειας του σώματος

A_2. Σε ένα στερεό σώμα που περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα με κινητική ενέργεια, $K_{αρχική}$, ασκείται μία ροπή και μετά από περιστροφή γωνίας θ, η κινητική ενέργεια του σώματος διπλασιάζεται. Το έργο της ροπής ισούται με
α. $K_{αρχική}$.
β. $2K_{αρχική}$.
γ. $K_{τελική}$.
δ. $K_{αρχική}+K_{τελική}$.

A_3. Η περίοδος περιστροφής της Γης γύρω από τον άξονά της είναι σταθερή. Αυτό οφείλεται στο ότι η ελκτική δύναμη που δέχεται η Γη από τον Ήλιο

α. δημιουργεί σταθερή ροπή ως προς τον άξονά της.
β. δημιουργεί μηδενική ροπή ως προς τον άξονά της.
γ. έχει τη διεύθυνση της εφαπτομένης σε ένα σημείο του Ισημερινού της Γης.
δ. έχει τέτοιο μέτρο που δεν επηρεάζει την περιστροφή της Γης.

A_4. Δυο δακτύλιοι με διαφορετικές ακτίνες αλλά ίδια μάζα κυλάνε χωρίς ολίσθηση σε οριζόντιο έδαφος με την ίδια μεταφορική ταχύτητα. Οπότε, ο μεγαλύτερος δακτύλιος έχει:
α) μεγαλύτερη συχνότητα και μεγαλύτερη κινητική ενέργεια
β) μεγαλύτερη συχνότητα και ίδια κινητική ενέργεια
γ) μικρότερη συχνότητα και ίδια κινητική ενέργεια
δ) μικρότερη συχνότητα και μεγαλύτερη κινητική ενέργεια.

A_5.*Να χαρακτηρίσετε στο τετράδιό ας τις προτάσεις που ακολουθούν με το γράμμα Σ, αν είναι σωστές ή με το γράμμα Λ, αν είναι λανθασμένες.*

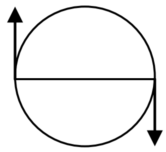
α. Η γωνιακή επιτάχυνση ενός στερεού σώματος, που περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα, είναι αντιστρόφως ανάλογη προς τη συνολική εξωτερική ροπή που ασκείται στο σώμα.

β. Όλα τα σημεία ενός σώματος που εκτελεί μεταφορική κίνηση έχουν την ίδια επιτάχυνση.
γ. Η ροπή αδράνειας ενός στερεού εξαρτάται από τη θέση του άξονα περιστροφής του.
δ. Η στιγμιαία ισχύς P μιας δύναμης F, που ασκείται εφαπτομενικά σε ένα δίσκο, δίνεται από τη σχέση P = Fω, όπου ω το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του δίσκου.
ε. Ένας τροχός κινείται με κατεύθυνση ανατολική και επιβραδύνεται. Η γωνιακή επιτάχυνση του τροχού είναι ένα διάνυσμα με κατεύθυνση νότια.

Μονάδες 25

Θέμα Β

B_1. Στον οριζόντιο τροχό μάζας m και ακτίνας R του σχήματος ο οποίος μπορεί να



περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από το κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του και ισορροπεί, εξασκούνται 2 εφαπτομενικές δυνάμεις μέτρου F και σταθερής κατεύθυνσης στα δύο αντιδιαμετρικά σταθερά σημεία του τροχού.

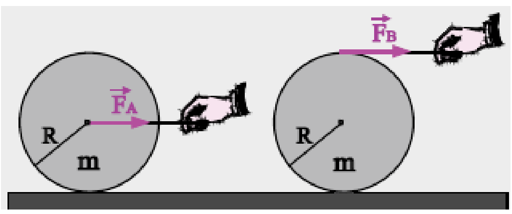
Α. Τη πρώτη χρονική στιγμή που η ροπή του ζεύγους των 2 δυνάμεων γίνει 0, να υπολογίσετε δείχνοντας αναλυτικά τις πράξεις:

