

1

ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>

$$G(s) = \frac{K [(s+\mu)^2 + b^2]}{(s+5)^3 (s+9)^q}$$

α) Μικρότερη δυνατή ακέραια τιμή του  $q$  &  $\mu, b = ?$  ( $\mu > 0, b > 0$ ) έτσι ώστε

- α)  $\zeta_b = -8$  σύμφωνα με τον  $K'$   
 β)  $\varphi = 0,50$  για  $K = 8,789$

β) Μεγαλύτερη δυνατή τιμή του  $\mu$  για να μην υπάρχει το βύσμα ή να εξασθενήσει  $K > 0$ .

ΛΥΣΗ

$$G(s) = \frac{K (s+\mu+bj)(s+\mu-bj)}{(s+5)^3 (s+9)^q}$$

$$\frac{3}{s+5} + \frac{q}{s+9} = \frac{1}{s+\mu+bj} + \frac{1}{s+\mu-bj}$$

2

$$-1 + q = \frac{1}{(\mu - 8) + bj} + \frac{1}{(\mu - 8) - bj} \Rightarrow$$

$$q - 1 = \frac{2\mu - 16}{(\mu - 8)^2 + b^2} \quad \Sigma \chi \tau \beta \gamma (1)$$

Για  $k = 8,789$   $\epsilon' \epsilon_p = 0,50 = \frac{1}{2}$

Example:

$$\epsilon_p = \frac{1}{1 + k_p} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2 = k_p + 1 \Rightarrow$$

$$k_p = 1, \quad \text{Αρα } k_p = \lim_{s \rightarrow 0} G(s) \Rightarrow$$

$$k_p = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{k [(s + \mu)^2 + b^2]}{(s + 5)^3 (s + 9)^2} = \frac{8,789 (\mu^2 + b^2)}{5^3 \cdot 9^2} \rightarrow$$

$$k_p = 1 = \frac{8,789 (\mu^2 + b^2)}{5^3 \cdot 9^2} \quad \Sigma \chi \tau \beta \gamma (2)$$

3

Για  $q=0$   $16 \times 5^3 (s+9)^{q=0} = 1$ . Άρα  
 απορρίπτεται η περίπτωση  $q=0$

Για  $q=1$  από την σχέση (1):

