

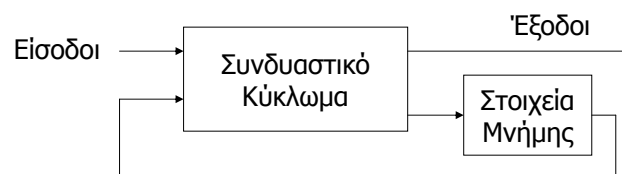


Ψηφιακά Ηλεκτρονικά Ακολουθιακή Λογική

Επιμέλεια Διαφανειών: Δ. Μπακάλης

Πάτρα, Φεβρουάριος 2009

Εισαγωγή



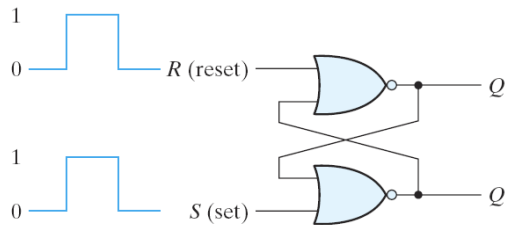
- Κατάσταση Ακολουθιακού Κυκλώματος : περιεχόμενα στοιχείων μνήμης.
- Η έξοδος εξαρτάται από τις εισόδους και την κατάσταση του κυκλώματος.
- Η κατάσταση εξαρτάται από τις εισόδους και την προηγούμενη κατάσταση.

Ακολουθιακά
Κυκλώματα

Σύγχρονα: οι τιμές των σημάτων του αλλάζουν σε διακριτές χρονικές στιγμές (ρολόι).

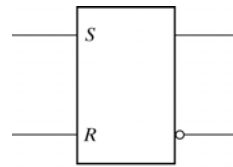
Ασύγχρονα: οι τιμές των σημάτων του αλλάζουν σε οποιαδήποτε χρονική στιγμή (συνδυαστικά κυκλώματα με ανάδραση).

Μανδαλωτής τύπου SR με πύλες NOR

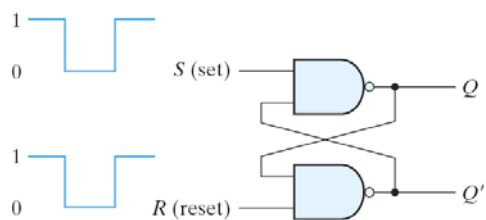


S	R	Q	Q'	
1	0	1	0	
0	0	1	0	(after $S = 1, R = 0$)
0	1	0	1	
0	0	0	1	(after $S = 0, R = 1$)
1	1	0	0	(forbidden)

- Q : κανονική έξοδος
- Q' : συμπληρωματική έξοδος
- R : είσοδος επαναφοράς
- S : είσοδος θέσης

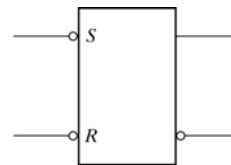


Μανδαλωτής τύπου SR με πύλες NAND

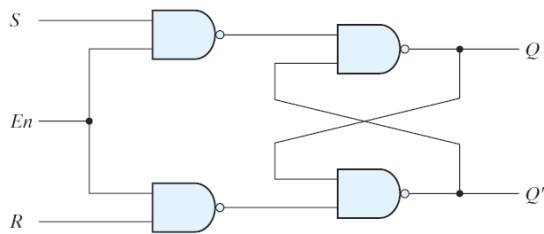


S	R	Q	Q'	
1	0	0	1	
1	1	0	1	(after $S = 1, R = 0$)
0	1	1	0	
1	1	1	0	(after $S = 0, R = 1$)
0	0	1	1	(forbidden)

- Το κύκλωμα λειτουργεί με τις δύο του εισόδους κανονικά στο 1 εκτός αν θέλουμε να αλλάξουμε κατάσταση.
- Με την εφαρμογή ενός στιγμιαίου 0 στην είσοδο θέσης, η έξοδος Q γίνεται 1.
- Με την εφαρμογή ενός στιγμιαίου 0 στην είσοδο επαναφοράς, η έξοδος Q γίνεται 0.



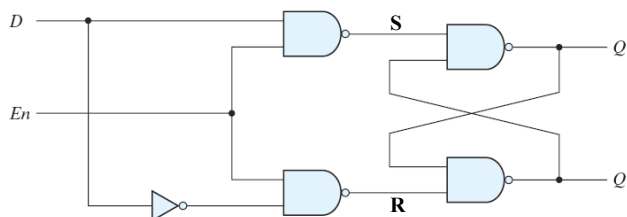
Μανδαλωτής SR με σήμα ελέγχου



En	S	R	Next state of Q
0	X	X	No change
1	0	0	No change
1	0	1	$Q = 0$; reset state
1	1	0	$Q = 1$; set state
1	1	1	Indeterminate

Η λειτουργία του μανδαλωτή τροποποιείται με την τοποθέτηση πρόσθετης εισόδου ελέγχου που καθορίζει πότε μπορεί να αλλάξει η κατάσταση του.

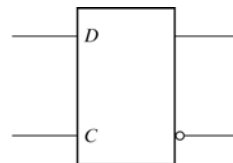
Μανδαλωτής τύπου D



En	D	Next state of Q
0	X	No change
1	0	$Q = 0$; reset state
1	1	$Q = 1$; set state

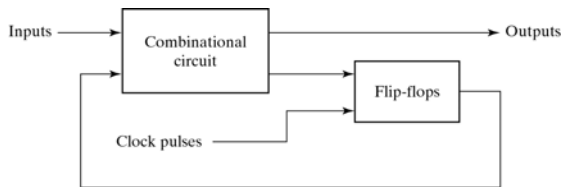
Εξασφαλίζει ότι οι εισοδοι του μανδαλωτή δεν θα πάνε ποτέ στο 1 ταυτόχρονα.