1. Τη γωνιακή του ταχύτητα
2. Την ισχύ της συνολικής ροπής που δέχεται

Β. Τη μέγιστη γωνιακή επιτάχυνση
Δίνεται ότι η ροπή αδρανείας του τροχού ως προς το cm είναι : I_{cm}=0,5 m.R^2
Οι απαντήσεις να δοθούν με συνάρτηση με τα m, F, R

Μονάδες 8

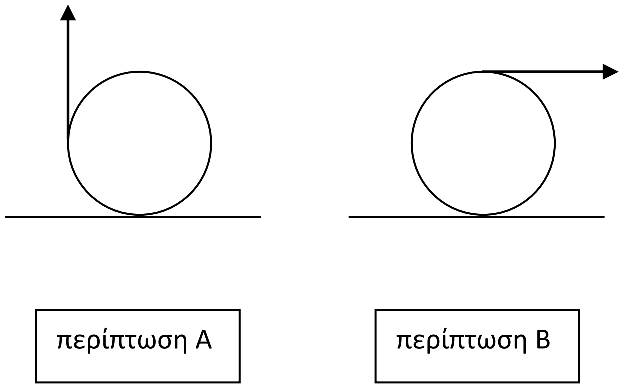
B_2. Δύο ίδιοι κύλινδροι Α και Β, με ροπή αδράνειας $I = 0,5.mR^2$ ως προς άξονα διερχόμενο



από τα κέντρα των βάσεών τους, ηρεμούν πάνω σε λεία οριζόντια επιφάνεια. Τη χρονική στιγμή t = 0 s ασκούνται στους κυλίνδρους δύο σταθερές οριζόντιες δυνάμεις F_A και F_B με ίσα μέτρα. Η F_A ασκείται στο κέντρο του κυλίνδρου Α και η F_B ασκείται εφαπτομενικά στο ανώτερο σημείο της περιφέρειας του κυλίνδρου Β μέσω νήματος όπως φαίνεται στο σχήμα.
Αν W_A το έργο της δύναμης F_A μέσα σε χρόνο t και W_B το έργο της δύναμης F_B στον ίδιο χρόνο, τότε:
α. $W_A = W_B$ β. $W_A = 2W_B$ γ. $W_B = 2W_A$ δ. $W_B = 3W_A$
Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας αναλυτικά.

Μονάδες 9

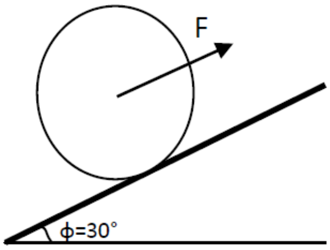
B_3. Στον κατακόρυφο ομογενή δακτύλιο του σχήματος που ισορροπεί πάνω σε οριζόντιο δάπεδο εξασκείται σταθερή εφαπτομενική δύναμη μέτρου F μέσω σχοινιού το οποίο είναι τυλιγμένο πάνω στο δακτύλιο και ξετυλίγεται χωρίς να γλιστρά στην περίπτωση Α κατακόρυφα προς τα πάνω και στην περίπτωση Β οριζόντια προς τα δεξιά.



Αν και στις 2 περιπτώσεις ο δακτύλιος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει να υπολογίσετε το λόγο $a_{cm,A}/a_{cm,B}$ όπου $a_{cm,A}$ η επιτάχυνση του κέντρου μάζας του δακτυλίου στην περίπτωση Α και $a_{cm,B}$ η επιτάχυνση του κέντρου μάζας του δακτυλίου στην περίπτωση Β

Θέμα Γ

Ομογενής κύλινδρος μάζας M=10kg και ακτίνας R διατηρείται με παρέμβασή μας ακίνητος σε ενδιάμεσο σημείο πάνω στην επιφάνεια ενός πλάγιου (κεκλιμένου) επιπέδου γωνίας φ=30°. Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ αρχίζει να ασκείται πάνω στο κέντρο μάζας του σταθερή δύναμη F=20N που είναι παράλληλη στο κεκλιμένο επίπεδο με φορά προς τα πάνω και ταυτόχρονα ο κύλινδρος αφήνεται ελεύθερος να κινηθεί. Η δύναμη F ασκείται για χρονικό διάστημα 10s και τη χρονική στιγμή $t_1=10s$ το μέτρο της δύναμης F ακαριαία γίνεται 65N, χωρίς όμως η δύναμη F να αλλάξει διεύθυνση και φορά. Η δύναμη ασκείται μέχρι τη στιγμή που ο κύλινδρος μηδενίζει στιγμιαία την ταχύτητά του.