$$0 = \frac{2y-16}{(y-8)^2 + 6^2} \Rightarrow 2y-16=0 \Rightarrow$$

$$2y=16 \Rightarrow \boxed{y=8}$$

Άρα:  $\frac{8,789 (8^2 + 6^2)}{5^3 \cdot 9} = 1 \Rightarrow$

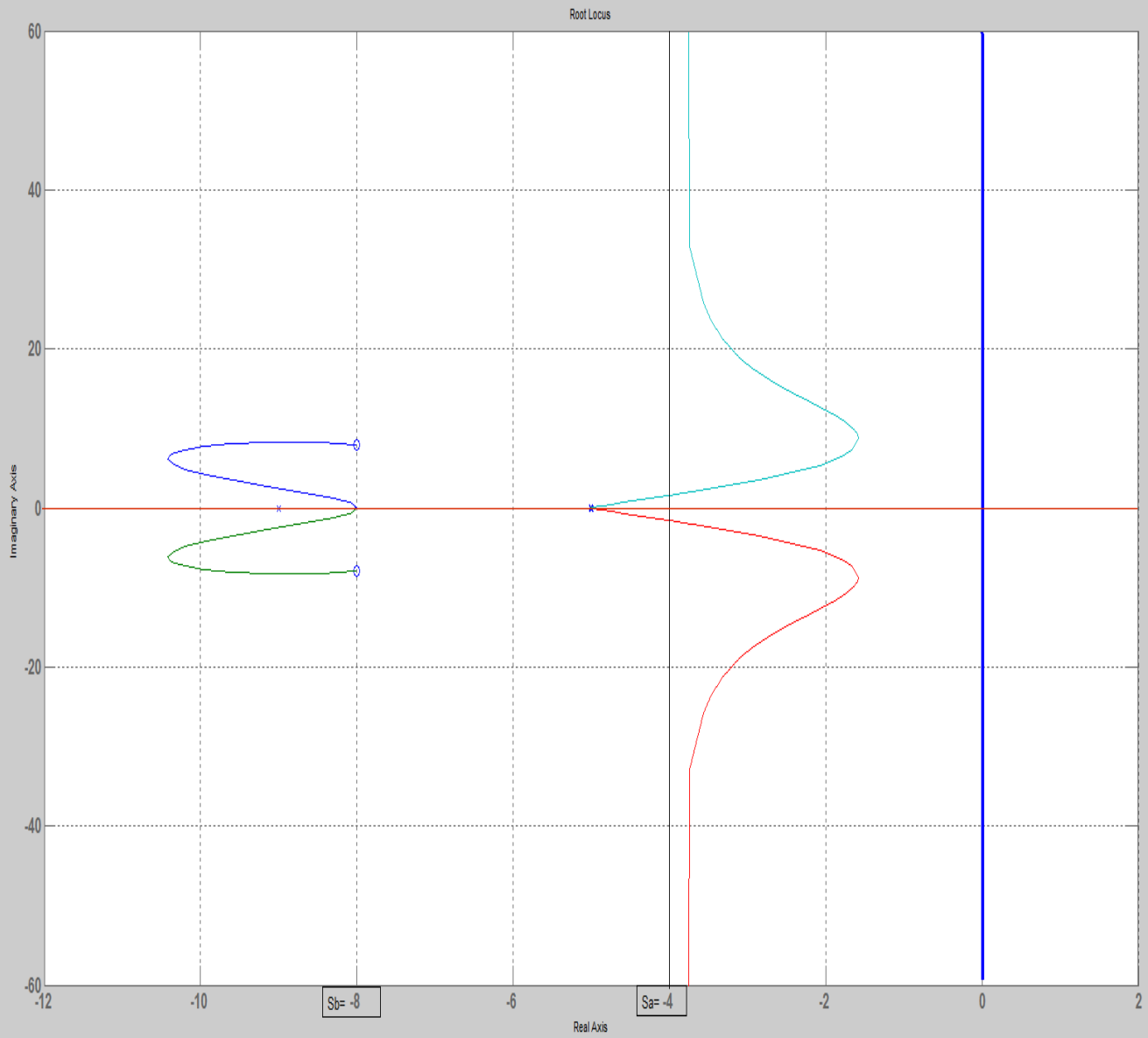
$$8^2 + 6^2 = \frac{5^3 \cdot 9}{8,789} = 128 \Rightarrow 6^2 = 64 \Rightarrow$$

$$\boxed{6=8}$$

$$G(s) = \frac{K (s+8+8j) (s+8-8j)}{(s+5)^3 (s+9)}$$

Σχ. Διαγράμ. Γ. Π. για  $\rightarrow$

# ΘΕΜΑΤΑ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ Α' ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗΣ 2012



5

β) πρώτιστα:

Για να είναι το σύστημα κ/ήσεων  
 βρόχων ένοστη  $\forall k > 0$ , πρέπει να  
 ισχύουν οι παρακάτω σχέσεις:

$$y - u = 2 \quad \text{κ' } S_a < 0$$

Το  $y - u = 2$  ισχύει, γιατί  $y = 4$  κ'  
 $u = 2$ . Συνεπώς

$$S_a = \frac{-5 - 5 - 5 - 9 + \cancel{y+9} + \cancel{y-9}}{y - u = 2} < 0$$

$$-24 + 2y < 0 \Rightarrow \boxed{y < 12}$$

Η μεγαλύτερη δυνατή τιμή του  $y = 11$   
 €261 ισχύει το σύστημα να είναι  
 ένοστη  $\forall k > 0$

ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>

6

$$G(s) = \frac{K(0,10s+1)}{s^2(0,025s+1)^2}$$

(ΠΡΟΔΙΑΓΡΑΦΕΣ)

$$\epsilon_a = 0,0025$$

$$\varphi_{\text{πφ}} \geq 45^\circ$$

$$\epsilon_a = \frac{1}{K_{ac}} = \frac{1}{\lim_{s \rightarrow 0} s^2 \frac{K(0,10s+1)}{s^2(0,025s+1)^2}} \Rightarrow$$

$$\epsilon_a = \frac{1}{K} = \frac{1}{400} \Rightarrow \boxed{K = 400}$$

Bode Μέγαν - φάση

$$G(j\omega) = \frac{400 \left(1 + \frac{j\omega}{10}\right)}{(j\omega)^2 \left(1 + \frac{j\omega}{40}\right)^2}$$

$$G(\omega)_{db} = 20 \log 400 \overset{(-40db) \text{ κλίση}}{-40 \log |j\omega|} + 20 \log \left|1 + \frac{j\omega}{10}\right| \overset{(-20db) \text{ κλίση}}{-} 40 \log \left|1 + \frac{j\omega}{40}\right| \overset{(-60db) \text{ κλίση}}{-}$$

$\omega_1=0,1 \quad \omega_2=10 \quad \omega_3=40$

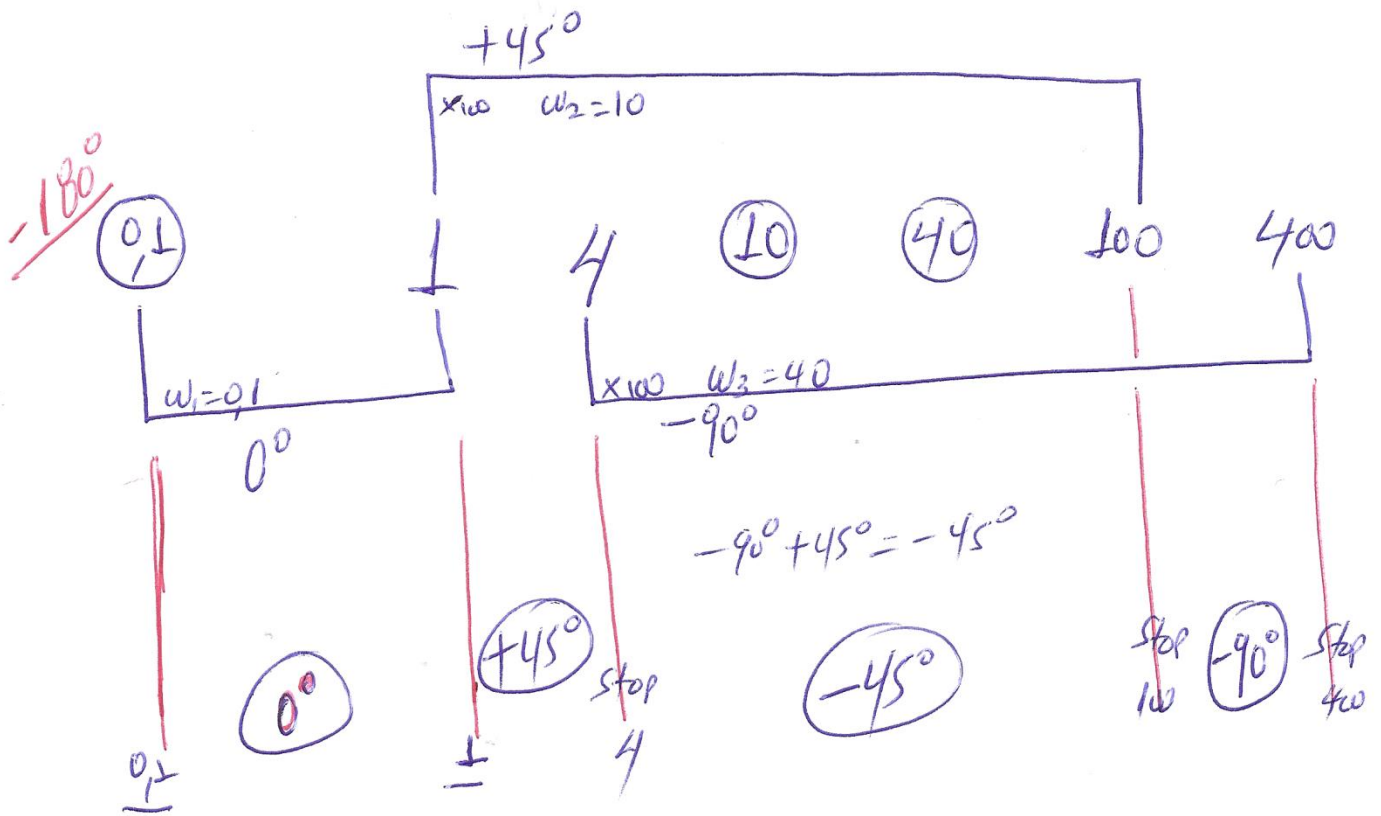
Αρχικό gain db:  $20 \log 400 \overset{52db}{+} 400db = \underline{\underline{92db}}$

