1. ΟΙ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ ΚΑΙ ΟΙ ΠΡΑΞΕΙΣ ΤΟΥΣ

Α. ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΘΕΩΡΙΑΣ

1. Πότε ένας πραγματικός αριθμός λέμε ότι είναι ρητός και πότε ότι είναι άρρητος;

Ρητός λέγεται κάθε αριθμός που έχει ή μπορεί να πάρει τη μορφή ενός κλάσματος $\frac{\mu}{\nu}$, όπου μ, ν ακέραιοι αριθμοί και $\nu \neq 0$.

Άρρητος λέγεται κάθε αριθμός που δεν είναι ρητός.

2. Ποιο είναι το σύνολο των πραγματικών αριθμών;

Πραγματικοί αριθμοί είναι όλοι οι αριθμοί που γνωρίσαμε στις προηγούμενες τάξεις.

Οι πραγματικοί αριθμοί αποτελούνται από τους ρητούς και τους άρρητους αριθμούς.

3. Τι ονομάζουμε απόλυτη τιμή ενός αριθμού α και πως συμβολίζεται;

Απόλυτη τιμή ενός αριθμού α ονομάζουμε την απόσταση του σημείου που παριστάνει τον αριθμό α πάνω στον άξονα από το μηδέν. Συμβολίζεται με $|\alpha|$.

4. Πως προσθέτουμε δύο ομόσημους πραγματικούς αριθμούς;

Για να προσθέσουμε δύο ομόσημους πραγματικούς, προσθέτουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο αποτέλεσμα βάζουμε το ίδιο πρόσημο.

5. Πως προσθέτουμε δύο ετερόσημους πραγματικούς αριθμούς;

Για να προσθέσουμε δύο ετερόσημους πραγματικούς, αφαιρούμε τις απόλυτες τιμές τους και στο αποτέλεσμα βάζουμε το πρόσημο του αριθμού με τη μεγαλύτερη απόλυτη τιμή.

6. Πως πολλαπλασιάζουμε δύο ομόσημους πραγματικούς αριθμούς;

Για να πολλαπλασιάσουμε δύο ομόσημους πραγματικούς, πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο γινόμενο αυτό βάζουμε το πρόσημο (+).

7. Πως πολλαπλασιάζουμε δύο ετερόσημους πραγματικούς αριθμούς;

Για να πολλαπλασιάσουμε δύο ετερόσημους πραγματικούς, πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο γινόμενο αυτό βάζουμε το πρόσημο (-).

8. Να αναφέρεται τις ιδιότητες της πρόσθεσης και του πολλαπλασιασμού.

Ιδιότητα	Πρόσθεση	Πολλαπλασιασμός
Αντιμεταθετική	$\alpha+\beta=\beta+\alpha$	$\alpha\beta=\beta\alpha$
Προσεταιριστική	$\alpha+(\beta+\gamma)=(\alpha+\beta)+\gamma$	$\alpha(\beta\gamma)=(\alpha\beta)\gamma$
Ουδέτερο στοιχείο	$\alpha+0=\alpha$	$\alpha\cdot 1=\alpha$
	$\alpha+(-\alpha)=0$	$\alpha\cdot\frac{1}{\alpha}=1, \alpha\neq 0$
Επιμεριστική	$\alpha\cdot(\beta+\gamma)=\alpha\cdot\beta+\alpha\cdot\gamma$	

9. Ποιοι αριθμοί ονομάζονται αντίθετοι;

Δύο αριθμοί που έχουν άθροισμα μηδέν, λέγονται αντίθετοι.

10. Ποιοι αριθμοί ονομάζονται αντίστροφοι;

Δύο αριθμοί που έχουν γινόμενο τη μονάδα, λέγονται αντίστροφοι.