Γ₁. Για τα πρώτα δέκα δευτερόλεπτα της κίνησής του να βρείτε προς τα πού θα κινηθεί ο κύλινδρος και να σχεδιάσετε το διάνυσμα της στατικής τριβής που δέχεται ο κύλινδρος. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 6

Γ₂. Να υπολογίσετε το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας του τροχού κατά τη κίνησή του στο πλάγιο επίπεδο για όσο χρονικό διάστημα η δύναμη F έχει μέτρο 20N.

Μονάδες 6

Γ₃. Να βρείτε το μέτρο της μετατόπισης του κυλίνδρου στο χρονικό διάστημα των πρώτων 10s, την ταχύτητα του κέντρου μάζας του κυλίνδρου τη χρονική στιγμή $t_1=10s$, καθώς και τη φορά της στατικής τριβής αμέσως μετά τη μεταβολή του μέτρου της δύναμης από 20N σε 65N.

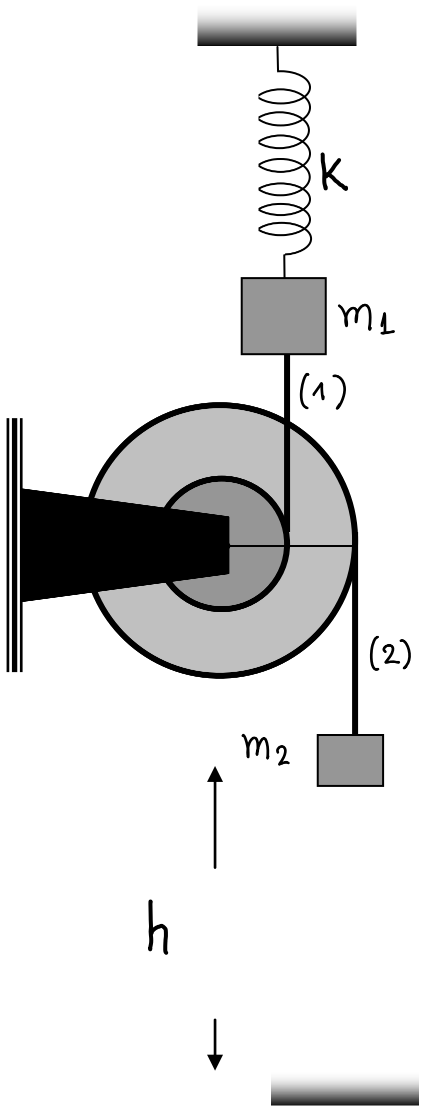
Μονάδες 7

Γ₄. Να βρείτε το μέτρο της μετατόπισης του κυλίνδρου από τη στιγμή $t_1=10s$ μέχρι τη στιγμή που ο κύλινδρος μηδενίζει στιγμιαία την ταχύτητά του.

Μονάδες 6

Να θεωρήσετε ότι ο κύλινδρος κινείται συνεχώς πάνω στο πλάγιο επίπεδο, συνεχώς κυλίεται και δεν ολισθαίνει σε καμία στιγμή και ότι η ροπή αδρανείας του ως προς το cm είναι I_{cm}=0,5.M.R^2 .