Αποθηκεύει την είσοδο D στο μανδαλωτή.



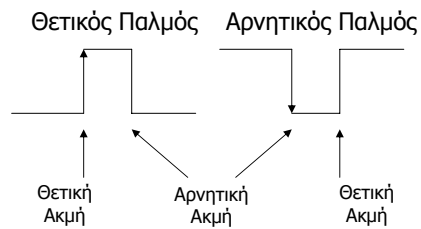
Πυροδότηση των Flip-Flops

Πυροδότηση είναι η αλλαγή κάποιας εισόδου του flip-flop που προκαλεί αλλαγή στην κατάσταση του. Είδη: level sensitive - edge triggered

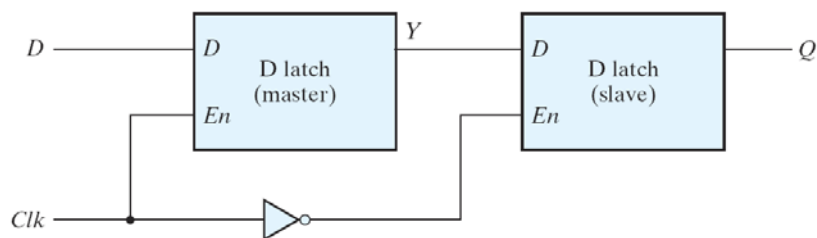


Σε δειγματοληψία με τον παλμό ρολογιού (level) το κύκλωμα μπορεί να οδηγηθεί σε αστάθεια.

Σε δειγματοληψία με την ακμή ρολογιού (edge) το κύκλωμα δεν θα έχει πρόβλημα.

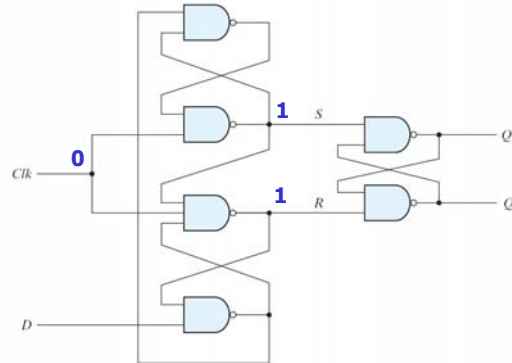


D Flip-Flop Αφέντη-Σκλάβου



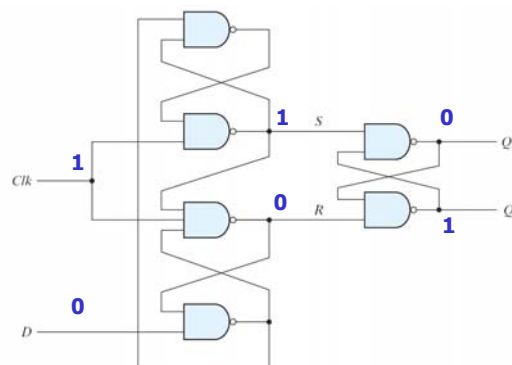
- Το flip flop Αφέντη-Σκλάβου περιέχει δύο απλούς μανδαλωτές.
- Το flip-flop αυτό πυροδοτείται στην αρνητική ακμή του σήματος CLK.
- CLK = 0 → Αφέντης: απενεργοποιημένος, Σκλάβος: ενεργός
- CLK = 1 → Αφέντης: ενεργός, Σκλάβος: απενεργοποιημένος

Ακμοπυροδότητο Flip-Flop τύπου D



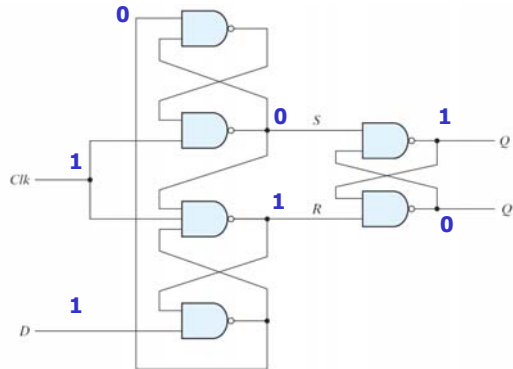
- Αποτελείται ουσιαστικά από τρεις μανδαλωτές SR.
- Πυροδοτείται στη θετική ακμή.
- Όταν CLK=0, τότε S=1, R=1

Ακμοπυροδότητο Flip-Flop τύπου D



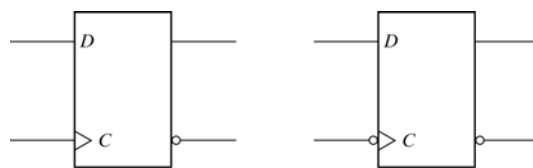
- Όταν CLK=1 και D=0, τότε S=1, R=0.
- Όταν CLK=1 και D=1, τότε S=0, R=1.

Ακμοπυροδότητο Flip-Flop τύπου D



- Όταν στην είσοδο CLK εμφανιστεί θετική μετάβαση, η τιμή του D μεταφέρεται στο Q.
- Η τιμή της εξόδου δεν επηρεάζεται από την τιμή της εισόδου D ούτε στην αρνητική μετάβαση ούτε όταν το CLK είναι σταθερά στο 0 ή στο 1.

