

Θέμα 19

Δίνεται η παράσταση $A = \sqrt{x^2 - 6x + 9} + \sqrt{1 - 2x + x^2}$.

α) Να απλοποιήσετε την παράσταση A.

(Μονάδες 6)

Δίνεται επιπλέον $1 \leq x \leq 3$.

β) i. Να δείξετε ότι $A=2$.

(Μονάδες 4)

ii. Να λύσετε την εξίσωση $|x - 3| - |x - 1| = 2$.

(Μονάδες 5)

γ) i. Να σχεδιάσετε στο ίδιο σύστημα αξόνων τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $f(x)=3-x$ και $g(x)=x-1$ για $1 \leq x \leq 3$.

(Μονάδες 6)

ii. Για ποιες τιμές του x είναι $|f(x) - g(x)|=2$.

(Μονάδες 4)

Λύση

α) $A = \sqrt{(x-3)^2} + \sqrt{(x-1)^2} = |x-3| + |x-1|$.

β) i. Από $1 \leq x \leq 3$ έχουμε $|x-3| = -x+3$ και $|x-1| = x-1$,
τότε $A = -x+3+x-1=2$.

ii. $-x+3-x+1=2 \Leftrightarrow -2x+4=2 \Leftrightarrow x=1$.

γ) i. Για την $f(x)=3-x$ για $1 \leq x \leq 3$ προκύπτει ο πίνακας τιμών:

x	y
1	2
3	0

Ομοίως για την $g(x)=x-1$ για $1 \leq x \leq 3$ προκύπτει ο πίνακας τιμών:

x	y
1	0
3	2

Επομένως, στο ίδιο σύστημα αξόνων, έχουμε την παρακάτω γραφική παράσταση:



ii. Από την γραφική παράσταση του ερωτήματος γ) i παρατηρούμε πως $|f(x) - g(x)|=2$ έχουμε για $x=1$ ή $x=3$.