

Θέμα 19

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = 2x^3 + x^2 - 8x - 4$.

α) Να αποδείξετε ότι έχει παράγοντα το $(x - 2)$.

(Μονάδες 9)

β) Να παραγοντοποιήσετε το πολυώνυμο.

(Μονάδες 9)

γ) Να λύσετε την εξίσωση $P(x) = 0$.

(Μονάδες 7)

Λύση

α) Το πολυώνυμο έχει παράγοντα το $(x - 2)$, μόνο όταν $P(2) = 0$.

Πραγματικά,

$$P(2) = 2 \cdot 8 + 4 - 8 \cdot 2 - 4 = 16 + 4 - 16 - 4 = 0$$

οπότε το $(x - 2)$ είναι παράγοντας του πολυωνύμου.

β) Είναι:

$$\begin{aligned} P(x) &= 2x^3 + x^2 - 8x - 4 = 2x^3 - 8x + x^2 - 4 = 2x(x^2 - 4) + (x^2 - 4) \\ &= (x^2 - 4)(2x + 1) = (x - 2)(x + 2)(2x + 1) \end{aligned}$$

γ) Ισχύει:

$$P(x) = 0 \Leftrightarrow (2x + 1)(x - 2)(x + 2) = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2} \text{ ή } x = 2 \text{ ή } x = -2$$

Επομένως η εξίσωση έχει ρίζες τους αριθμούς $-\frac{1}{2}$, 2 και -2 .