Ακμοπυροδότητο Flip-Flop τύπου D

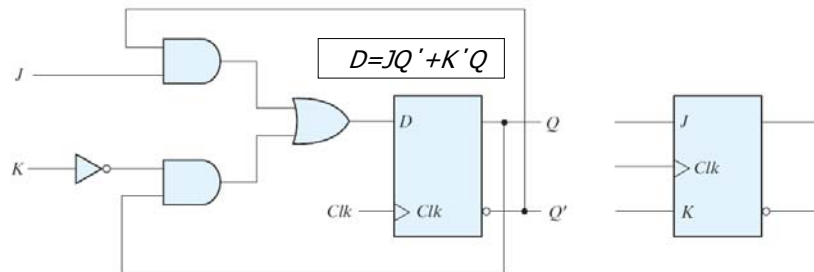


Setup Time: Χρόνος Προετοιμασίας πριν την ακμή πυροδότησης στον οποίο η είσοδος D πρέπει να κρατηθεί σταθερή.

Hold Time: Χρόνος Κρατήματος μετά την ακμή πυροδότησης στον οποίο η είσοδος D πρέπει να κρατηθεί σταθερή.

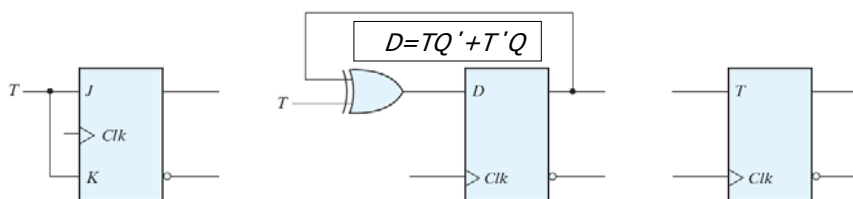
Delay Time: Χρόνος καθυστέρησης διάδοσης, ο χρόνος από την ακμή πυροδότησης μέχρι τη σταθεροποίηση της εξόδου στην καινούρια κατάσταση.

JK Flip-Flop



- Υλοποιεί τρεις λειτουργίες: θέση, επαναφορά και εναλλαγή.
- Όταν $J=0, K=0 \rightarrow D = 0 + Q = Q$
- Όταν $J=0, K=1 \rightarrow D = 0 + 0 = 0$ (επαναφορά)
- Όταν $J=1, K=0 \rightarrow D = Q' + Q = 1$ (θέση)
- Όταν $J=1, K=1 \rightarrow D = Q' + 0 = Q'$ (εναλλαγή)

T Flip-Flop



- Υλοποιεί τη λειτουργία της εναλλαγής με βάση μία είσοδο T.
- Μπορεί να κατασκευαστεί με JK flip-flop.
- Όταν $T=0 \rightarrow (J=K=0) \rightarrow Q(t+1)=Q(t)$
- Όταν $T=1 \rightarrow (J=K=1) \rightarrow Q(t+1)=Q'(t)$ (εναλλαγή)
- Μπορεί να κατασκευαστεί με D flip-flop ($D=T \oplus Q = TQ' + T'Q$).
- Όταν $T=0 \rightarrow D=Q$
- Όταν $T=1 \rightarrow D=Q'$ (εναλλαγή)

Χαρακτηριστικοί πίνακες και εξισώσεις

J	K	$Q(t+1)$	
0	0	$Q(t)$	Αμετάβλητη
0	1	0	Επαναφορά
1	0	1	Θέση
1	1	$Q'(t)$	Συμπλήρωμα

Οι χαρακτηριστικοί πίνακες των flip-flop καθορίζουν την επόμενη κατάσταση του flip-flop ως συνάρτηση των εισόδων και της παρούσας κατάστασης.

D	$Q(t+1)$	
0	0	Επαναφορά
1	1	Θέση

Εναλλακτικά μπορούμε να εκφράσουμε αλγεβρικά τη συμπεριφορά του flip-flop με τις χαρακτηριστικές εξισώσεις:

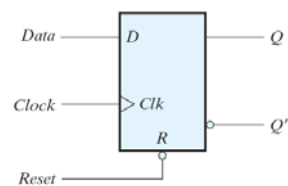
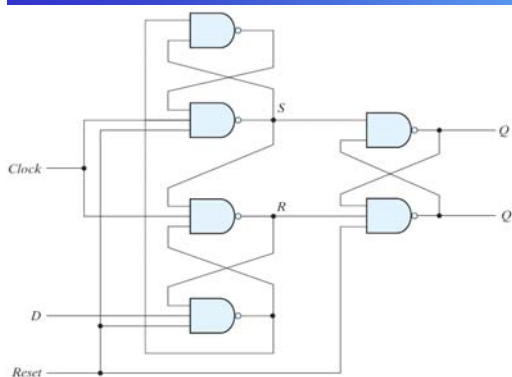
T	$Q(t+1)$	
0	$Q(t)$	Αμετάβλητη
1	$Q'(t)$	Συμπλήρωμα

