

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ ..... ΗΜΕΡ/ΝΙΑ : 15/05/2015

**ΘΕΜΑ Α**

Να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό καθεμίας από τις παρακάτω ερωτήσεις Α1-Α4 και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

**Α1.** Η κινητική ενέργεια της περιστροφικής κίνησης στερεού σώματος Κ συνδέεται με τη ροπή αδρανείας I και το μέτρο της στροφορμής L του σώματος ως προς τον ίδιο άξονα περιστροφής με τη σχέση:

α.  $K=L^2/2I$

β.  $K=L.I/2$

γ.  $K=I^2/2L$

δ.  $K= I.L^2/2$

**Μονάδες 5**

**Α2.** Τη χρονική στιγμή που το φορτίο του πυκνωτή σε ένα κύκλωμα ηλεκτρικών ταλαντώσεων είναι μηδέν:

α. Η ενέργεια του μαγνητικού πεδίου του πηνίου είναι μηδέν.

β. Η τάση αυτεπαγωγής είναι μέγιστη.

γ. Η ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος είναι μηδενική.

δ. Ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος είναι μηδενικός.

**Μονάδες 5**

**Α3.** Από τις διάφορες περιοχές του ηλεκτρομαγνητικού φάσματος η περιοχή με τα μεγαλύτερα μήκη κύματος είναι αυτή:

α. των υπέρυθρων,

β. των ακτίνων Χ,

γ. των ραδιοκυμάτων,

δ. των υπεριωδών

**Α4.** Σε ένα στάσιμο κύμα όλα τα σημεία της χορδής έχουν:

α. ίδιο πλάτος,

β. ίδια συχνότητα,

γ. ίδια ενέργεια ταλάντωσης,

δ. ίδια φάση ταλάντωσης.

**Μονάδες 5**

**Α5.** Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα κάθε πρότασης και δίπλα σε κάθε γράμμα τη λέξη Σωστό για τη σωστή πρόταση και τη λέξη Λάθος για τη λανθασμένη.

α. Διακροτήματα έχουμε κατά τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων που εξελίσσονται πάνω στην ίδια διεύθυνση και γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας με πλάτη που διαφέρουν λίγο μεταξύ τους.

β. Μια φωτεινή ακτίνα προερχόμενη από ένα οπτικό μέσο προσπίπτει στη διαχωριστική επιφάνεια με ένα άλλο μέσο μικρότερου δείκτη διάθλασης, με γωνία πρόσπτωσης ίση με την κρίσιμη. Επομένως η ακτίνα θα υποστεί ολική ανάκλαση.

γ. Σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση με συχνότητα μικρότερη από τη συχνότητα συντονισμού, η μείωση της συχνότητας διέγερσης έχει ως αποτέλεσμα τη μείωση του πλάτους.

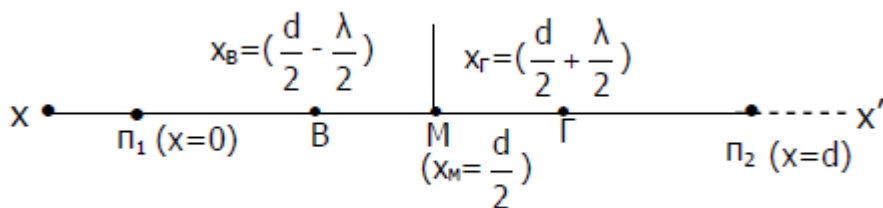
δ. Όταν αυξάνεται η ροπή αδράνειας ενός συστήματος στο οποίο δεν ασκούνται εξωτερικές ροπές, μειώνεται η ολική κινητική ενέργεια του συστήματος.

ε. Το φαινόμενο Doppler δεν ισχύει στην περίπτωση των διαμηκών κυμάτων.

**Μονάδες 5**

## ΘΕΜΑ Β

**B1.** Στην επιφάνεια νερού που ηρεμεί και πάνω στην ευθεία  $x x'$  δημιουργούνται δύο σύγχρονες πηγές παραγωγής αρμονικών κυμάτων που ταλαντώνονται σύμφωνα με την εξίσωση  $y=A\eta\omega t$ .



