

Θέμα 22

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = a\sin\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) - 2\eta\mu(\pi + 2x)$ με $a > 0$.

α) Να δείξετε ότι $f(x) = (a + 2)\eta\mu 2x$.

(Μονάδες 5)

β)

i. Αν η μέγιστη τιμή της f είναι 4, να δείξετε ότι $a = 2$.

(Μονάδες 5)

ii. Να βρείτε την περίοδο της f .

(Μονάδες 5)

γ) Να παραστήσετε γραφικά τη συνάρτηση f σε διάστημα μιας περιόδου.

(Μονάδες 5)

δ) Αν $g(x) = 5 - \sin^2 2x$, να βρείτε, αν υπάρχουν, τα κοινά σημεία της C_f με την C_g , όπου C_f, C_g οι γραφικές παραστάσεις των f, g αντίστοιχα.

(Μονάδες 5)

Λύση

α) Είναι: $f(x) = a\sin\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) - 2\eta\mu(\pi + 2x) = a\eta\mu 2x + 2\eta\mu 2x = (a + 2)\eta\mu 2x$.

β)

i. Η μέγιστη τιμή της συνάρτησης f καθορίζεται από το συντελεστή $a + 2$.

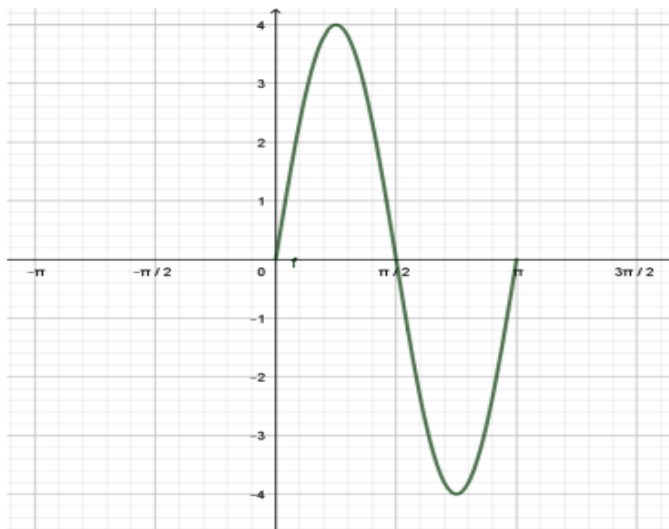
Πρέπει δηλαδή $a + 2 = 4 \Leftrightarrow a = 2$.

ii. Η περίοδος $T = \frac{2\pi}{2} = \pi$.

γ) Η γραφική παράσταση της $f(x) = 4\eta\mu 2x$ στο διάστημα $[0, \pi]$, βάσει του παρακάτω πίνακα:

x	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π
$4\eta\mu 2x$	0	4	0	-4	0

δίνεται στο παρακάτω σχήμα:



δ) Για να βρούμε τις τετμημένες των κοινών σημείων των δύο γραφικών παραστάσεων λύνουμε την εξίσωση:

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow 4\eta\mu 2x = 5 - \sigma\upsilon\nu^2 2x \Leftrightarrow 4\eta\mu 2x = 5 - (1 - \eta\mu^2 2x) \Leftrightarrow \\ \eta\mu^2 2x - 4\eta\mu 2x + 4 = 0 \Leftrightarrow (\eta\mu 2x - 2)^2 = 0 \Leftrightarrow \eta\mu 2x = 2 \text{ αδύνατη.}$$

Αφού η παραπάνω εξίσωση είναι αδύνατη, δεν υπάρχουν σημεία τομής των δύο γραφικών παραστάσεων.