Γυμνάσιο- Λ.Τ. Λαιμού Πρεσπών
Λαιμός Πρεσπών, Φλώρινα
Τηλ. 2385051330, 2385051395

Γυμνάσιο- Λ.Τ. Λαιμού Πρεσπών

ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ ΤΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

Φυσική Α΄ Λυκείου

ΙΩΑΝΝΗΣ Ν. ΒΕΛΟΝΑΚΗΣ (ΦΥΣΙΚΟΣ)

Γυμνάσιο- Λ.Τ. Λαιμού Πρεσπών
Λαιμός Πρεσπών, Φλώρινα
Τηλ. 2385051330, 2385051395

Σημειώσεις Φυσικής Α΄ Λυκείου Γενικής Παιδείας

Κεφάλαιο 1.1: ευθύγραμμη κίνηση.

Ορισμοί

Κινηματική: είναι το κομμάτι της Φυσικής που περιγράφει την κίνηση των σωμάτων χωρίς να εξετάζει τι προκαλεί αυτή την κίνηση.

Χρονική στιγμή: είναι η ένδειξη t του χρονομέτρου όταν συμβαίνει ένα γεγονός και εκφράζει τον χρόνο που πέρασε από τότε που αρχίσαμε να μετράμε μέχρι τότε που συνέβη το γεγονός αυτό. Η χρονική στιγμή δεν έχει διάρκεια.

Χρονική διάρκεια ή χρονικό διάστημα: είναι ο χρόνος που μεσολαβεί ανάμεσα σε δύο χρονικές στιγμές.

$$\Delta t = t_{\tau\varepsilon\lambda} - t_{\alpha\rho\chi} \qquad (1.1.1)$$

Μονάδα χρόνου στο Διεθνές Σύστημα Μονάδων (SI) είναι το δευτερόλεπτο (second ή s).

Μηχανική κίνηση: είναι η οποιαδήποτε αλλαγή στη θέση ενός σώματος σε σχέση με άλλα σώματα με το πέρασμα του χρόνου. Η Μηχανική κίνηση *είναι σχετική*. Η κίνηση ενός σώματος σε σχέση με διαφορετικά σώματα αποδεικνύεται ότι είναι διαφορετική. Με σκοπό να περιγράψουμε την κίνηση ενός σώματος πρέπει να καθορίσουμε, σε σχέση με ποιο σώμα θεωρούμε την κίνηση. Το σώμα αυτό ονομάζεται *σώμα αναφοράς* (ουσιαστικά το θεωρούμε αυθαίρετα ακίνητο).

Σύστημα Αναφοράς: μας επιτρέπει να καθορίσουμε τη θέση ενός κινούμενου σώματος σε κάθε χρονική στιγμή. Σχηματίζεται από ένα σύστημα συντεταγμένων που σχετίζεται με το σώμα αναφοράς και ένα ρολόι με κάποια αρχή για τη μέτρηση του χρόνου.

Υλικό σημείο ή σημειακό σώμα: ονομάζεται ένα σώμα του οποίου οι γραμμικές διαστάσεις κάτω από δοσμένες συνθήκες μπορούν να αγνοηθούν, όχι όμως η μάζα του. Η έννοια του υλικού σημείου παίζει σημαντικό ρόλο στη μηχανική. Αυτό γιατί μπορεί κάθε σώμα έχει τις καθορισμένες γραμμικές του διαστάσεις και διαφορετικά μέρη του να βρίσκονται σε διαφορετικά σημεία του χώρου αλλά σε πολλά προβλήματα μηχανικής δεν είναι απαραίτητο να καθορίσουμε τις θέσεις των διαφορετικών κομματιών του σώματος. Αν οι γραμμικές διαστάσεις του είναι αμελητέες σε σχέση με τις αποστάσεις από τα άλλα σώματα, τότε αυτό το μπορεί να θεωρηθεί *υλικό σημείο*. Αυτό μπορούμε να το κάνουμε για παράδειγμα όταν μελετάμε την κίνηση των πλανητών γύρω από τον Ήλιο.