ΘΕΜΑ Δ



Στο σχήμα φαίνεται μια διπλή τροχαλία που αποτελείται από 2 ομογενείς δίσκους με ακτίνες r=0,1m και R=0,2m και μάζες m=2Kg και M=4Kg αντίστοιχα. Οι 2 δίσκοι συνδέονται μεταξύ τους ώστε να περιστρέφονται σαν ένα σώμα , χωρίς τριβές , γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα που είναι κάθετος στο επίπεδο τους. Στο αυλάκι του μεγάλου δίσκου έχουμε τυλίξει αβαρές και μη εκτατό νήμα (2) , στο ελεύθερο άκρο του οποίου έχουμε δέσει σώμα μάζας m_2 το οποίο βρίσκεται σε ύψος h= 2m από το έδαφος. Στο αυλάκι του μικρού δίσκου έχουμε τυλίξει κατακόρυφο αβαρές και μη εκτατό νήμα (1) στο άλλο άκρο του οποίου έχουμε δέσει σώμα μάζας m_1=1Kg το οποίο είναι στερεωμένο στο άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς K=200N/m.

Το σύστημα ισορροπεί με το ελατήριο να είναι επιμηκυμένο κατά Δl=0,2m από το φυσικό του μήκος.

$Δ_1$. Να βρείτε τη μάζα m_2 .

Μονάδες 6

$Δ_2$. Να αποδείξετε ότι αν τραβήξουμε λίγο το σώμα m_2 κατακόρυφα προς τα κάτω και αφήσουμε το σύστημα ελεύθερο το σώμα m_1 θα εκτελέσει Α.Α.Τ και να υπολογίσετε την κυκλική συχνότητα ω της ταλάντωσης

Μονάδες 7

Κάποια στιγμή και ενώ το σύστημα ισορροπεί κόβουμε το νήμα (1)

$Δ_3$. Να βρείτε τη γωνιακή επιτάχυνση της τροχαλίας

Μονάδες 6

$Δ_4$. Να βρείτε την ολική στροφορμή του συστήματος (διπλή τροχαλία – σώμα m_2) την χρονική στιγμή λίγο πριν το σώμα m_2 ακουμπήσει στο έδαφος.

Μονάδες 6

Δίνεται ότι η επιτάχυνση βαρύτητας είναι g=10m/s^2 , ότι η ροπή αδρανείας των δίσκων ως προς τον άξονα περιστροφής των είναι 0,5.m.r^2 και 0,5.M.R^2 και ότι τα νήματα δεν ολισθαίνουν στην τροχαλία και κατά τη κίνηση των σωμάτων παραμένουν τεντωμένα.

Note Title 2/4/2015

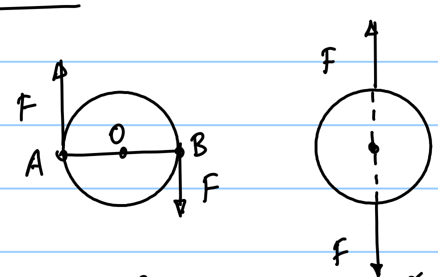
Θέμα Α

A_1. β A_2. α A_3. β A_4. γ

A_5 Λ Σ Σ Λ Σ

Θέμα Β

B_1.



$I = \frac{1}{2} m R^2$

(A)

$W_{ολ} = \frac{1}{2} I \omega^2$ $\quad 2F\cdot \cancel{R} = \frac{1}{4} m R^{\cancel{2}} \omega^2$ $\quad \omega^2 = \frac{8F}{mR}$

① $\boxed{\omega = \sqrt{\frac{8F}{mR}}}$

② $\boxed{P_{ολ} = \tau_{ολ} \cdot \omega = 0\,W}$

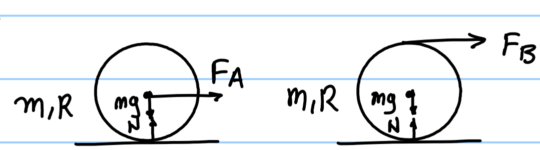
(B)

$\tau_{ολ} = I \cdot \alpha_\gamma$ Άρα $\tau_{ολ}(max) = I \cdot \alpha_{\gamma\, max}$

