

### Θέμα 17

α) Να βρείτε τις τιμές του πραγματικού αριθμού  $x$  για τις οποίες ορίζεται η παράσταση

$$A = \ln x + \ln(x+6).$$

(Μονάδες 10)

β) Να λύσετε την εξίσωση

$$\ln x + \ln(x+6) = \ln 7.$$

(Μονάδες 15)

### Λύση

α) Η παράσταση  $A$  ορίζεται για τις τιμές του πραγματικού αριθμού  $x$  για τις οποίες ισχύει:

$$\begin{cases} x > 0 \\ \text{και} \\ x+6 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \text{και} \\ x > -6 \end{cases}, \text{ δηλαδή } x > 0.$$

β) Γνωρίζουμε ότι για  $a > 0, a \neq 1$  και  $x_1, x_2 > 0$  ισχύει η ισοδυναμία:

$$\log_a x_1 = \log_a x_2 \Leftrightarrow x_1 = x_2.$$

Οπότε για  $x > 0$  έχουμε:

$$\ln x + \ln(x+6) = \ln 7 \Leftrightarrow$$

$$\ln[x \cdot (x+6)] = \ln 7 \Leftrightarrow$$

$$x \cdot (x+6) = 7 \Leftrightarrow$$

$$x^2 + 6x - 7 = 0 \Leftrightarrow$$

$$(x-1) \cdot (x+7) = 0 \Leftrightarrow$$

$x = 1 > 0$ , που είναι δεκτή ή  $x = -7$  (απορρίπτεται).

Τελικά η λύση της εξίσωσης είναι  $x = 1$ .