Οι πηγές βρίσκονται στις θέσεις  $\Pi_1(x=0)$  και  $\Pi_2(x=d)$ .

Μετά την συμβολή των παραγομένων κυμάτων, για τις απομακρύνσεις από τις θέσεις ισοροπίας των σημείων Β

$(x_B = \frac{d}{2} - \frac{\lambda}{2})$  και  $\Gamma (x_\Gamma = \frac{d}{2} + \frac{\lambda}{2})$   $y_B$

και  $y_\Gamma$  αντίστοιχα ισχύει:

α.  $y_B = y_\Gamma \neq 0$

β.  $y_B = -y_\Gamma$

γ.  $y_B = y_\Gamma = 0$

Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

**Μονάδες 6**

**B2.** Δύο σφαίρες ίσων μαζών κινούμενες προς την ίδια κατεύθυνση συγκρούονται κεντρικά, μετωπικά και ελαστικά. Αν η κινητική ενέργεια της μιας σφαίρας μειώθηκε κατά 75%, τότε η κινητική ενέργεια της άλλης αυξήθηκε κατά:

α. 25%

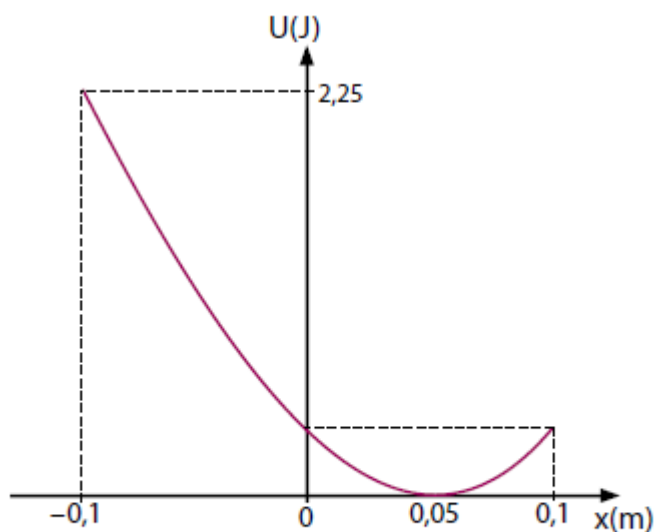
β. 75%

γ. 300%

δ. 50%

Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

**Μονάδες 6**



**B3.** Ένα σώμα είναι δεμένο στο κατώτερο άκρο κατακόρυφου ελατηρίου και εκτελεί αρμονική ταλάντωση. Στο διπλανό διάγραμμα βλέπετε πως μεταβάλλεται η δυναμική ενέργεια λόγω παραμόρφωσης του ελατηρίου  $U$  σε συνάρτηση με την απομάκρυνση  $x$  της ταλάντωσης.

Να υπολογίσετε

α. Την σταθερά του ελατηρίου

β. Την μάζα του σώματος

γ. Την κυκλική συχνότητα της ταλάντωσης

Δίνεται η επιτάχυνση βαρύτητας  $g=10\text{m/s}^2$ .

**Μονάδες 7**

**B4.** Μηχανοδηγός τρένου, που κινείται με σταθερή ταχύτητα  $u_s$  προς ένα τούνελ, εκπέμπει ήχο συχνότητας  $f_s$ , χρονικής διάρκειας  $\Delta t_s$ , και καταγράφει τον ανακλώμενο ήχο στο βράχο, για χρονική διάρκεια  $\Delta t_m = (19/21) \cdot \Delta t_s$ . Η ταχύτητα  $u_s$  σε σχέση με την ταχύτητα του ήχου  $u_{\eta\chi}$  είναι

α)  $u_s = (1/20) \cdot u_{\eta\chi}$    β)  $u_s = (1/19) \cdot u_{\eta\chi}$    γ)  $u_s = (1/10) \cdot u_{\eta\chi}$

Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

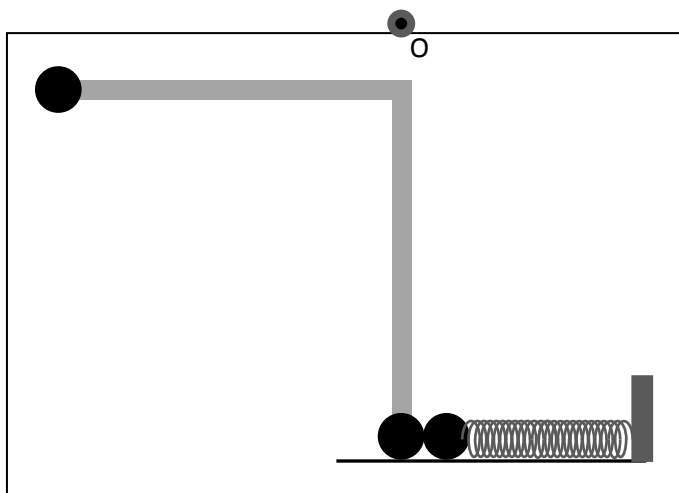
**Μονάδες 6**

## ΘΕΜΑ Γ

Δύο σύγχρονες πηγές  $\Pi_1$  και  $\Pi_2$  που απέχουν απόσταση  $d=0,9\text{m}$ , αρχίζουν τη χρονική στιγμή  $t=0$  να εκτελούν απλή αρμονική ταλάντωση με εξίσωση  $y=0,02\eta\mu\omega t$  (S.I) σε διεύθυνση κατακόρυφη και δημιουργούν εγκάρσια αρμονικά κύματα στην οριζόντια επιφάνεια νερού. Η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων είναι  $v=0,4\text{m/s}$  και το πλάτος τους θεωρούμε ότι παραμένει σταθερό. Σε σημείο  $\Sigma$  της επιφάνειας του νερού υπάρχει μικρό κομμάτι φελλού που απέχει από της πηγές  $\Pi_1$  και  $\Pi_2$  αποστάσεις  $r_1$  και  $r_2$  αντίστοιχα. Το κύμα από την πηγή  $\Pi_2$  χρειάζεται διπλάσιο χρόνο για να φθάσει στο  $\Sigma$  σε σχέση με το χρόνο που χρειάζεται το κύμα από την πηγή  $\Pi_1$ . Όταν το κύμα από την πηγή  $\Pi_2$  φτάνει στο σημείο  $\Sigma$ , ο φελλός έχει εκτελέσει ακέραιο πλήθος πλήρων αρμονικών ταλαντώσεων. Η ταχύτητα του φελλού μηδενίζεται 20 φορές σε χρόνο 5s και μεταξύ του σημείου  $\Sigma$  και της μεσοκαθέτου στο τμήμα  $\Pi_1\Pi_2$  υπάρχουν 3 υπερβολές ενισχυτικής συμβολής, να υπολογίσετε:

- Γ1.** τη συχνότητα  $f$  και το μήκος κύματος  $\lambda$  των κυμάτων που διαδίδονται στην επιφάνεια του νερού. **Μονάδες 4**
- Γ2.** τις αποστάσεις  $r_1$  και  $r_2$ . **Μονάδες 5**
- Γ3.** το πλήθος των σημείων που βρίσκονται μεταξύ των πηγών  $\Pi_1$  και  $\Pi_2$  και στο ευθύγραμμο τμήμα  $\Pi_1\Pi_2$  και ταλαντώνονται με το ίδιο πλάτος με το σημείο  $\Sigma$ . **Μονάδες 6**
- Γ4.** Αυξάνουμε σταδιακά την αρχική συχνότητα  $f$  ταλάντωσης των πηγών. Να βρείτε τη μικρότερη τιμή συχνότητας  $f'$  ( $f'>f$ ) για την οποία ο φελλός ακινητοποιείται. **Μονάδες 5**
- Γ5.** Πριν αλλάξουμε τη συχνότητα  $f$ , πάνω στην ευθεία  $\Pi_1\Sigma$  βρίσκεται σημείο  $P$  που απέχει από της πηγές  $\Pi_1$  και  $\Pi_2$  αποστάσεις  $(\Pi_1P)=r_3=0,6\text{m}$  και  $(\Pi_2P)=r_4=1\text{m}$  αντίστοιχα. Ποια η διαφορά φάσης μεταξύ των σημείων  $P$  και  $\Sigma$ , όταν η ταχύτητα του σημείου  $P$  μηδενίζεται για δεύτερη φορά. **Μονάδες 5**