$F \cdot 2\cancel{R} = \frac{1}{2} m R^{\cancel{2}} \alpha_{\gamma\, max}$

$\boxed{\alpha_{\gamma\, max} = \frac{4F}{mR}}$

B_2



$F_A = F_B = F$

$W_A = F \cdot x_{cm}$ $\quad W_B = F \cdot x_{cm} + F \cdot R \cdot \theta$

$\Sigma F = m \cdot a_{cm}$

$F = m \cdot a_{cm}$

$x_{cm} = \frac{1}{2} a_{cm} t^2$

$\boxed{W_A = \frac{F^2}{2m} t^2}$ ①

$\Sigma F_{cm} = m \cdot a_{cm}$

$F = m \cdot a_{cm}$

$x_{cm} = \frac{1}{2} a_{cm} t^2$

$\theta = \frac{1}{2} \alpha_\gamma t^2$

$F \cdot \cancel{R} = \frac{1}{2} m R^{\cancel{2}} \cdot \alpha_\gamma$

$\theta = \frac{1}{\cancel{2}} \frac{\cancel{2}F}{mR} t^2$

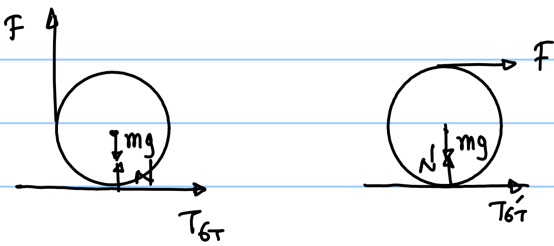
Άρα $W_B = F\cdot x_{cm} + F\cdot \cancel{R}\cdot \frac{F}{m\cancel{R}}\, t^2$

ή $W_B = \frac{F^2}{2m}t^2 + \frac{F^2t^2}{m} = \frac{3}{2}\frac{F^2t^2}{m}$

$$\boxed{W_B = \frac{3}{2}\frac{F^2t^2}{m}} \quad (2)$$

Από (1), (2) $\boxed{W_B = 3W_A}$ (8)

B_3



περίπτωση Α

$\Sigma F_{cm_x} = m\cdot a_{cm_A}$

$T_{στ} = m\cdot a_{cm_A}$ (1)

$\Sigma\tau_{cm} = I\cdot \alpha_{\gamma_A}$

$(F - T_{στ})\cancel{R} = mR^{\cancel{2}}\alpha_{\gamma_A}$

$F - T_{στ} = m\, a_{cm_A}$ (2)

(1)+(2) $F = 2m\, a_{cm_A}$

$a_{cm_A} = \frac{F}{2m}$

περίπτωση Β

$\Sigma F_{cm_x} = m\cdot a_{cm_B}$

$F + T'_{στ} = m\cdot a_{cm_B}$ (2)

$\Sigma\tau_{cm} = I\cdot \alpha_{\gamma_B}$

$(F - T'_{στ})\cancel{R} = mR^{\cancel{2}}\alpha_{\gamma_B}$

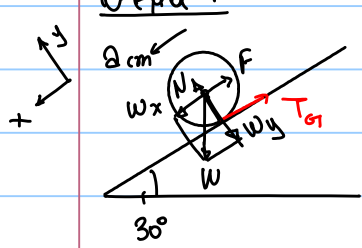
$F - T'_{στ} = m\, a_{cm_B}$ (3)

(2)+(3) $\cancel{2}F = \cancel{2}m\cdot a_{cm_B}$ και $T'_{στ} = 0$!

$a_{cm_B} = \frac{F}{m}$

$$\boxed{\frac{a_{cm_A}}{a_{cm_B}} = \frac{1}{2}}$$

Θέμα Γ



Γ1, Γ2

$I_{cm} = \frac{MR^2}{2}$

$M = 10kg$ $\varphi = 30^\circ$ $F = 20N$ $g = 10m/s^2$

$w_x = Mg\,ημ30^\circ = 50N$

$w_x - F - T_{στ} = M\cdot a_{cm}$ (1)

$T_{στ}\cdot\cancel{R} = \frac{1}{2}MR^{\cancel{2}}\cdot\alpha_\gamma$

ή $T_{στ} = \frac{1}{2}M a_{cm}$ (2)

