ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ΄ ΤΑΞΗΣ

ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΕΠΑΛ (ΟΜΑΔΑ Α΄)

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ:	***23 – 05 – 2013***
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:	***ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι***

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Θεωρία σχολικού βιβλίου σελ. 234

Α2. **α) Σ** **β) Σ** **γ) Λ** **δ) Λ** **ε) Σ**

Α3.

α) $\int_{\alpha}^{\beta}\eta\mu x\,dx=\left[-\sigma\upsilon\nu x\right]_{\alpha}^{\beta}=\sigma\upsilon\nu\alpha-\sigma\upsilon\nu\beta.$

β) $(c\cdot f)'(x)=c\cdot f'(x)$

γ) $\left(x^{\alpha}\right)'(x)=\alpha\cdot x^{\alpha-1}$

ΘΕΜΑ Β

Β1 $\lim\limits_{x\to1^-}f(x)=\lim\limits_{x\to1^-}\left(\alpha^2x+\ln x\right)=\alpha^2\cdot1+\ln1=\alpha^2$

Β2 $\lim\limits_{x\to1^+}f(x)=\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{x^2-x}{\sqrt{x+3}-2}\overset{\frac{0}{0}}{=}\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{\left(x^2-x\right)\cdot\left(\sqrt{x+3}+2\right)}{\left(\sqrt{x+3}-2\right)\cdot\left(\sqrt{x+3}+2\right)}=\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{x\cdot(x-1)\cdot\left(\sqrt{x+3}+2\right)}{\sqrt{x+3}^{\,2}-2^2}$

$\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{x\cdot(x-1)\cdot\left(\sqrt{x+3}+2\right)}{x+3-4}=\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{x\cdot\cancel{(x-1)}\cdot\left(\sqrt{x+3}+2\right)}{\cancel{x-1}}\lim\limits_{x\to1^+}\left[x\cdot\left(\sqrt{x+3}+2\right)\right]=4$

Β3 Για να είναι η f συνεχής στο $x_0=1$ θα πρέπει: $\lim\limits_{x\to1^+}f(x)=\lim\limits_{x\to1^-}f(x)$ επομένως

θα πρέπει: $\alpha^2=4\Leftrightarrow\boxed{\alpha=2}$ ή $\boxed{\alpha=-2}$

φροντιστήρια πουκαμισάς

ΘΕΜΑ Γ

Γ1

x_i	v_i	$f_i\%$	$x_i \cdot v_i$
6	25	***50***	***150***
10	17	***34***	***170***
15	6	***12***	***90***
20	2	***4***	***40***
ΣΥΝΟΛΟ	***50***	***100***	***450***

Με τη βοήθεια του τύπου $f_i = \frac{v_i}{v}$ υπολογίζουμε τη στήλη του $f_i\%$.

Ξέρουμε ότι $v_1 + v_2 + v_3 + v_4 = v$, επομένως $25 + 17 + 6 + 2 = v \Leftrightarrow \boxed{v = 50}$

Γ2 $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{4} x_i \cdot v_i}{v} = \frac{450}{50} = 9$

Γ3 $f_1\% + f_2\% = 50\% + 34\% = 84\%$

Γ4 $s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{4} (x_i - \bar{x})^2 \cdot v_i}{v} = \frac{(6-9)^2 \cdot 25 + (10-9)^2 \cdot 17 + (15-9)^2 \cdot 6 + (20-9)^2 \cdot 2}{50} =$

$= \frac{3^2 \cdot 25 + 1^2 \cdot 17 + 6^2 \cdot 6 + 11^2 \cdot 2}{50} = \frac{225 + 17 + 216 + 242}{50} = \frac{700}{50} = 14$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1 $f(x) = (x-2)^2 \cdot (x+\alpha),\ x \in \mathbb{R},\ \alpha \in \mathbb{R}$

Παραγωγίζουμε την f και έχουμε:

$f'(x) = \left[(x-2)^2 \cdot (x+\alpha)\right]' = \left[(x-2)^2\right]' \cdot (x+\alpha) + (x-2)^2 \cdot (x+\alpha)' = 2 \cdot (x-2) \cdot (x-2)' \cdot (x+\alpha) + (x-2)^2 =$

$2 \cdot (x-2) \cdot 1 \cdot (x+\alpha) + (x-2)^2 = 2 \cdot (x-2) \cdot (x+\alpha) + (x-2)^2 = (x-2)(2x + 2\alpha + x - 2) \Leftrightarrow$

$f'(x) = (x-2)(3x + 2\alpha - 2)$

Δ2 Αφού η f παρουσιάζει ακρότατο στο $x_0=4$,θα πρέπει $f'(4)=0$

$$(4-2)\cdot(3\cdot4+2\alpha-2)=0 \Leftrightarrow 2\alpha+10=0 \Leftrightarrow \boxed{\alpha=-5}$$

Δ3 Για $\alpha=-5$ έχουμε ότι η συνάρτηση f είναι η : $f(x)=(x-2)^2(x-5)$ **και η** αντίστοιχη παράγωγος της: $f'(x)=(x-2)(3x-12)$

$$f'(x)=0 \Leftrightarrow 3(x-2)(x-4)=0 \Leftrightarrow x-2=0 \text{ ή } x-4=0 \Leftrightarrow \boxed{x=2} \text{ ή } \boxed{x=4}$$

x	-∞		2		4		+∞
f ‘		+	0	-	0	+	
f		↗		↘		↗	

Η f είναι γνησίως αύξουσα στα (-∞,2] και [4, +∞)

Η f είναι γνησίως φθίνουσα στο [2,4]

Η f εμφανίζει τοπικό μέγιστο στο $x_1=2$, το f(2)=0

Η f εμφανίζει τοπικό ελάχιστο στο $x_2=4$, το f(4)=-4

Δ4 Είναι $g(x)=h(x) \Leftrightarrow g(x)-h(x)=0 \Leftrightarrow 3x^2-18x+24=0 \Leftrightarrow x^2-6x+8=0$

$$\Leftrightarrow (x-2)(x-4)=0 \Leftrightarrow \boxed{x=2} \text{ ή } \boxed{x=4}$$

x	-∞		2		4		+∞
$3x^2$-18x+24		+	0	-	0	+	

Άρα $g(x)-h(x)<0$ στο [2,4]

$$E(\Omega)=\int_2^4 |g(x)-h(x)|dx=-\int_2^4 (g(x)-h(x))dx=$$

$$=-\int_2^4(3x^2-18x+24)dx=-\left[x^3-9x^2+24x\right]_2^4=-\left[\left(4^3-9\cdot4^2 24\cdot4\right)-\left(2^3-9\cdot2^2 24\cdot2\right)\right]=-(16-20)=4\text{τμ}$$