Διάνυσμα θέσης ή επιβατική ακτίνα: ονομάζεται το διάνυσμα που καθορίζει τη θέση ενός κινούμενου σώματος (το οποίο μπορεί να θεωρηθεί υλικό σημείο) σε σχέση με ορισμένο σύστημα αναφοράς σε κάθε χρονική στιγμή. Έχει πάντα αρχή την το κέντρο των συντεταγμένων του χρησιμοποιούμενου συστήματος αναφοράς και πέρας σε κάθε χρονική στιγμή το σημείο στο οποίο βρίσκεται το σώμα τότε (βλέπε εικ.1.1.1).

Νόμος κίνησης: είναι η θέση ενός υλικού σημείου στο χώρο σε κάθε χρονική στιγμή. Μπορεί να αναπαρασταθεί είτε από την εξάρτηση των συντεταγμένων του σώματος από το χρόνο (αναπαράσταση με συντεταγμένες),

$$x = x(t),\ y = y(t),\ z = z(t) \qquad (1.1.2)$$

ή με την εξάρτηση του διανύσματος θέσης από το χρόνο (αναπαράσταση με το διάνυσμα θέσης), το οποίο σχεδιάζουμε από το κέντρο των συντεταγμένων προς το δοσμένο σημείο.

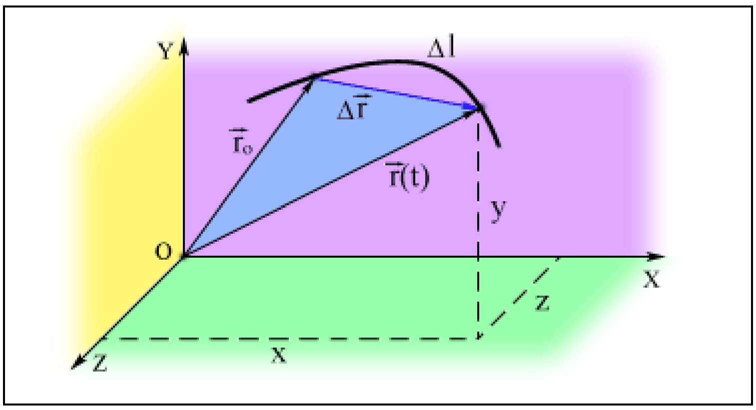
$$\vec{r} = \vec{r}(t) \qquad (1.1.3)$$

Τροχιά κίνησης: είναι η συγκεκριμένη καμπύλη γραμμή την οποία σχηματίζει ένα σώμα (το οποίο μπορεί να θεωρηθεί υλικό σημείο) καθώς κινείται από ένα σημείο στο άλλο με την πάροδο του χρόνου.

Εξίσωση τροχιάς κίνησης: είναι η μαθηματική σχέση (της μορφής f(x,y,z) = 0) που συνδέει τις συντεταγμένες των διαδοχικών σημείων της τροχιάς ενός σώματος.

Μετατόπιση: είναι το διανυσματικό φυσικό μέγεθος ισούται με τη μεταβολή του διανύσματος θέσης. Έχει μέτρο την απόσταση μεταξύ της αρχικής και της τελικής θέσης ενός κινητού και κατεύθυνση την κατεύθυνση της κίνησης. Επομένως (βλέπε εικ.1.1.1)

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_{\tau\varepsilon\lambda} - \vec{r}_{\alpha\rho\chi} \qquad (1.1.4)$$

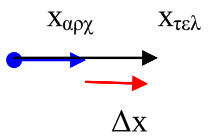


Εικ.1.1.1. Αναπαράσταση της θέσης του σημείου με τη βοήθεια των συντεταγμένων και του ακτινικού

διανύσματος $\vec{r} = \vec{r}(t)$. $\vec{r}_0$ είναι το ακτινικό διάνυσμα της θέσης του σημείου τη συγκεκριμένη χρονική στιγμή.

