

Θέμα 16

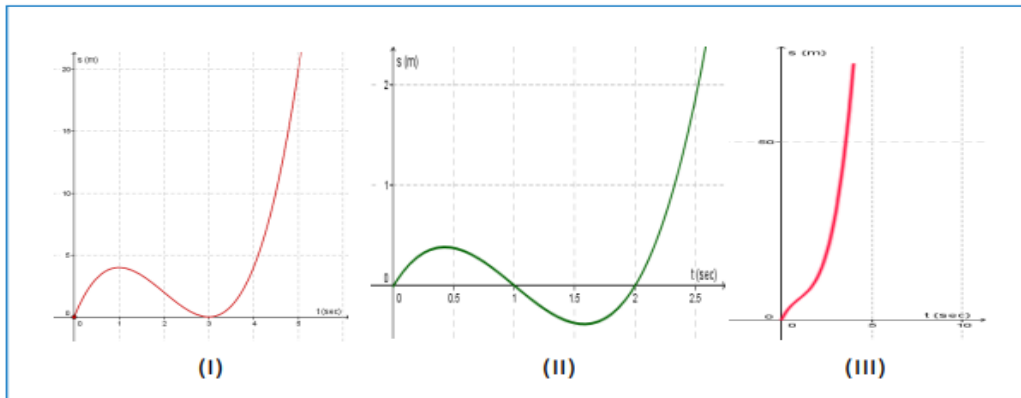
Το διάστημα $S(t)$ σε μέτρα που έχει διανύσει ένα κινητό τη χρονική στιγμή t σε δευτερόλεπτα, δίνεται από τη σχέση: $S(t) = 2t^3 - 6t^2 + 10t$

α) Να βρείτε το διάστημα που έχει διανύσει το κινητό τις χρονικές στιγμές $t = 0$ και $t = 2$.
(Μονάδες 03)

β) Να βρείτε πόσο χρόνο χρειάζεται το κινητό για να διανύσει απόσταση 30 μέτρων.
(Μονάδες 10)

γ) Επειδή το $S(t)$ εκφράζει το διάστημα που διανύει το κινητό, θα πρέπει να είναι πάντα μη αρνητικό. Να αποδείξετε αλγεβρικά αυτόν τον ισχυρισμό.
(Μονάδες 08)

δ) Δίνονται οι γραφικές παραστάσεις τριών πολυωνύμων $S(t)$. Μία από αυτές εκφράζει το διάστημα $S(t)$ της εκφώνησης. Να βρείτε ποια από τις τρεις είναι αυτή, δικαιολογώντας την απάντησή σας.
(Μονάδες 04)



Λύση

α) $S(0) = 0$ (το κινητό βρίσκεται στην αφετηρία) και $S(2) = 2 \cdot 8 - 6 \cdot 4 + 20 = 12$ μέτρα.

β) $S(t) = 30 \Leftrightarrow 2t^3 - 6t^2 + 10t = 30 \Leftrightarrow t^3 - 3t^2 + 5t - 15 = 0$ (1).

Πιθανές ακέραιες ρίζες της (1) είναι οι $\pm 1, \pm 3, \pm 5, \pm 15$. Επειδή ο χρόνος είναι μη αρνητικό φυσικό μέγεθος, πιθανές ρίζες είναι οι 1, 3, 5, 15.

Η τιμή $t = 3$ επαληθεύει την εξίσωση και με τη βοήθεια του σχήματος Horner, έχουμε:

1	-3	5	-15	3
	3	0	15	
1	0	5	0	

Άρα η (1) $\Leftrightarrow (t - 3)(t^2 + 5) = 0 \Leftrightarrow t = 3$.

Επομένως το κινητό θα χρειαστεί 3 δευτερόλεπτα για να διανύσει απόσταση 30 μέτρων.

δ) Με βάση το φυσικό πλαίσιο του προβλήματος, η συνάρτηση $S(t)$ πρέπει να είναι μη αρνητική και σε κανένα χρονικό διάστημα γνήσια φθίνουσα. Επομένως, είναι:

Η (I) είναι μεν μη αρνητική, αλλά δε διατηρεί το ίδιο είδος μονοτονίας.

Η (II) παίρνει και αρνητικές τιμές.

Η (III) είναι μη αρνητική και γνησίως αύξουσα παντού, ως εκ τούτου αποτελεί την ενδεδειγμένη απάντηση.