Πινακίδα	Συν	Κατα
$\omega=0,1$ 1	$\times 10 = 1$ -40db	Stop 10
$\omega=10$ 2	$\times 10 = 100$ -20db	40
$\omega=40$ 3	$\times 10 = 400$ -60db	400

7

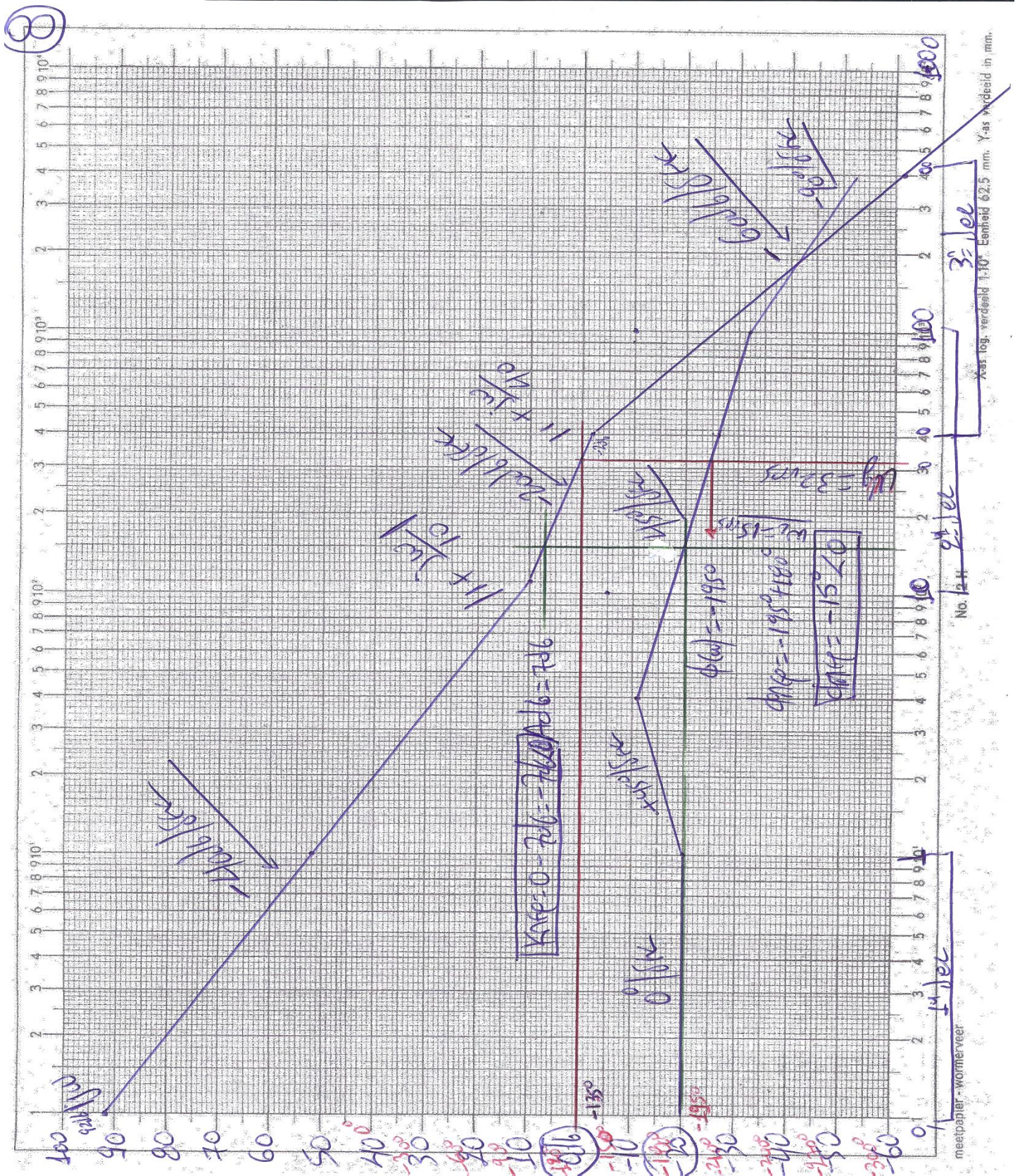
Φάση:

