

Θέμα 20

Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = 4\eta\mu(11\pi - x), \quad x \in \mathbb{R}$$

α) Να δείξετε ότι:

i. $\eta\mu(11\pi - x) = \eta\mu x, \quad x \in \mathbb{R}.$

(Μονάδες 6)

ii. $f(x) = 4\eta\mu x, \quad x \in \mathbb{R}.$

(Μονάδες 4)

β) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = 4\eta\mu x$, όταν $x \in [0, 2\pi]$.

(Μονάδες 15)

Λύση

α) i. Στην παράσταση $\eta\mu(11\pi - x)$ κάνουμε την αναγωγή στο 1ο τεταρτημόριο,

$$\eta\mu(11\pi - x) = \eta\mu(10\pi + \pi - x) = \eta\mu(5 \cdot 2\pi + \pi - x) = \eta\mu(\pi - x) = \eta\mu x, \text{ το ζητούμενο.}$$

ii. Στον τύπο της συνάρτησης αντικαθιστούμε το $\eta\mu(11\pi - x)$ με $\eta\mu x$, άρα $f(x) = 4\eta\mu x$.

β) Παρατηρούμε πως η $f(x) = 4\eta\mu x$ έχει την μορφή $\rho\eta\mu\omega x$ με $\rho=4$ και $\omega=1$. Άρα η συνάρτηση έχει μέγιστη τιμή 4 και ελάχιστη τιμή -4 με περίοδο 2π . Έχοντας τα παραπάνω χαρακτηριστικά και τον παρακάτω πίνακα τιμών στο διάστημα $[0, 2\pi]$,

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$4\eta\mu x$	0	4	0	-4	0

στο ορθογώνιο σύστημα αξόνων προκύπτει η παρακάτω γραφική παράσταση