11. Να συμπληρώσετε τις ισότητες:

- $\alpha\cdot 0=\dots$
- Αν $\alpha\cdot\beta=0$, τότε $\alpha=\dots$ …… $\beta=\dots.$
- Αν $\alpha\cdot\beta\neq 0$, τότε $\alpha\neq\dots$ …… $\beta\neq\dots.$

12. Πως γίνονται οι πράξεις της αφαίρεσης και της διαίρεσης με τη βοήθεια της πρόσθεσης και του πολλαπλασιασμού;

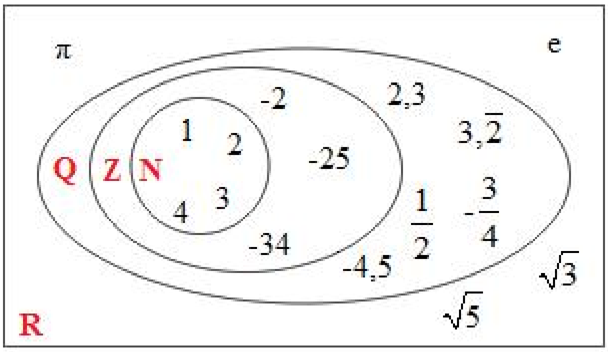
Για να βρούμε τη διαφορά δύο αριθμών, προσθέτουμε στο μειωτέο τον αντίθετο του αφαιρετέου. $\alpha - \beta = \alpha + (-\beta)$

Για να βρούμε το πηλίκο δύο αριθμών ($\alpha : \beta$, ή $\frac{\alpha}{\beta}$ με $\beta \neq 0$), πολλαπλασιάζουμε το διαιρετέο με τον αντίστροφο του διαιρετή.

$\boxed{\alpha : \beta = \alpha\cdot\frac{1}{\beta}}$ ή $\boxed{\frac{\alpha}{\beta} = \alpha\cdot\frac{1}{\beta}}$

Β. ΣΧΟΛΙΑ-ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ

1. Σύνολα αριθμών



Όπως βλέπετε στο σχήμα το ένα σύνολο περιέχεται στο άλλο. Δηλαδή ένας αριθμός π.χ. το -2 είναι ακέραιος, ρητός και πραγματικός. Όπως ο κάτοικος της Ν. Σμύρνης είναι και Αθηναίος και Έλληνας και Ευρωπαίος.

Ν: ΦΥΣΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ (Είναι οι πρώτοι αριθμοί που συναντούμε στη φύση και χρησιμοποίησε ο άνθρωπος για να μετράει): 0, 1, 2, 3, 4, 5, ...

Άρτιοι (ή **Ζυγοί**) : 0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, ...

Περιττοί (ή **Μονοί**) : 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, ...

Ζ: ΑΚΕΡΑΙΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ (Είναι οι φυσικοί αριθμοί με + ή –):

... , –4, –3, –2, –1, 0, +1, +2, +3, +4, ...

Θετικοί : +1, +2, +3, +4, +5, ...

Αρνητικοί : –1, –2, –3, –4, –5, ...

Δηλαδή, ακέραιοι είναι οι φυσικοί αριθμοί (που τώρα μπορούμε να τους λέμε απλά θετικούς) μαζί με τους αρνητικούς αριθμούς.

Q: **ΡΗΤΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ** (Είναι όλοι οι παραπάνω και επιπλέον τα κλάσματα και οι δεκαδικοί):

Λέγονται όσοι αριθμοί μπορούν να γραφούν σαν κλάσμα.

Π.χ. $-\frac{10}{7}$, $5 = \frac{5}{1}$, $3,75 = \frac{375}{100}$, $1,666... = \frac{15}{9}$.

Δηλαδή, ρητοί είναι οι ακέραιοι μαζί με όλα τα γνωστά μας κλάσματα, αλλά και τους δεκαδικούς που είναι απλοί ή περιοδικοί.

ΑΡΡΗΤΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ :Λέγονται όσοι αριθμοί δεν είναι ρητοί. Π.χ. $\sqrt{2}$, $\sqrt{13}$ (αλλά όχι το $\sqrt{9} = 3$).

Αν γράψουμε έναν άρρητο αριθμό σα δεκαδικό, τότε αυτός θα έχει άπειρα δεκαδικά ψηφία, χωρίς φαινομενικά καμία «περιοδικότητα» ή «λογική».