• JK flip-flop: $Q(t+1) = JQ' + K'Q$

• D flip-flop: $Q(t+1) = D$

• T flip-flop: $Q(t+1) = TQ' + T'Q = T \oplus Q$

Άμεσες εισοδοι



R	Clk	D	Q	Q'
0	X	X	0	1
1	↑	0	0	1
1	↑	1	1	0

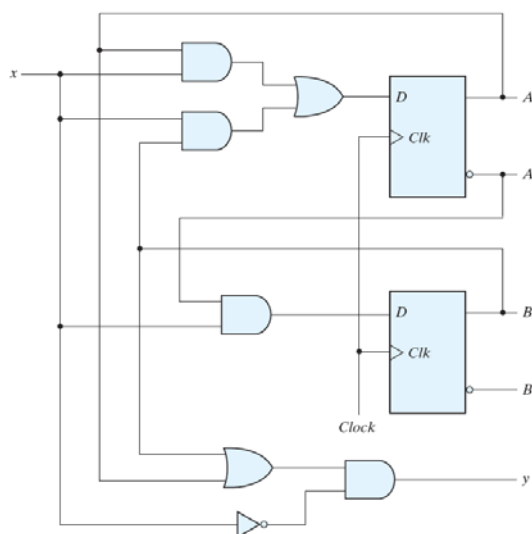
• **Άμεση θέση:** είσοδος ασύγχρονης θέσης του flip-flop.

• **Άμεση επαναφορά:** είσοδος ασύγχρονης επαναφοράς του flip-flop.

Ανάλυση Ακολουθιακών Κυκλωμάτων

Η ανάλυση ενός ακολουθιακού κυκλώματος έγκειται στην εύρεση ενός πίνακα ή διαγράμματος για τη χρονική ακολουθία εισόδων, εξόδων και εσωτερικών καταστάσεων.

Εξισώσεις κατάστασης και εξόδων



Εξισώσεις κατάστασης

$$A(t+1) = A(t)x(t) + B(t)x(t)$$

$$B(t+1) = A'(t)x(t)$$

$$A(t+1) = Ax + Bx$$

$$B(t+1) = A'x$$

Εξίσωση εξόδου

$$y(t) = (A+B)x'$$

Πίνακας Καταστάσεων

$$A(t+1) = Ax + Bx$$

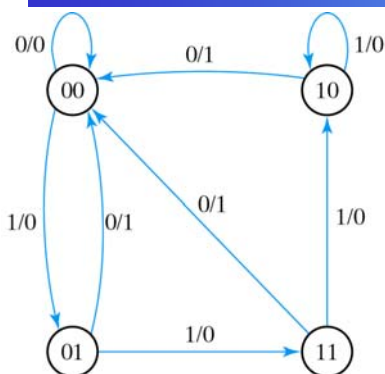
$$B(t+1) = A'x$$

$$y(t) = (A+B)x'$$

Παρούσα κατάσταση		Είσοδος x	Επόμενη κατάσταση		Έξοδος y
A	B		A	B	
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	0
0	1	0	0	0	1
0	1	1	1	1	0
1	0	0	0	0	1
1	0	1	1	0	0
1	1	0	0	0	1
1	1	1	1	0	0

Παρούσα κατάσταση AB	Επόμενη κατάσταση		Έξοδος	
	$x=0$	$x=1$	$x=0$	$x=1$
	AB	AB	y	y
00	00	01	0	0
01	00	11	1	0
10	00	10	1	0
11	00	10	1	0

Διάγραμμα Καταστάσεων

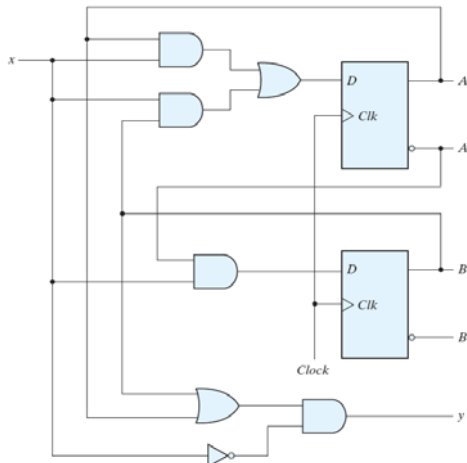


Οι πληροφορίες που περιέχονται στον πίνακα καταστάσεων μπορούν να παρασταθούν σχηματικά με το διάγραμμα καταστάσεων.

Παρούσα κατάσταση AB	Επόμενη κατάσταση		Έξοδος	
	$x=0$	$x=1$	$x=0$	$x=1$
	AB	AB	y	y
00	00	01	0	0
01	00	11	1	0
10	00	10	1	0
11	00	10	1	0

Εξισώσεις εισόδου των Flip Flops

Ένα ακολουθιακό κύκλωμα μπορεί να περιγραφεί από τις εξισώσεις εξόδου καθώς και τις εξισώσεις εισόδων των flip flops.



Εξίσωση εισόδου flip-flop:

$$D_A = Ax + Bx$$

$$D_B = A'x$$

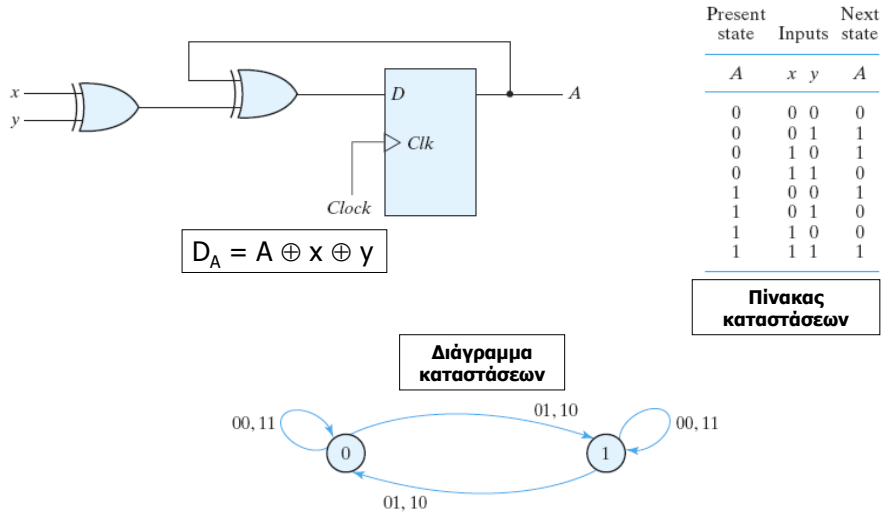
Εξίσωση εξόδου:

$$y = (A + B)x'$$

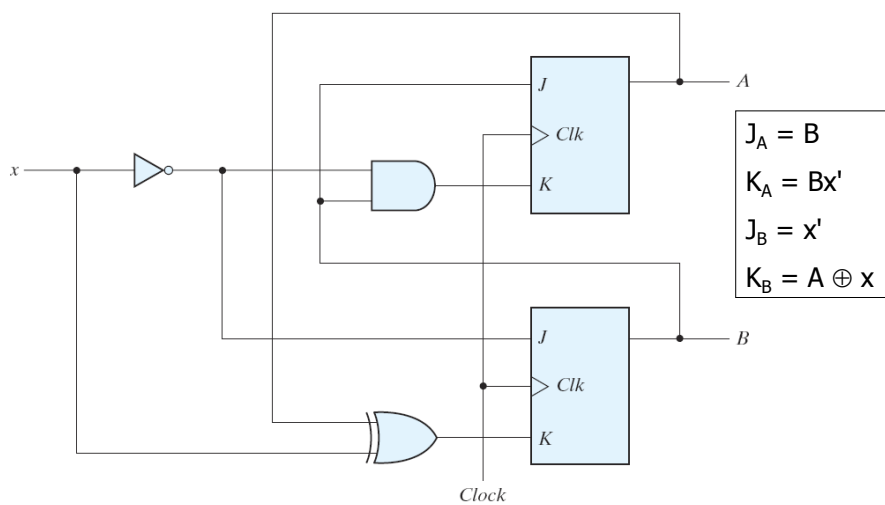
Ανάλυση Ακολουθιακού Κυκλώματος

1. Προσδιορίζουμε τις εξισώσεις εισόδου των flip-flop και τις εξισώσεις εξόδων ως συνάρτηση της παρούσας κατάστασης και των μεταβλητών εισόδου του κυκλώματος.
2. Για κάθε δυνατό συνδυασμό παρούσας κατάστασης και μεταβλητών εισόδου, προσδιορίζουμε στον πίνακα καταστάσεων τις δυαδικές τιμές κάθε εξίσωσης εισόδου flip flop και κάθε εξίσωσης εξόδου.
3. Χρησιμοποιούμε τον χαρακτηριστικό πίνακα για τον καθορισμό της επόμενης κατάστασης.

Παράδειγμα 1: Ακολουθιακό κύκλωμα με D FFs



Παράδειγμα 2: Ακολουθιακό κύκλωμα με JK FFs



Παράδειγμα 2: Ακολουθιακό κύκλωμα με JK FFs

Παρούσα κατάσταση		Είσοδος	Είσοδοι των flip-flops			
A	B	x	JA	KA	JB	KB
0	0	0	0	0	1	0
0	0	1	0	0	0	1
0	1	0	1	1	1	0
0	1	1	1	0	0	1
1	0	0	0	0	1	1
1	0	1	0	0	0	0
1	1	0	1	1	1	1
1	1	1	1	0	0	0

$$J_A = B$$

$$K_A = Bx'$$

$$J_B = x'$$

$$K_B = A \oplus x$$

Παράδειγμα 2: Ακολουθιακό κύκλωμα με JK FFs

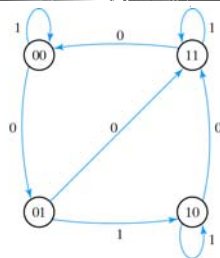
Παρούσα κατάσταση		Είσοδος	Επόμενη κατάσταση		Είσοδοι των flip-flops			
A	B	x	A	B	JA	KA	JB	KB
0	0	0	0	1	0	0	1	0
0	0	1	0	0	0	0	0	1
0	1	0	1	1	1	1	1	0
0	1	1	1	0	1	0	0	1
1	0	0	1	1	0	0	1	1
1	0	1	1	0	0	0	0	0
1	1	0	0	0	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	0	0	0