$$\varphi(\omega) = \underbrace{-180^\circ}_{\substack{\downarrow \\ \omega_1=0.1}} + \underbrace{2 \times 45^\circ}_{\substack{\uparrow \\ \omega_2=10}} - \underbrace{2 \times 90^\circ}_{\substack{\downarrow \\ \omega_3=40}}$$



Αρχικό βήμα φάσης  $\rightarrow$   $-180^\circ$

**ΘΕΜΑΤΑ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ Α' ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗΣ 2012**





$k_{\text{ηφ}} = -70 < 0$      $k'_{\text{ηφ}} = -15^\circ < 0$     (9)  
 Συμπεραίνει ότι το σύστημα είναι αβωδία.  
 Επιλέγουμε αντισωθική βάρδα Α.Π.φ, έτσι ώστε  
 βελτιώσουμε την ευρωθία του και να μη γίνει  
 φε την επιθυμητή τιμή του  $\phi_{\text{ηφ}} \geq 45^\circ$ .

Α.Π.φ

$$\boxed{\phi_{\text{max}} = \phi_{\text{ηφ}}_{\text{ΔΙΗΜΕΡΑΙ}} - \phi_{\text{ηφ}}_{\text{ΔΙΑΦ.}} + 3^\circ} \Rightarrow$$

$$\phi_{\text{max}} = 45^\circ - (-15^\circ) + 3^\circ = 63^\circ$$

$$\eta_{\phi_{\text{max}}} = \frac{\beta - 1}{\beta + 1} \Rightarrow \eta_{63^\circ} (\beta + 1) = \beta - 1 \Rightarrow$$

$$0,891\beta + 0,891 = \beta - 1 \Rightarrow 0,109\beta = 1,891 \Rightarrow \beta = 17,34$$

Δε παρατηρούμε η βελτιωτική  $\beta < 10$  (κέρδος  
 Αντισωθικής). Συνεπώς θα κάνουμε δυνάμεις Αντι-  
 βελτιωτική.

Επιλέγουμε  $\phi_{\text{ηφ}} = 120^\circ > 45^\circ$ . Άρα

$$\phi_{\text{max}} = 120^\circ + 18^\circ = 138^\circ \rightarrow \eta_{138^\circ} = \frac{\beta - 1}{\beta + 1} \Rightarrow$$

(10)

$$\Rightarrow 0,67(\beta+1) = \beta-1 \Rightarrow 0,67\beta + 0,67 = \beta - 1 \Rightarrow$$

$$1,67 = 0,33\beta \Rightarrow \beta = \frac{1,67}{0,33} \Rightarrow \boxed{\beta = 5} \quad \begin{matrix} \text{Κέρδος} \\ \text{Αντίστροφης} \end{matrix}$$

$$-10 \log \beta = -6,98 \text{ dB} \approx -7 \text{ dB} \quad \text{σχετικό} \Rightarrow \boxed{\omega_{\max} = 15 \text{ rps}}$$

Πόλος

$$\boxed{P = \frac{1}{T} = \omega_{\max} \sqrt{\beta}} \Rightarrow P = 15\sqrt{5} \Rightarrow \boxed{P = \frac{1}{T} = 33,54}$$