Σε μία διάσταση η σχέση (1.1.4) γίνεται (βλέπε εικ.1.1.2).

$$\Delta x = x_{\tau\varepsilon\lambda} - x_{\alpha\rho\chi} \qquad (1.1.5).$$



Εικ.1.1.2. Υπολογισμός μετατόπισης στην ευθύγραμμη κίνηση.

<u>Διάστημα ή Απόσταση:</u> είναι το μήκος S της γραμμής που διαγράφει ένα σώμα κατά την κίνησή του σε χρονική διάρκεια Δt. Είναι ένα *<u>μονόμετρο μέγεθος</u>*. Η μονάδα μήκους στο Διεθνές Σύστημα Μονάδων (SI) είναι το μέτρο (meter ή m) .

<u>Παρατήρηση:</u> όταν κινείται σε καμπύλη τροχιά, η απόλυτη τιμή του διανύσματος μετατόπισης είναι πάντα μικρότερη από την απόσταση που διανύθηκε (βλέπε εικ.1.1.3).

Εικ.1.1.3. Η απόσταση η οποία διανύθηκε l και το διάνυσμα μετατόπισης $\vec{s}$ στην περίπτωση της καμπυλοειδούς κίνησης (a στο b είναι το αρχικό και τελικό σημείο της τροχιάς).

<u>Αριθμητική μέση ταχύτητα</u> ($\bar{\upsilon}$) είναι το πηλίκο του συνολικού διαστήματος ΔS που διένυσε το κινητό προς τον συνολικό χρόνο Δt που χρειάστηκε.

$$\bar{\upsilon} = \frac{\Delta S}{\Delta t} \qquad (1.1.6)$$

Π.χ. αν ένα αυτοκίνητο διανύσει 150km σε 2 ώρες η μέση ταχύτητά του είναι

$$\bar{\upsilon} = \frac{150km}{2h} = 75\frac{km}{h}.$$

<u>Μέση διανυσματική γραμμική ταχύτητα:</u> είναι το διανυσματικό φυσικό μέγεθος ($\vec{\upsilon}_\mu$) που ορίζεται ως το πηλίκο της μετατόπισης $\Delta\vec{r}$ προς το χρονικό διάστημα Δt, μέσα στο οποίο πραγματοποιείται. Είναι δηλαδή:

$$\text{ταχύτητα} = \frac{\text{μετατόπιση}}{\text{χρονικό διάστημα}}$$

Με σύμβολα έχουμε:

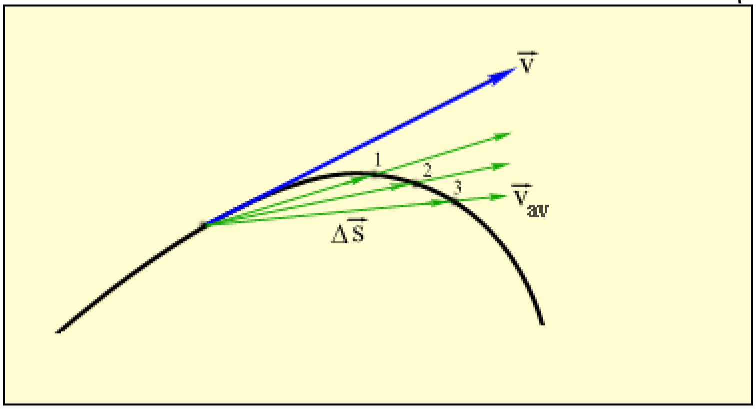
$$\vec{\upsilon}_\mu = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} \Leftrightarrow \begin{array}{l} \upsilon_{\mu x} = \dfrac{\Delta x}{\Delta t}\,\kappa\alpha\iota \\ \upsilon_{\mu y} = \dfrac{\Delta y}{\Delta t}\,\kappa\alpha\iota \\ \upsilon_{\mu z} = \dfrac{\Delta z}{\Delta t} \end{array} \qquad (1.1.7).$$

Μονάδα της ταχύτητας στο Διεθνές Σύστημα Μονάδων (SI) είναι το 1 μέτρο ανά δευτερόλεπτο (1 $\frac{m}{s}$).