$$J_A = B$$

$$K_A = Bx'$$

$$J_B = x'$$

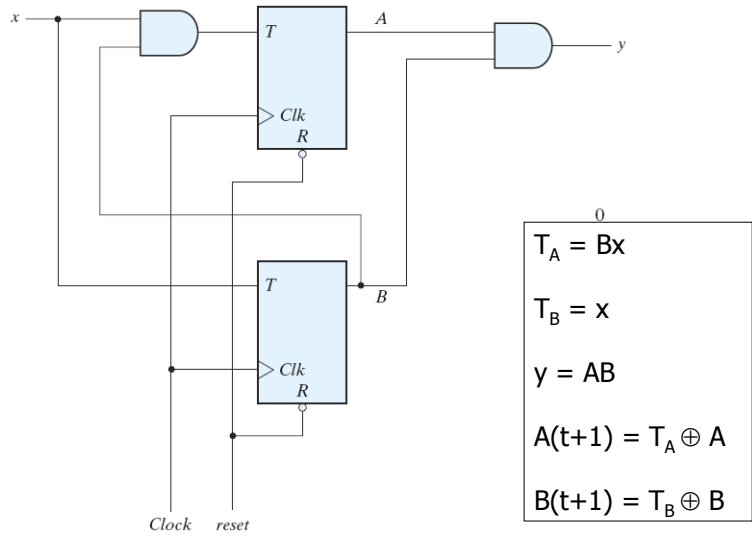
$$K_B = A \oplus x$$



JK Flip-Flop

J	K	Q(t+1)
0	0	Q(t) Αμετάβλητη
0	1	0 Επαναφορά
1	0	1 Θέση
1	1	Q'(t) Συμπλήρωμα

Παράδειγμα 3: Ακολουθιακό κύκλωμα με T FFs



Παράδειγμα 3: Ακολουθιακό κύκλωμα με T FFs

Παρούσα κατάσταση		Είσοδος <i>x</i>	Επόμενη κατάσταση		Έξοδος <i>y</i>
<i>A</i>	<i>B</i>		<i>A</i>	<i>B</i>	
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	0
0	1	0	0	1	0
0	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	0
1	0	1	1	1	0
1	1	0	1	1	1
1	1	1	0	0	1

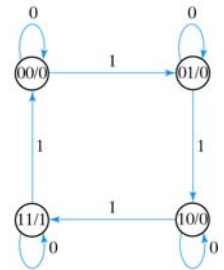
$$T_A = Bx$$

$$T_B = x$$

$$y = AB$$

$$A(t+1) = T_A \oplus A$$

$$B(t+1) = T_B \oplus B$$



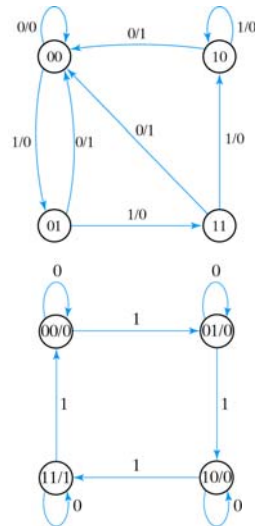
Μοντέλα Mealy και Moore

Mealy μοντέλο:

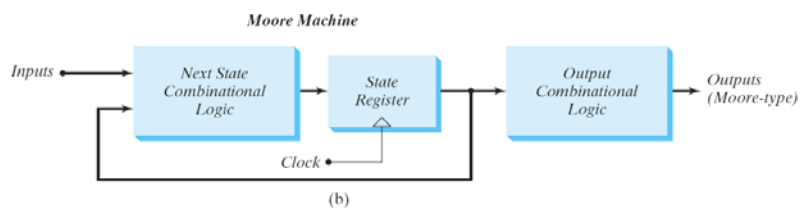
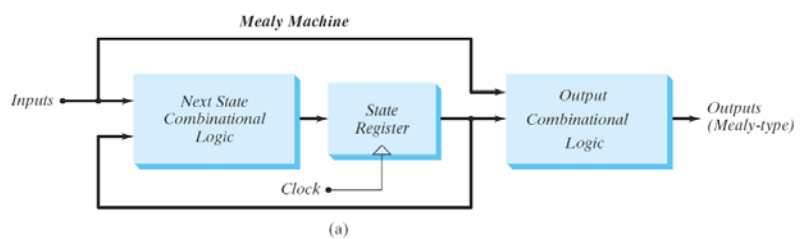
Οι έξοδοι είναι συναρτήσεις της παρούσας κατάστασης και των εισόδων.

Moore μοντέλο:

Οι έξοδοι είναι συναρτήσεις της παρούσας κατάστασης μόνο. Στο διάγραμμα καταστάσεων συνήθως δεν γράφονται οι έξοδοι αφού είναι ουσιαστικά οι εσωτερικές καταστάσεις.



Μοντέλα Mealy και Moore



Κωδικοποίηση Καταστάσεων

Σε κυκλώματα που δεν μας ενδιαφέρουν οι εσωτερικές καταστάσεις (οι εξοδοί δεν οδηγούνται κατευθείαν από αυτές) μπορούμε να τις κωδικοποιήσουμε με δυαδικά ψηφία όπως θέλουμε για να ελαχιστοποιήσουμε το κόστος του κυκλώματος.

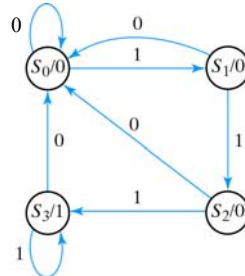
Κατάσταση	Κωδικοπ. 1	Κωδικοπ. 2	Κωδικοπ. 3
<i>a</i>	001	000	000
<i>b</i>	010	010	100
<i>c</i>	011	011	010
<i>d</i>	100	101	101
<i>e</i>	101	111	011

Παρούσα κατάσταση	Επόμενη κατάσταση		Έξοδος	
	$x = 0$	$x = 1$	$x = 0$	$x = 1$
001	001	010	0	0
010	011	100	0	0
011	001	100	0	0
100	101	100	0	1
101	001	100	0	1

Μέθοδος Σχεδίασης

1. Περιγράφουμε φραστικά/με διάγραμμα καταστάσεων-χρονισμού την επιθυμητή συμπεριφορά του κυκλώματος.
2. Κωδικοποιούμε τις καταστάσεις.
3. Βρίσκουμε τον Πίνακα Καταστάσεων.
4. Διαλέγουμε τι flip flop θα χρησιμοποιήσουμε.
5. Υπολογίζουμε τις απλοποιημένες εξισώσεις των εισόδων των flip flops και τις εξισώσεις των εξόδων.
6. Σχεδιάζουμε το συνδυαστικό μέρος του κυκλώματος και το λογικό διάγραμμα του ακολουθιακού κυκλώματος.