Η ανακάλυψη των άρρητων αριθμών αποδίδεται στη σχολή των Πυθαγορείων(για περισσότερα βλέπε παρακάτω στη σελίδα 9, στο Γ. Ιστορικά, πατώντας στο σύνδεσμο).

R: **ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ** : Λέγονται όλοι οι προηγούμενοι αριθμοί μαζί!

2. Πράξεις

α Πρόσθεση ρητών αριθμών

α) Για να προσθέσουμε ομόσημους ρητούς στο αποτέλεσμα βάζουμε το κοινό πρόσημο και προσθέτουμε τις απόλυτες τιμές.

β) Για να προσθέσουμε ετερόσημους ρητούς στο αποτέλεσμα βάζουμε το πρόσημο της μεγαλύτερης απόλυτης τιμής και αφαιρούμε τις απόλυτες τιμές.

Π.χ.

7 + 15	=	+	(7 + 15)	=	22
–7 – 15	=	–	(7 + 15)	=	–22
–7 + 15	=	+	(15 – 7)	=	+8 = 8
7 – 15	=	–	(15 – 7)	=	–8

β Αφαίρεση ρητών αριθμών

Για να αφαιρέσουμε δύο ρητούς, προσθέτουμε στον πρώτο τον αντίθετο του δεύτερου.

π.χ. 3–(+8)=3+(–8)=–5.

γ Πολλαπλασιασμός ρητών αριθμών

α) Για να πολλαπλασιάσουμε ρητούς πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές και βάζουμε πρόσημο το (+) αν το πλήθος των αρνητικών παραγόντων είναι άρτιο.

β) Για να πολλαπλασιάσουμε ρητούς πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές και βάζουμε πρόσημο το (–) αν το πλήθος των αρνητικών παραγόντων είναι περιττό.

Π.χ.

3 • 5	=	+	(3 • 5)	=	15
–3 • (–5)	=	+	(3 • 5)	=	+15 = 15
3 • (–5)	=	–	(3 • 5)	=	–15
–3 • (+5)	=	–	(3 • 5)	=	–15

Για ευκολία θυμόμαστε τον παρακάτω κανόνα των προσήμων:

+	·	+	=	+
–	·	–	=	+
+	·	–	=	–
–	·	+	=	–

δ Διαίρεση ρητών αριθμών

Διαιρούμε τις απόλυτες τιμές και βάζουμε το πρόσημο όπως στον πολλαπλασιασμό

π.χ. $-8:(-2)=+4$, $-12:3=-4$, $7:(-5)=-\dfrac{7}{5}$.

Η πράξη της πρόσθεσης, της αφαίρεσης και του πολλαπλασιασμού ορίζονται για οποιουσδήποτε πραγματικούς αριθμούς αλλά <u>δεν ορίζεται διαίρεση με διαιρέτη το μηδέν</u>.

3. Ιδιότητες Πράξεων

Οι τέσσερεις γνωστές μας πράξεις έχουν κάποιες βασικές ιδιότητες. Από αυτές καλό είναι να θυμόμαστε μερικές:

α Ουδέτερο στοιχείο

Ένας αριθμός λέγεται ουδέτερο στοιχείο μιας πράξης όταν δεν παίζει κανένα ρόλο στον υπολογισμό του αποτελέσματος, δηλαδή παραμένει ουδέτερος!

Ουδέτερο στοιχείο πρόσθεσης: **0** **Πχ.** $15 + 0 = 15$, $0 - 9 = -9$

Ουδέτερο στοιχείο πολλαπλασιασμού: **1** **Πχ.** $1\cdot(-15) = -15$, $9\cdot 1 = 9$

β Αντίθετοι αριθμοί

Δύο αριθμοί θα λέγονται αντίθετοι αν έχουν την ίδια απόλυτη τιμή αλλά αντίθετο πρόσημο. **Πχ.** +5, –5

Ιδιότητα: Οι αντίθετοι αριθμοί έχουν άθροισμα 0.