## ΘΕΜΑ Δ



Στο άκρο οριζόντιας ομογενούς ράβδου μήκους  $L=1\text{m}$  και μάζας  $M=3\text{Kg}$  υπάρχει στερεωμένο σφαιρίδιο αμελητέου όγκου μάζας  $m_1=1\text{Kg}$ . Η ράβδος συγκρατείται σε οριζόντια θέση ενώ είναι στρεπτή γύρω από το άκρο της στο  $O$  χωρίς να παρουσιάζει τριβές κατά τη στρέψη. Κάποια στιγμή η ράβδος αφήνεται ελεύθερη να στραφεί και όταν γίνει κατακόρυφη τότε το σφαιρίδιο ( $m_1$ ) που είναι στερεωμένο σε αυτή, συναντά ακίνητο σφαιρίδιο αμελητέου όγκου και μάζας  $m_2=3\text{kg}$  που βρίσκεται στερεωμένο στο άκρο οριζοντίου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $K=6\text{N/m}$  που έχει το φυσικό του μήκος και ισορροπεί σε οριζόντιο δάπεδο συντελεστού τριβής  $\mu=0,2$

(όπως φαίνεται στο παραπάνω σχήμα). Αν γνωρίζουμε ότι κατά την κρούση δεν υπάρχουν απώλειες ενέργειας, να υπολογίσετε:

- Δ1.** Την ταχύτητα με την οποία το σφαιρίδιο ( $m_1$ ) συναντά για πρώτη φορά το σφαιρίδιο μάζας ( $m_2$ ) **Μονάδες 6**
- Δ2.** Τις ταχύτητες των 2 σφαιριδίων αμέσως μετά από αυτή την κρούση. **Μονάδες 7**
- Δ3.** Τη γωνία που θα διαγράψει η ράβδος αμέσως μετά την κρούση και μέχρι να ισορροπήσει στιγμιαία προσδιορίζοντας κάποιο τριγωνομετρικό της αριθμό. **Μονάδες 6**

**Μονάδες 6**

Αν με κάποιο μηχανισμό η ράβδος συγκρατείται στη θέση της στιγμιαίας ισορροπίας της τότε να υπολογίστε

**Δ4.** Τη συνολική θερμότητα που εκλύθηκε κατά την ολίσθηση του σφαιριδίου ( $m_2$ ) και το συνολικό διάστημα που διέτρεξε μέχρι να σταματήσει.

**Μονάδες 6**

Δίνεται ότι η ροπή αδρανείας της ράβδου γύρω από το κέντρο μάζας της είναι  $I_{cm}=(1/12).M.L^2$  και η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g=10m/s^2$ .

**ΕΥΧΟΜΑΙ ΚΑΘΕ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**

**ΔΙΟΛΑΤΖΗΣ ΓΙΑΝΝΗΣ**

Θέμα Α

$A_1(\alpha) \quad A_2(\delta) \quad A_3(\gamma) \quad A_4(\beta) \quad A_5(\wedge \wedge z z \wedge)$