Παράδειγμα Σχεδίασης με D FFs



Παρούσα κατάσταση		Είσοδος x	Επόμενη κατάσταση		Έξοδος y
A	B		A	B	
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	0
0	1	0	0	0	0
0	1	1	1	0	0
1	0	0	0	0	0
1	0	1	1	1	0
1	1	0	0	0	1
1	1	1	1	1	1

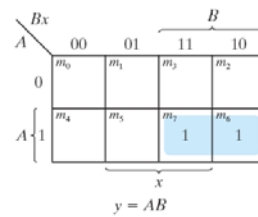
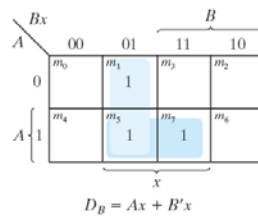
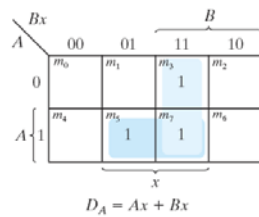
Παράδειγμα Σχεδίασης με D FFs

Παρούσα κατάσταση		Είσοδος x	Επόμενη κατάσταση		Έξοδος y
A	B		A	B	
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	0
0	1	0	0	0	0
0	1	1	1	0	0
1	0	0	0	0	0
1	0	1	1	1	0
1	1	0	0	0	1
1	1	1	1	1	1

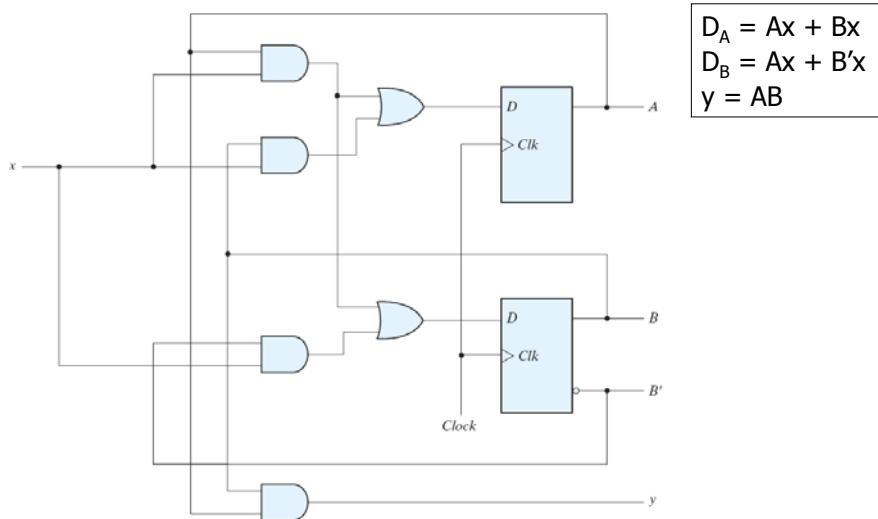
$$A(t+1) = D_A$$

$$B(t+1) = D_B$$

$Q(t)$	$Q(t+1)$	D
0	0	0
0	1	1
1	0	0
1	1	1



Παράδειγμα Σχεδίασης με D FFs



Πίνακες Διέγερσης των flip flops

Πίνακας Διέγερσης (Excitation Table): Πίνακας που δίνει τις απαιτούμενες εισόδους για ορισμένη αλλαγή της κατάστασης.