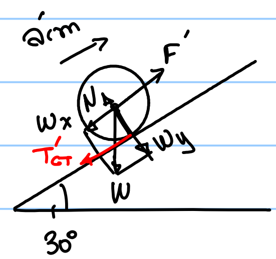
$W_x - F = \frac{3}{2} M a_{cm}$ $\qquad a_{cm} = \frac{2(W_x - F)}{3M} = \frac{2(50-20)}{30}$

$a_{cm} = 2\, m/s^2$

Γ3

$\Delta x_1 = \frac{1}{2} a_{cm} \cdot t_1^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 100 = 100\, m$

$v_1 = a_{cm} \cdot t_1 = 20\, m/s$



$\Sigma F_x = M \cdot a'_{cm}$

$F' - W_x - T'_{στ} = M a'_{cm}$

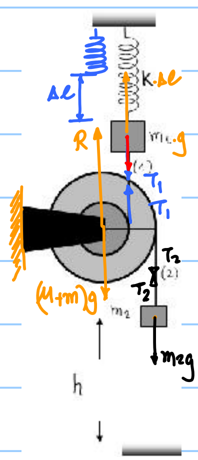
$T'_{στ} \cdot \cancel{R} = \frac{1}{2} M R^{\cancel{2}} a'_{γ}$

$T'_{στ} = \frac{1}{2} M a'_{cm}$

$F' - W_x = \frac{3}{2} M a'_{cm}$ $\qquad a'_{cm} = \frac{2(F' - W_x)}{3M} = \frac{2(65-50)}{30}$

$a'_{cm} = 1\, m/s^2$

$\Delta x_2 = \frac{v_1^2}{2 a'_{cm}} = \frac{400}{2} = 200\, m$



Α1. $r = 0{,}1\, m$ $\quad R = 0{,}2\, m$ $\quad m = 2\, kg$

$M = 4\, kg$ $\quad h = 2\, m$ $\quad m_1 = 1\, kg$

$k = 200\, N/m$ $\quad \Delta \ell = 0{,}2\, m$

(m_2) $\Sigma F = 0$ ή $T_2 = m_2 g$ (1)

(τροχαλία) $\Sigma \tau = 0$ ή $T_2 \cdot R = T_1 \cdot r$ (2)

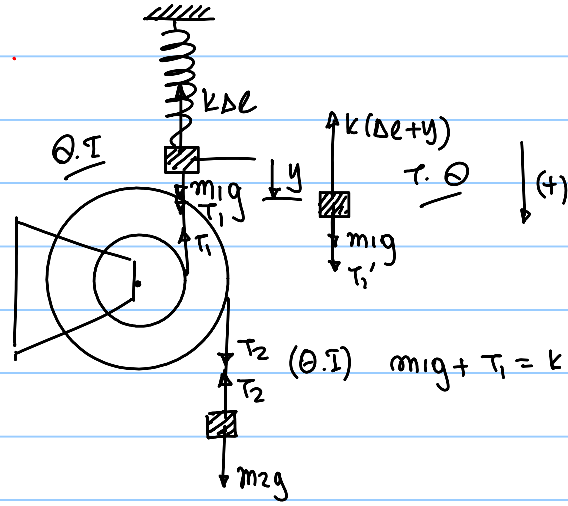
(m_1) $\Sigma F = 0$ ή $k \cdot \Delta \ell = m_1 g + T_1$ (3)

$T_1 = k \Delta \ell - m_1 g = 40 - 10 = 30 N$

$T_2 = T_1 \cdot \frac{r}{R} = \frac{T_1}{2} = 15 N$ Άρα από (1) $\rightarrow m_2 = \frac{T_2}{g}$

δηλ. $m_2 = \frac{15}{10} = 1{,}5\, kg$ $\quad \boxed{m_2 = 1{,}5\, kg}$

Δ2.