Π.χ. $+12 - 12 = 0$

γ Αντίστροφοι αριθμοί

Ιδιότητα: Οι αντίστροφοι αριθμοί έχουν γινόμενο 1.

Π.χ. $\dfrac{2}{7}\cdot\dfrac{7}{2} = 1$

Αυτός είναι επίσης και ο ορισμός των αντίστροφων αριθμών.

δ Επιμεριστική ιδιότητα

Η «*επιμεριστική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού ως προς την πρόσθεση*» μας χρειάζεται κυρίως όταν δεν μπορούμε να εκτελέσουμε τις πράξεις μέσα σε μια παρένθεση (π.χ. γιατί υπάρχουν μεταβλητές) αλλά με κάποιο τρόπο θα πρέπει να διώξουμε την παρένθεση.

Απλή επιμεριστική: $\alpha(\beta+\gamma) = \alpha\beta + \alpha\gamma$

Διπλή επιμεριστική: $(\alpha+\beta)\cdot(\gamma+\delta) = \alpha\gamma + \alpha\delta + \beta\gamma + \beta\delta$

α) Για να πολλαπλασιάσουμε **έναν αριθμό με ένα άθροισμα ή διαφορά** πολλαπλασιάζουμε τον αριθμό με κάθε όρο του αθροίσματος ή της διαφοράς.

π.χ. $3(-2+5) = -6+15 = 9$,

$3\cdot(x+2) = 3\cdot x + 3\cdot 2 = 3x+6$

β) Για να πολλαπλασιάσουμε ένα **άθροισμα με ένα άλλο άθροισμα** πολλαπλασιάζουμε κάθε όρο του πρώτου αθροίσματος με κάθε όρο του δεύτερου.

π.χ. (–3+5)(4–7–6)= –12+21+18+20–35–30.

ε Πολύ σημαντικό είναι, επίσης, να θυμόμαστε τις παρακάτω ιδιότητες:

$$\textbf{Αν } \alpha\cdot\beta = 0 \Leftrightarrow \alpha = 0 \textbf{ ή } \beta = 0$$

$$\textbf{Αν } \alpha\cdot\beta \neq 0 \Leftrightarrow \alpha \neq 0 \textbf{ και } \beta \neq 0$$

4. Απαλοιφή παρενθέσεων

α) Αν μία παρένθεση έχει μπροστά (αριστερά) το (+) ή τίποτε φεύγει μαζί με αυτό και γράφουμε τους αριθμούς που περιέχει όπως είναι.

π.χ. 4+(–2+5–7)=4–2+5–7

β) Αν μία παρένθεση έχει μπροστά (αριστερά) το (–) φεύγει μαζί με αυτό και αλλάζουμε τα πρόσημα των αριθμών που περιέχει. **π.χ.** 4–(–2+5–7)=4+2–5+7 .

5. Προτεραιότητα των πράξεων

Α. Χωρίς Παρενθέσεις

Για να υπολογίσουμε μια αριθμητική παράσταση κάνουμε τις πράξεις με τη σειρά:

1. Πολλαπλασιασμοί – Διαιρέσεις
2. Προσθέσεις – Αφαιρέσεις

$$A = -5 + 2\cdot 3 - 15 : (-3) + 4 - 8$$

Πρώτα κάνουμε τους πολλαπλασιασμούς και τις διαιρέσεις προσέχοντας τα πρόσημα

$$A = -5 + 6 + 5 + 4 - 8$$

Μετά κάνουμε προσθέσεις κι αφαιρέσεις , χωρίζοντας τους θετικούς από τους αρνητικούς

$$A = 6 + 5 + 4 - 8 - 5$$

Προσθέτω όλα τα (+) και βάζω (+), προσθέτω όλα τα (-) και βάζω (-)

$$A = 15 - 13 = 2.$$

Β. Με Παρενθέσεις

$$B = \left(-3 + \frac{1}{2}\right) - 2\left(4 - \frac{1}{3}\right) - \left(\frac{8}{3} - \frac{30}{3}\right) + \left(\frac{1}{2} : \frac{1}{5}\right)$$