$Q(t)$	$Q(t+1)$	J	K
0	0	0	X
0	1	1	X
1	0	X	1
1	1	X	0

(β) JK

$Q(t)$	$Q(t+1)$	T
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

(δ) T

$Q(t)$	$Q(t+1)$	D
0	0	0
0	1	1
1	0	0
1	1	1

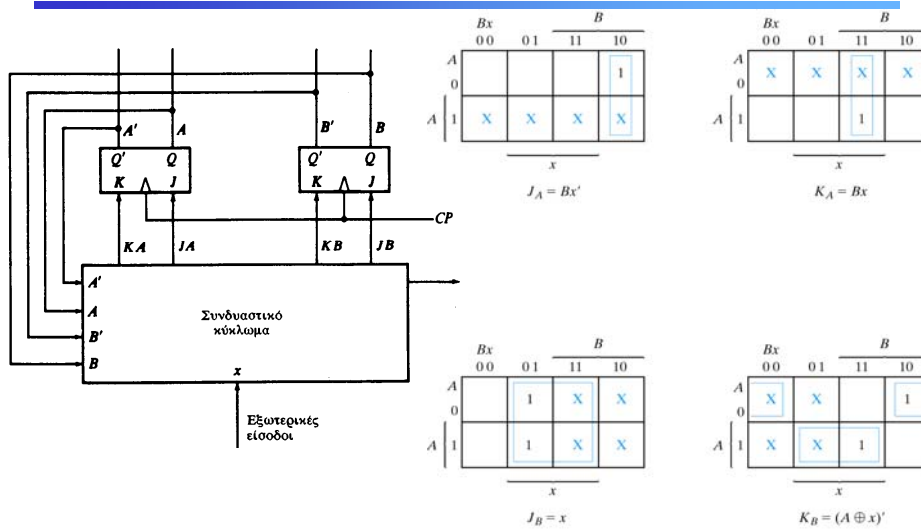
(γ) D

Παράδειγμα Σχεδίασης με JK FFs

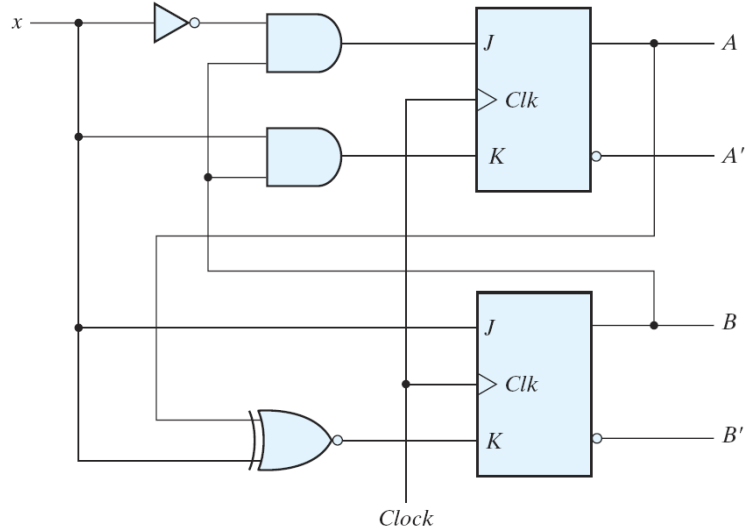
Είσοδοι του συνδυαστικού κυκλώματος			Επόμενη κατάσταση	Έξοδοι του συνδυαστικού κυκλώματος				
Παρούσα κατάσταση	Είσοδος			Είσοδοι των flip-flop				
	A	B		x	JA	KA	JB	KB
0	0	0	0	0	0	X	0	X
0	0	1	0	1	0	X	1	X
0	1	0	1	0	1	X	X	1
0	1	1	0	1	0	X	X	0
1	0	0	1	0	X	0	0	X
1	0	1	1	1	1	0	1	X
1	1	0	1	1	1	0	X	0
1	1	1	0	0	0	X	1	X

Q(t)	Q(t + 1)	J	K
0	0	0	X
0	1	1	X
1	0	X	1
1	1	X	0

Παράδειγμα Σχεδίασης με JK FFs



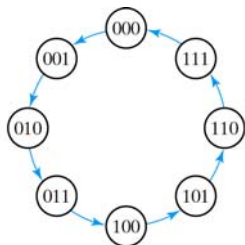
Παράδειγμα Σχεδίασης με JK FFs



Σχεδίαση Μετρητών

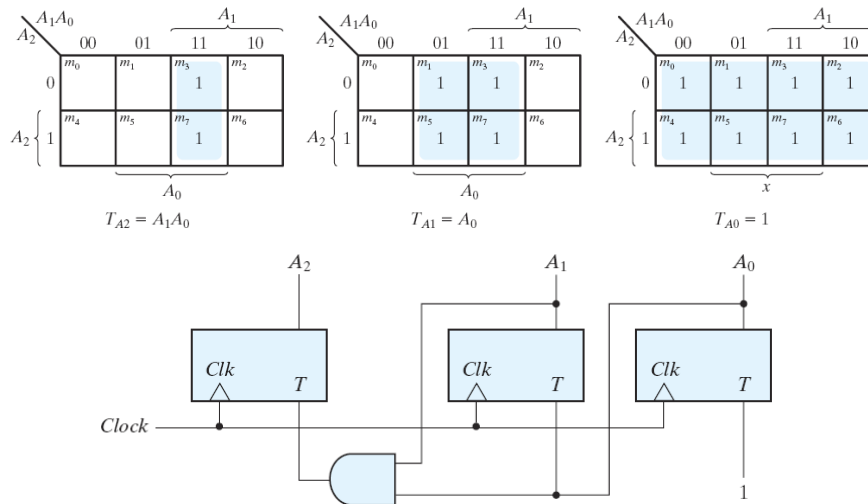
Ένα ακολουθιακό κύκλωμα που περνάει από μία προδιαγεγραμμένη ακολουθία καταστάσεων με απλούς παλμούς ονομάζεται μετρητής.

Παράδειγμα: Δυαδικός μετρητής 3 bit



Παρούσα κατάσταση			Επόμενη κατάσταση			Είσοδος flip-flop		
A_2	A_1	A_0	A_2	A_1	A_0	TA_2	TA_1	TA_0
0	0	0	0	0	1	0	0	1
0	0	1	0	1	0	0	1	1
0	1	0	0	1	1	0	0	1
0	1	1	1	0	0	1	1	1
1	0	0	1	0	1	0	0	1
1	0	1	1	1	0	0	1	1
1	1	0	1	1	1	0	0	1
1	1	1	0	0	0	1	1	1

Παράδειγμα με T FFs



Βιβλιογραφία

1. Ψηφιακή Σχεδίαση (3^η έκδοση), Μ. Morris Mano, Εκδόσεις Παπασωτηρίου, 2005
2. Ψηφιακή Σχεδίαση Αρχές και Πρακτικές, J. Wakerly, Εκδόσεις Κλειδάριθμος, 2002
3. Digital Design (4th edition), Μ. Morris Mano & Μ. Ciletti, Pearson Prentice Hall, 2007