Θέμα Β

$$B_1 \quad \left. \begin{aligned} \pi_2 B - \pi_1 B &= \frac{d}{2} + \frac{\lambda}{2} - \left(\frac{d}{2} - \frac{\lambda}{2}\right) = \lambda \\ \pi_1 \Gamma - \pi_2 \Gamma &= \frac{d}{2} + \frac{\lambda}{2} - \left(\frac{d}{2} - \frac{\lambda}{2}\right) = \lambda \end{aligned} \right\} \Rightarrow y_B = y_\Gamma \neq 0$$

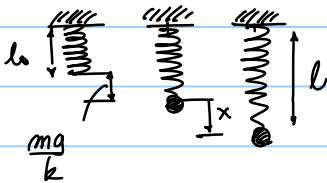
Αρα  $y_B = A$  και  $y_\Gamma = A$  δυνα α.

$$B_2 \quad \left. \begin{aligned} v_1' &= v_2 \quad \text{και} \quad v_2' = v_1 \\ k_1' &= k_2 \quad \text{και} \quad k_2' = k_1 \end{aligned} \right\} \frac{\Delta k_1}{k_1} = -0,75 \quad \frac{\Delta k_2}{k_2} = ;$$

$$\frac{k_1' - k_1}{k_1} = -0,75 \quad \text{η} \quad \frac{k_1'}{k_1} = 0,25 \quad \text{η} \quad \frac{k_2}{k_2'} = 0,25 \quad \text{η} \quad k_2' = 4k_2$$

$$\frac{\Delta k_2}{k_2} = \frac{k_2' - k_2}{k_2} = \frac{k_2'}{k_2} - 1 = 3 \quad \text{Αρα} \quad \frac{\Delta k_2}{k_2} \cdot 100\% = 300\% \quad \text{Ⓜ}$$

B3



$$U = \frac{1}{2} k (l - l_0)^2 \quad \text{όπου} \quad l = l_0 + \frac{mg}{k} + x$$

$$U = \frac{1}{2} k \left(\frac{mg}{k} + x\right)^2 \quad \text{for} \quad -A \leq x \leq A$$

$$U_{\max} = \frac{1}{2} k \left(\frac{mg}{k} + A\right)^2 \quad \text{κώω} \quad \text{ακρότιο} \quad \text{J'έση}$$

$$U_{\min} = \frac{1}{2} k \left(\frac{mg}{k} - A\right)^2 \quad \text{κώω} \quad \text{ακρότιο} \quad \text{J'έση}$$

$$U_{x=0} = \frac{1}{2} k \left(\frac{mg}{k}\right)^2 = \frac{m^2 g^2}{2k}$$

Απο γράφικη παράσταση  $A = 0,1 \text{ m}$ ,  $U_{\max} = 2,25 \text{ J}$

και  $U_{x=0} = U_{\min}$

$$\text{Αρα} \quad \frac{m^2 g^2}{2k} = \frac{k}{2} \left(\frac{mg}{k} - A\right)^2 \quad \text{η} \quad m^2 g^2 = k^2 \left(\frac{mg}{k} - A\right)^2 \quad \Rightarrow \quad \frac{mg}{k} = A - \frac{mg}{k}$$

$$2 \frac{mg}{k} = A \quad \left( \frac{2mg}{k} = 0,1 \right) \quad (1)$$

$$\frac{1}{2} k \left( \frac{mg}{k} + A \right)^2 = 2,25$$

$$\frac{1}{2} k \cdot 0,15^2 = 2,25 \quad \text{m} \quad \frac{k}{2} \cdot 225 \cdot 10^{-4} = 225 \cdot 10^{-2}$$

$$k = 200 \text{ N/m}$$

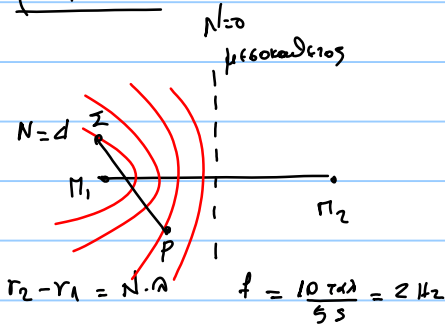
$$\frac{mg}{k} = 0,05 \quad \text{m} \quad \frac{m \cdot 10}{200} = 5 \cdot 10^{-2}$$

$$m = 1 \text{ kg}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{200}{1}} = \sqrt{200} \text{ r/s}$$