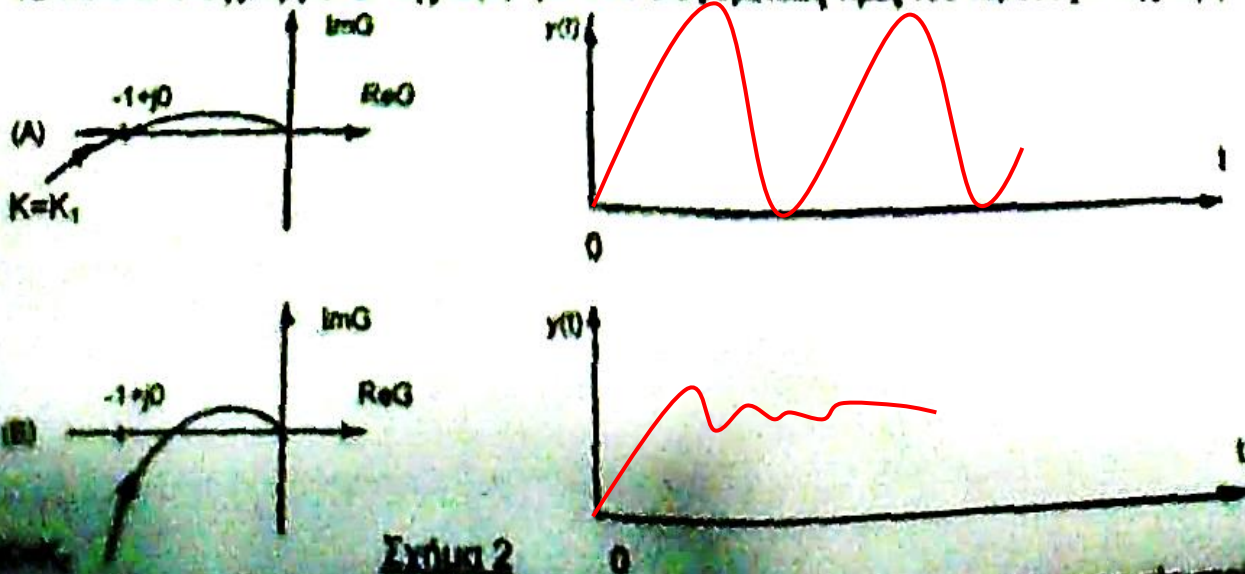
Μηδενικό

$$\boxed{Z = \frac{1}{\beta T} = \frac{P}{\beta} = \frac{33,54}{5}} \Rightarrow \boxed{Z = \frac{1}{\beta T} = 6,7}$$

$$\boxed{G(j\omega) = \frac{400 \left(1 + \frac{j\omega}{10}\right) \left(1 + \frac{j\omega}{6,7}\right)^2}{(j\omega)^2 \left(1 + \frac{j\omega}{40}\right)^2 \left(1 + \frac{j\omega}{33,54}\right)^2}}$$

**ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup> (10%)**

Θεωρούμε το ΣΑΕ κλειστού βρόχου του σχήματος 1. Στο σχήμα 2 δίνονται τα πολικά διαγράμματα της  $G(s)$  για δύο διαφορετικές τιμές του κέρβους  $K$  της  $G(s)$ .



**Σχήμα 2**

Να σχεδιάσετε την βηματική χρονική απόκριση του συστήματος κλειστού βρόχου...

Στην (A) περίπτωση όπως προκύπτει από το πολικό διάγραμμα, εφόσον κινείται πάνω από το σημείο Nyquist  $(-1+j0)$ , τότε είναι κρίσιμα ευσταθές ( $K=K_{KP}$ ) και η νηματική χρονική απόκριση του συστήματος **ταλαντώνεται**.

Ενώ στη περίπτωση (B) δεν περικλείει το σημείο Nyquist το πολικό διάγραμμα. Άρα έχουμε ένα σύστημα ευσταθές για κάποιες τιμές του  $K$ , ( $0 < K < K_{KP}$ ) και η νηματική χρονική απόκριση του συστήματος έχει **αποσοβούμενη ταλάντωση**.

Τέλος η τιμή της υπερύψωσης είναι μεγαλύτερη στην περίπτωση A, από την περίπτωση B, όπως προκύπτει από τις νηματικές αποκρίσεις τους. Το ίδιο ισχύει και για τις αντίστοιχες τιμές του  $M_m$  (Μέγιστο μετρό κλειστού βρόχου), επειδή είναι ανάλογα μεγέθη με την υπερύψωση του συστήματος.