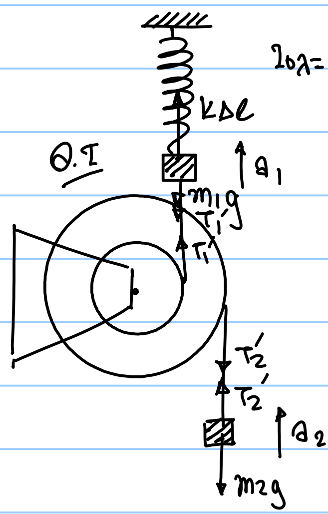
(Θ.Ι) $m_1g + T_1 = k\Delta\ell$

Στην τυχαία θέση: $\Sigma F = m_1g + T_1' - k(\Delta\ell + y)$

ή $\Sigma F = m_1g + T_1' - k\Delta\ell - ky$

$\Sigma F = -m\cdot|a_1| = m_1g + T_1' - k\Delta\ell - ky$

$\Sigma F = T_1' - T_1 - ky$ (1)



$I_{o\lambda} = \frac{m\cdot r^2 + MR^2}{2} = \frac{0{,}02 + 4\cdot 0{,}04}{2} = 0{,}09\ kg\,m^2$

$\alpha_\gamma = \frac{|a_1|}{r} = \frac{|a_2|}{R}$

$T_1'\cdot r - T_2'\cdot R = I_{o\lambda}\cdot \alpha_\gamma$ (2)

$T_2' - m_2g = m_2|a_2|$

$T_2' - m_2g = m_2|a_1|\cdot\frac{R}{r}$ (3)

(3) → $T_2' - 15 = 3|a_1|$ (4)

(2) → $0{,}1\ T_1' - 0{,}2\ T_2' = 0{,}09\cdot 10|a_1|$ ή

$T_1' - 2T_2' = 9|a_1|$ (5) } $T_1' - 30 = 15|a_1|$ (7)

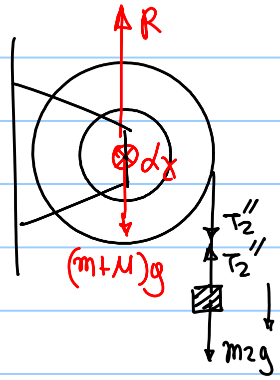
$2T_2' - 30 = 6|a_1|$

(1), (7) $\Sigma F = 15|a_1| - ky$

$\Sigma F = -m_1|a_1| = -|a_1|$

ή $-|a_1| = 15|a_1| - ky$ ή $k\cdot y = 16|a_1|$

$|a_1| = \frac{k}{16}\cdot y$ ή $\omega_T^2 = \frac{200}{16}$ ή $\boxed{\omega = \frac{5\sqrt{2}}{2}\ r/s}$



Δ3

$$T_2''\cdot R = I_{ολ}\cdot \alpha_\gamma \quad (1)$$

$$m_2 g - T_2'' = m_2\cdot a_2' \quad (2)$$

$$a_2' = \alpha_\gamma\cdot R$$

$$T_2''\cdot R^2 = I_{ολ}\cdot a_2'$$

$$T_2'' = \frac{0{,}09}{0{,}04}\cdot a_2'$$

ά $T_2'' = 2{,}25\, a_2'$

(2) $\Rightarrow$ $15 - T_2'' = 1{,}5\, a_2'$ $\quad 15 = 3{,}75\, a_2' \quad a_2' = \frac{15}{3{,}75} = 4\, m/s^2$

Άρα $\alpha_\gamma = \frac{a_2'}{R} = \frac{4}{0{,}2} = 20\, r/s^2$

Δ4

$$\frac{dL_{ολ}}{dt} = m_2 g\cdot R \quad \text{Άρα} \quad \frac{\Delta L_{ολ}}{\Delta t} = m_2 g R$$

$$L_{ολ(A)} = 0$$

$$L_{ολ} = m_2 g R\cdot \Delta t$$

$$h = \frac{1}{2} a_2' \Delta t^2 \qquad \Delta t = \sqrt{\frac{2h}{a_2'}} = \sqrt{\frac{4}{4}} = 1\, s$$

Άρα $L_{ολ} = 15\cdot 0{,}2 = 3\, \frac{kg\cdot m^2}{s}$