Κάνουμε τις πράξεις μόνο μέσα στις παρενθέσεις με την γνωστή σειρά και αφήνουμε τα υπόλοιπα όπως είναι, μέχρι σε κάθε παρένθεση να μείνει ένας αριθμός

$$B = \left(-\frac{3}{1} + \frac{1}{2}\right) - 2\left(\frac{4}{1} - \frac{1}{3}\right) - \left(\frac{8}{3} - \frac{30}{3}\right) + \left(\frac{1}{2} : \frac{1}{5}\right)$$

$$B = \left(-\frac{6}{2} + \frac{1}{2}\right) - 2\left(\frac{12}{3} - \frac{1}{3}\right) - \left(\frac{8}{3} - \frac{30}{3}\right) + \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{5}{1}\right)$$

$$B = \left(-\frac{5}{2}\right) - 2\left(\frac{11}{3}\right) - \left(-\frac{22}{3}\right) + \left(\frac{5}{2}\right)$$

Τότε κάνω τις πράξεις με την παραπάνω σειρά προσέχοντας τα πρόσημα

$$B = \left(-\frac{5}{2}\right) - \frac{22}{3} - \left(-\frac{22}{3}\right) + \left(\frac{5}{2}\right)$$

$$B = -\frac{5}{2} - \frac{22}{3} + \frac{22}{3} + \frac{5}{2} = 0$$

Γ. Με Άγκιστρα, Αγκύλες, Παρενθέσεις

Τα βγάζουμε από μέσα προς τα έξω

πχ. με μεταβλητές και αριθμούς (αλγεβρική παράσταση)

Χρησιμοποιούμε: επιμεριστική, κανόνες προσήμων, απαλοιφή παρενθέσεων και αναγωγές ομοίων όρων

$$\Gamma = 2\{5x - 2[x - 2x(7 - x) + x - 5] - x(x - 4)\}$$

$$\Gamma = 2\{5x - 2[x - 14x + 2x^2 + x - 5] - x(x - 4)\}$$

$$\Gamma = 2\{5x - 2x + 28x - 4x^2 - 2x + 10 - x^2 + 4x\}$$

$$\Gamma = 10x - 4x + 56x - 8x^2 - 4x + 20 - 2x^2 + 8x$$

Χωρίζω τους όμοιους όρους, δηλαδή πρώτα τα x^2, μετά τα x,και τέλος τους αριθμούς

$$\Gamma = -8x^2 - 2x^2 + 10x - 4x + 56x - 4x + 8x + 20$$

Χωρίζω στους όμοιους όρους τα (+) από τα (-), δηλαδή στα x^2, στα x, και στα νούμερα

$$\Gamma = -8x^2 - 2x^2 + 10x + 56x + 8x - 4x - 4x + 20$$

Προσθέτω όλα τα (+) και βάζω (+), προσθέτω όλα τα (-) και βάζω (-), στους όμοιους όρους

$$\Gamma = -10x^2 + 74x - 8x + 20$$

$$\Gamma = -10x^2 + 66x + 20$$

6. Απόλυτη τιμή

Λέγοντας «απόλυτη τιμή» ενός αριθμού θα μπορούσαμε, για ευκολία, να εννοούμε τον αριθμό χωρίς το πρόσημό του.

Π.χ.

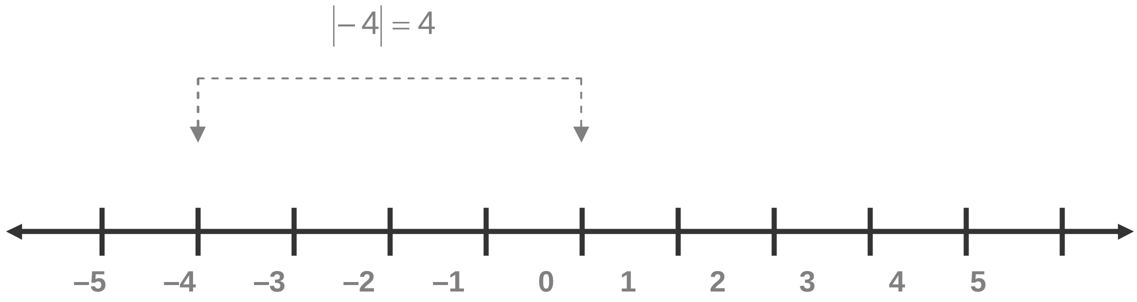
Την απόλυτη τιμή ενός αριθμού **α** τη συμβολίζουμε με $|\alpha|$. Για παράδειγμα:

Πχ. $|+5| = 5$, $|-12| = 12$, $\left|-\frac{11}{5}\right| = \frac{11}{5}$, $|+3{,}45| = 3{,}45$

Η απόλυτη τιμή ενός αριθμού x είναι θετικός αριθμός ή μηδέν.

Πάνω στον άξονα των πραγματικών αριθμών, η απόλυτη τιμή ενός αριθμού α **συμβολίζει την απόσταση του σημείου που παριστάνει τον αριθμό α, από την αρχή του άξονα** (δηλαδή, το σημείο που παριστάνει το 0).

Πχ.



Γ. ΙΣΤΟΡΙΚΑ

Πυθαγόρας- Ίππασος -Σχολή Πυθαγορείων- Ανακάλυψη της ύπαρξης άρρητων αριθμών.

http://www.iefimerida.gr/news/274054/ippasos-o-mathitis-poy-prodose-ton-pythagora-kai-vrike-ton-proto-arrito-arithmo#ixzz4aiKTlJGr

Δ. ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Να κάνετε τις πράξεις:

α. $7+3$ **β.** $-7-3$ **γ.** $+7-3$ **δ.** $-7+3$

2. Να κάνετε τις πράξεις:

α. $(+7)+(+3)$ **β.** $(-7)\cdot(-3)$

γ. $(-7)+(-3)$ **δ.** $(+7)\cdot(+3)$

ε. $(+7)+(-3)$ **στ.** $(+7)\cdot(-3)$

ζ. $(-7)+(+3)$ **η.** $(-7)\cdot(+3)$

θ. $(+7)-(-3)$ **ι.** $7\cdot 0$

κ. $(+7)-(+3)$ **λ.** $5\cdot\frac{1}{5}$

μ. $(-2)\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)$ **ν.** $\left(+\frac{3}{5}\right)\cdot\left(-\frac{5}{3}\right)$

3. Να κάνετε τις πράξεις:

α. $-9+2-1+6-3+5$ **β.** $-3-(-2)+(+4)$ **γ.** $-6-\left[4-(3-8)\right]$

δ. $2+(4-6)-(6-9)$ **ε.** $\frac{5}{3}-\frac{3}{2}$ **στ.** $1-\left(-\frac{6}{4}\right)+\left(-\frac{8}{6}\right)$

4. Να υπολογιστούν οι αριθμητικές παραστάσεις:

α. $(-4)+(-7)-(+8)-(-11)+(-5)-(-14)$

β. $-2-(9-6)-(-10+8)-(3+4)$

γ. $7-(-6+3)-\left[-4-(8-10)-2\right]-11$

δ. $3-\left[-2-(8+2)\right]-12-(8-3)$

ε. $-(-7)+(-12)-[-(+6)-(-10)]-[-(-21)]$

στ. $-\frac{4}{10}+\frac{6}{15}-\frac{1}{30}+\frac{3}{5}-\frac{7}{6}+\frac{9}{30}$

ζ. $-\frac{7}{8}+1-\frac{1}{4}$

5. Να υπολογιστούν οι αριθμητικές παραστάσεις:

α. $1 - 3 \cdot (-2) - 5 \cdot (-1) \cdot (-6)$ **β.** $1 - (5 - 8) \cdot 3 + (2 - 7) \cdot (-2)$

γ. $-5 + 2 \cdot \left[3 - 4 \cdot (-5 + 7)\right] + |-15|$ **δ.** $-2 + (-\frac{1}{3}) - (-\frac{5}{9})$