(F)

θ' et a r



$$d = 0,9 \text{ m}$$

$$y = 0,02 \text{ m} \cdot \omega t \text{ (s)}^2$$

$$v = 0,4 \text{ m/s}$$

$$t_2 = 2t_1$$

$$f = \frac{10 \text{ rads}}{5 \text{ s}} = 2 \text{ Hz}$$

(r1)

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{0,4}{2} = 0,2 \text{ m}$$

(r2)

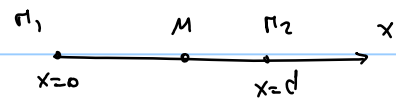
$$M_1 \quad x=0 \quad M_2 \quad x=d$$

(r2)

$$r_2 - r_1 = 4\lambda = 0,8 \text{ m}$$

$$r_1 = v \cdot t_1 \quad r_2 = v \cdot t_2 \quad t_2 = 2t_1 \quad r_2 = 2r_1$$

$$r_1 = 0,4 \text{ m} \quad r_2 = 0,8 \text{ m}$$



$$M \pi_1 = x \quad M \pi_2 = d - x$$

$$M \pi_1 - M \pi_2 = x - (d - x) = 2x - d$$

$$2x - d = N \cdot \lambda \quad x = \frac{N \cdot \lambda + d}{2}$$

$$0 < x < d \quad 0 < \frac{N \cdot \lambda + d}{2} < d \quad \text{m} \quad 0 < N \cdot \lambda + d < 2d \quad \text{m} \quad -d < N \cdot \lambda < d$$

$$-\frac{d}{\lambda} < N < \frac{d}{\lambda} \quad \text{m} \quad -4,5 < N < 4,5 \quad N = -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4$$

δηλ 9 ενήλικα

(14)  $f' > f \quad r_2 - r_1 = (2N' + 1) \frac{\lambda'}{2}$

$2N' + 1 = 9 \quad n' = 4 \quad \delta n = 0,8 = 9 \frac{\lambda'}{2}$   
 $n' \lambda' = \frac{1,6}{9} \text{ m} \quad f' = \frac{v}{\lambda'} = \frac{0,4 \cdot 9}{1,6} = 2,25 \text{ Hz}$

(15)  $\pi_1 P = r_3 = 0,6 \text{ m} \quad \pi_2 P = r_4 = 1 \text{ m}$

$\pi_2 P - \pi_1 P = 0,4 \text{ m} = 2 \cdot 0,2 \text{ m} = 2\lambda$  ενήλιο ενίσχυση

για να κηδονιστη για  $2^m$  φορες η ταχυτητα του P χρειαζεται

να μεταβη χρονος  $\Delta t = \frac{T}{4} + \frac{T}{2} = \frac{3T}{4}$  οπως  $T = \frac{\lambda}{v} = \frac{0,2}{0,4} = 0,5 \text{ s}$

δηλ  $\Delta t = \frac{3 \cdot 0,5}{4} = 0,375$  οπως το P ζεινδ να ταχυνωειται

τη χρονικη στιγμη  $t = \frac{r_3}{v} = \frac{0,6}{0,4} = 1,5 \text{ s}$  και ταχυνωειται λογο

εξαιτης του κωδισου απο  $\pi_1$  τοσο τη χρονικη στιγμη  $t = \frac{r_4}{v} = \frac{1}{0,4} = 2,5 \text{ s}$

Αρα μου ηδονιστη η ταχυτητα του P για εωτημη φορα τοτε

$t = t_3 + \Delta t = 1,5 + 0,375 = 1,875 \text{ s}$  δηλ  $t < t_4$  Αρα:

$\Phi_P = 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{r_3}{\lambda} \right)$   
 $\Phi_Z = 0 \quad t < \underline{2,5}$