ε. $-\left(-\frac{1}{6} + \frac{1}{8}\right) - 2 + \left(\frac{3}{6} - \frac{2}{3}\right)$ **στ.** $(-\frac{2}{3}) \cdot [(-4) + (-\frac{2}{3}) - (-3)]$

6. Να υπολογιστούν οι αριθμητικές παραστάσεις:

α. $(-4) \cdot (+2) \cdot (-5) \cdot (-3)$

β. $(-5) \cdot (-\frac{1}{3}) \cdot (-7) \cdot (+3)$

γ. $(-1) \cdot (+1) + 2 \cdot (10 - 7) - 4 \cdot (3 - 5)$

δ. $\left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(+\frac{4}{7}\right) \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) \cdot \left(-\frac{7}{4}\right)$

ε. $\left(2 - \frac{1}{2}\right) \cdot \left[3 - \left(+\frac{2}{5}\right) \cdot \left(-\frac{10}{3}\right)\right] \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right)$

7. Να υπολογιστούν οι αριθμητικές παραστάσεις:

α. $(21 + 4 - 15) : (-2)$ **β.** $\left(-\frac{5}{3}\right) : \left(-\frac{2}{3}\right) - 4$

γ. $(-\frac{5}{12} + \frac{1}{4} - 2) : (-\frac{1}{2})$ **δ.** $(\frac{6}{8} - \frac{2}{16} + \frac{3}{8}) : (\frac{2}{3} - \frac{3}{4})$

ε. $(-7) \cdot [(-4) : (+\frac{1}{2})] \cdot (+\frac{9}{2}) : (-9)$ **στ.** $\left(-1 - \frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) - \left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) : \left(-\frac{1}{6}\right)$

8. Να υπολογιστούν οι τιμές των παρακάτω παραστάσεων:

α. $1 - \dfrac{\frac{2}{5} - 1}{3}$ **β.** $\dfrac{3 \cdot \left(1 - \frac{1}{4}\right)}{2 - \left(-\frac{1}{2} + 1\right)}$

γ. $\dfrac{\frac{2}{3}-3+\frac{5}{6}}{\frac{4}{3}-2+\frac{1}{2}}$ **δ.** $\dfrac{1-\frac{5}{6}}{3:\left(\frac{1}{4}-1\right)}$

ε. $|2|+|2,5|-|-3|-|2+1,5-7|$

9. Να βάλετε σε παρένθεση με το (-) μπροστά, τις παρακάτω παραστάσεις:

α. $5-\alpha+\beta$ **β.** $-2\alpha+5\beta$

γ. $-\alpha^2+2\alpha\beta-\beta^2$ **δ.** $\dfrac{2-x}{x-5}$

10. Να βρείτε, αν υπάρχει, τον αντίθετο και τον αντίστροφο σε κάθε ένα από τους παρακάτω αριθμούς: 4, -7, $\frac{2}{3}$, $-\frac{1}{5}$.

11. Να βρείτε, αν υπάρχει, τον αντίστροφο της παράστασης:

$$A = \alpha(\beta-\gamma)+\beta(\gamma-\alpha)+\gamma(\alpha-\beta)$$

12. Αν $\alpha-\beta=3$, να υπολογίσετε την παράσταση:

$$A=-\alpha-[-2-(-\beta+3)+7-2\alpha].$$

13. Αν οι αριθμοί α και β·γ είναι αντίστροφοι, να υπολογιστεί τη παράσταση:

$$\mathrm{A}=(\alpha+1)\cdot(\beta\gamma+\gamma)-\gamma\cdot(\alpha+\beta+1)$$

14. Να αποδείξετε ότι: $1-3(x-2y)+2(1-3y)-3(1-x)=0$

15. Να αποδείξετε ότι: $\dfrac{-[2-(3+x)]-(-x+4)+2\cdot(5-x)}{\left(-\frac{2}{5}\right)\left(-3+\frac{1}{2}\right)}=7$