$\Delta \Phi = \Phi_P = 2\pi \left( \frac{1,875}{0,5} - \frac{0,6}{0,2} \right) = 2\pi (3,75 - 3)$

$\Delta \Phi = \Phi_P = \frac{3}{4} \cdot 2\pi = \frac{3\pi}{2}$

Δινα Β

D1  $m_1 g L + M g L = M g \frac{L}{2} + \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} I_0 \cdot \omega^2$

$I_0 = \frac{1}{3} M L^2 \quad v_1 = \omega L$

$m_1 g L + M g L = M g \frac{L}{2} + \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{6} M v_1^2$

$m_1 g L + M g \frac{L}{2} = \frac{1}{2} v_1^2 \left( m_1 + \frac{M}{3} \right)$

$v_1 = \sqrt{\frac{2 g L \left( m_1 + \frac{M}{2} \right)}{m_1 + \frac{M}{3}}}$

$g L \left( m_1 + \frac{M}{2} \right) = \frac{v_1^2}{2} \left( m_1 + \frac{M}{3} \right)$

$v_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot 10 \cdot 1 \cdot (1 + 1,5)}{1 + 1}} = 5 \text{ m/s}$

D2 A.D. Σηρ

$L \omega_2(\pi) = L \omega_1(\pi) \quad I_0 \cdot \omega + m_1 \cdot v_1 \cdot L = -I_0 \omega' - m_1 v_1' \cdot L + m_2 v_2' L$

$\frac{1}{3} M L^2 \cdot \omega + m_1 v_1 L = -\frac{1}{3} M L^2 \omega' - m_1 v_1' \cdot L + m_2 v_2' L$

$v_1 = L \omega \quad v_1' = L \omega'$

$$\frac{1}{3} \mu L v_1 + m_1 L v_1 = -\frac{1}{3} \mu L v_1' - m_1 L v_1' + m_2 v_2' L$$

$$\cancel{L} v_1 \left( m_1 + \frac{\mu}{3} \right) = -\cancel{L} v_1' \left( \frac{\mu}{3} + m_1 \right) + m_2 v_2' \cancel{L}$$

$$(v_1 + v_1') \left( m_1 + \frac{\mu}{3} \right) = m_2 v_2' \quad (1)$$

$$K_0(n) = K_0(\mu)$$

$$\frac{1}{2} L_0 \cdot \omega^2 + \frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} L_0 \omega'^2 + \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2'^2$$

$$\frac{1}{3} \mu L \omega^2 + m_1 v_1^2 = \frac{1}{3} \mu L \omega'^2 + m_1 v_1'^2 + m_2 v_2'^2$$

$$\frac{1}{3} \mu v_1^2 + m_1 v_1^2 = \frac{1}{3} \mu v_1'^2 + m_1 v_1'^2 + m_2 v_2'^2$$

$$\left( \frac{\mu}{3} + m_1 \right) (v_1^2 - v_1'^2) = m_2 v_2'^2 \quad (2)$$

$$(2) : (1) \quad v_1 - v_1' = v_2' \quad \times \left( \frac{\mu}{3} + m_1 \right)$$

$$\left( \frac{\mu}{3} + m_1 \right) (v_1 - v_1') = \left( \frac{\mu}{3} + m_1 \right) v_2' \quad (3)$$

$$(1) + (3) \quad \left( \frac{\mu}{3} + m_1 \right) \cdot 2v_1 = v_2' \left( \frac{\mu}{3} + m_1 + m_2 \right)$$

$$v_2' = \frac{2 \left( \frac{\mu}{3} + m_1 \right) v_1}{\frac{\mu}{3} + m_1 + m_2} = \frac{2(1+1) \cdot 5}{1+1+3} = \frac{20}{5} = 4 \text{ m/s}$$

$$v_1' = v_1 - v_2' = 5 - 4 = 1 \text{ m/s}$$

D3

A.D.M.E

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} L_0 \omega^2 + \frac{\mu g L}{2} = m_1 g L (1 - \cos \varphi) + \frac{\mu g L}{2} (1 - \cos \varphi) + \frac{\mu g L}{2}$$