16. Αν $\alpha + \beta = 2$ και $\gamma + \delta = -1$ να υπολογίσετε την παράσταση:

$$A = 2\beta - (\gamma - \beta) - (-3\alpha + \delta)$$

17. Να υπολογιστεί με δύο τρόπους η τιμή της παρακάτω παράστασης, αν γνωρίζετε ότι $x = \frac{2}{3}$ και $y = -2$.

$$A = x - [\, y - (\, y + 2\,) - (\, x + \frac{5}{4}\,)\,] - (\, x - y\,)$$

18. Αν α = β +2020 , να υπολογίσετε την παράσταση:

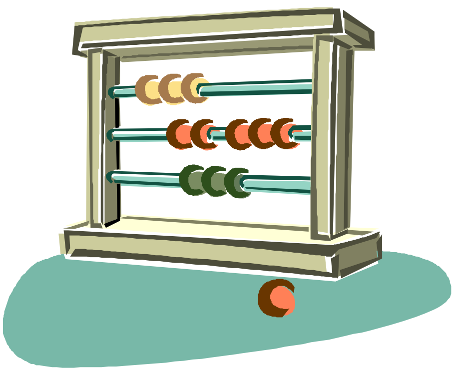
$$A = -3\left[2(\alpha + 2\beta) - 2(3\beta - 2\alpha) - 4\beta\right] + 19(\alpha - \beta)$$

Διαγωνισμός Ε.Μ.Ε.

19. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης, αν $x + y = 2020$:

$$A = 2020 - \frac{6 - 10x + 2(4x - y - 3)}{3(x - z) + 3(y + z)} - 2\left(x + \frac{1}{3}\right) - 2y$$

Διαγωνισμός Ε.Μ.Ε.



Ε. ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

1. **α.** 10 **β.** -10 **γ.** 4 **δ.** -4

2. **α.** 10 **β.** 21 **γ.** -10 **δ.** -21 **ε.** 4 **στ.** -21
ζ. -4 **η.** -21 **θ.** 10 **ι.** 0 **κ.** 4 **λ.** 1
μ. 1 **ν.** -1

3. **α.** 0 **β.** 3 **γ.** -15 **δ.** 3 **ε.** $\frac{1}{6}$ **στ.** $\frac{7}{6}$

4. **α.** 1 **β.** -10 **γ.** 3 **δ.** -2 **ε.** -30 **στ.** $-\frac{3}{10}$ **ζ.** $-\frac{1}{8}$

5. **α.** -23 **β.** 20 **γ.** 0 **δ.** $-\frac{16}{9}$ **ε.** $-\frac{51}{24}$ **στ.** $\frac{10}{9}$

6. **α.** -120 **β.** -35 **γ.** 13 **δ.** $-\frac{2}{5}$ **ε.** $-\frac{13}{12}$

7. **α.** -5 **β.** $-\frac{3}{2}$ **γ.** $\frac{13}{3}$ **δ.** -12 **ε.** -28 **στ.** $-\frac{7}{12}$

8. **α.** $\frac{6}{5}$ **β.** $\frac{3}{2}$ **γ.** 9 **δ.** $-\frac{1}{24}$ **ε.** -2

9. **α.** $-(-5+\alpha-\beta)$ **β.** $-(2\alpha-5\beta)$ **γ.** $-(\alpha^2-2\alpha\beta+\beta^2)$ **δ.** $-\frac{x-2}{x-5}$

10. Αντίθετοι:-4,7, $-\frac{2}{3},\frac{1}{5}$. Αντίστροφοι: $\frac{1}{4},-\frac{1}{7},\frac{3}{2}$,**-5.**

11. A=0 και το 0 δεν έχει αντίστροφο αφού δεν υπάρχει αριθμός που όταν πολλαπλασιαστεί με 0 να δίνει γινόμενο 1.

12. A=1.

13. A=1.

14.

15.

16. 7

17. Ο ένας τρόπος είναι με αντικατάσταση των τιμών x, y στην παράσταση και ο άλλος, ο πιο εύκολος κάνοντας τις πράξεις και αντικαθιστώντας στο τέλος: $A=\frac{23}{12}$.

18. 2020

19. -2020