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} \frac{1}{3} \mu L \omega^2 = m_1 g L (1 - \cos \varphi) + \frac{\mu g L}{2} (1 - \cos \varphi)$$

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{6} \mu v_1^2 = (1 - \cos \varphi) g L \left( m_1 + \frac{\mu}{2} \right)$$

$$\frac{1}{2} v_1^2 \left( m_1 + \frac{\mu}{3} \right) = (1 - \cos \varphi) g L \left( m_1 + \frac{\mu}{2} \right)$$

$$\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot (1+1) = (1 - \cos \varphi) 10 \cdot (1+1.5)$$

$$1 = (1 - \cos \varphi) 25 \quad \text{m} \quad 1 - \cos \varphi = \frac{1}{25}$$

$$\cos \varphi = 1 - \frac{1}{25} \quad \text{m} \quad \cos \varphi = \frac{24}{25} \quad \text{m} \quad \cos \varphi = \frac{4 \cdot 24}{100} = 0.96$$



①  $\Delta A$  A.D.E ①

$$\frac{1}{2} m_2 v_2^2 - \mu m_2 g x = \frac{1}{2} k x^2$$

$$\frac{1}{2} 3 \cdot 16 - 0,2 \cdot 30 \cdot x = \frac{1}{2} \cdot 6 x^2 \quad \text{m} \quad 24 - 6x = 3x^2 \quad \text{m} \quad x^2 + 2x - 8 = 0$$

$$x = \frac{-2 \pm 6}{2} \quad \begin{matrix} 2m \\ (-) \text{ nrop} \end{matrix} \quad \textcircled{x = 2m}$$

A.D.E ②

$$\frac{1}{2} k x^2 - \mu m_2 g (x + x') = \frac{1}{2} k x'^2$$

$$\frac{1}{2} 6 \cdot 4 - 0,2 \cdot 30 (2 + x') = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot x'^2$$

$$12 - 6(2 + x') = 3x'^2 \quad \text{m}$$

$$3x'^2 = 12 - 12 - 6x' \quad \text{m} \quad 3x'^2 + 6x' = 0 \quad \text{m} \quad 3x'(x' + 2) = 0 \quad \textcircled{x' = 0}$$

m A.D.E fixei 7mV dep. de cu 100ponid7

$$\frac{1}{2} k x^2 - \mu m_2 g x = \frac{1}{2} m_2 v_2'^2$$

$$\frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 4 - 0,2 \cdot 30 \cdot 2 = \frac{1}{2} \cdot 3 v_2'^2$$

$$\underline{v_2' = 0}$$

$$\text{Noa } Q = 2 \mu m_2 g x = 2 \cdot 0,2 \cdot 30 \cdot 2 = 24 \text{ J}$$

$$S_{0A} = 2x = 4m$$

(F)

$\beta_A$

$$f_{av} = \frac{v_{HX}}{v_{HX} - v_S} \cdot f_s$$

$$f_H = \frac{v_{HX} + v_S}{v_{HX}} \cdot f_{av} = \frac{v_{HX} + v_S}{v_{HX} - v_S} \cdot f_s$$

$$\frac{f}{\Delta t_H} = \frac{v_{HX} + v_S}{v_{HX} - v_S} \cdot \frac{f}{\Delta t_s} \quad \Delta t_H = \frac{19}{21} \Delta t_s$$

$$\Delta t_H = \frac{v_{HX} - v_S}{v_{HX} + v_S} \cdot \Delta t_s$$

$$19(v_{HX} + v_S) = 21(v_{HX} - v_S)$$

$$19v_{HX} + 19v_S = 21v_{HX} - 21v_S$$

$$40v_S = 2v_{HX}$$

$$\frac{19}{21} \Delta t_s = \frac{v_{HX} - v_S}{v_{HX} + v_S} \cdot \Delta t_s$$

$$v_S = \frac{1}{20} v_{HX} \quad (*)$$