<u>Στιγμιαία γραμμική ταχύτητα:</u> στιγμιαία γραμμική ταχύτητα ($\vec{\upsilon}$) ονομάζεται ο *<u>στιγμιαίος χρονικός ρυθμός μεταβολής του διανύσματος της θέσης</u>*. Στα μαθηματικά αυτό ονομάζεται *<u>χρονική παράγωγος του διανύσματος θέσης</u>* και συμβολίζεται

$$\vec{\upsilon} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} \Leftrightarrow \begin{array}{l} \upsilon_x = \lim\limits_{\Delta t\to 0}\dfrac{\Delta x}{\Delta t} = \dfrac{dx}{dt}\,\kappa\alpha\iota \\ \upsilon_y = \lim\limits_{\Delta t\to 0}\dfrac{\Delta y}{\Delta t} = \dfrac{dy}{dt}\,\kappa\alpha\iota \\ \upsilon_z = \lim\limits_{\Delta t\to 0}\dfrac{\Delta z}{\Delta t} = \dfrac{dz}{dt} \end{array} \qquad (1.1.8).$$

Η στιγμιαία ταχύτητα $\vec{\upsilon}$ ενός σώματος σε κάθε σημείο της καμπύλης τροχιάς του κατευθύνεται κατά μήκος της εφαπτομένης προς την τροχιά στο σημείο αυτό. Η εικ.1.1.4. δείχνει τη διαφορά ανάμεσα στη μέση και τη στιγμιαία ταχύτητα.



Εικ.1.1.4. Μέση και στιγμιαία ταχύτητα. $\Delta\vec{s}_1$, $\Delta\vec{s}_2$, $\Delta\vec{s}_3$ - οι μετατοπίσεις κατά τα χρονικά διαστήματα Δt_1, Δt_2, Δt_3. $\vec{\upsilon}_{av} \rightarrow \vec{\upsilon}$ όταν $\Delta t \rightarrow 0$.

<u>Μεταβολή της γραμμικής ταχύτητας:</u> η γραμμική ταχύτητα $\vec{\upsilon}$ ενός σώματος το οποίο κινείται μπορεί να αλλάζει κατά μέτρο ή και κατά διεύθυνση. Η μεταβολή του διανύσματος της ταχύτητας $\vec{\upsilon}$ κατά τη διάρκεια ενός συγκεκριμένου χρονικού διαστήματος Δt μπορεί να καθοριστεί με τη βοήθεια του διανύσματος της μεταβολής της $\Delta\vec{\upsilon}$.

$$\Delta\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_{\tau\varepsilon\lambda} - \vec{\upsilon}_{\alpha\rho\chi} \qquad (1.1.9).$$

<u>Μέση επιτάχυνση:</u> είναι το διανυσματικό φυσικό μέγεθος ($\vec{a}_{\mu}$) που ορίζεται ως το πηλίκο της μεταβολής της ταχύτητας $\Delta\vec{\upsilon}$ προς το χρονικό διάστημα Δt, μέσα στο οποίο αυτή πραγματοποιείται.

$$\vec{a}_{\mu} = \frac{\Delta\vec{\upsilon}}{\Delta t} \qquad (1.1.10).$$

Μονάδα της επιτάχυνσης στο Διεθνές Σύστημα Μονάδων (SI) είναι το 1 $\frac{m}{s^2}$ (είναι η επιτάχυνση ενός κινητού που αυξάνει την ταχύτητά του κατά 1 $\frac{m}{s}$ κάθε δευτερόλεπτο).

<u>Στιγμιαία επιτάχυνση</u>: ονομάζεται ο *<u>στιγμιαίος χρονικός ρυθμός μεταβολής του διανύσματος της στιγμιαίας ταχύτητας</u>* ($\vec{a}$). Στα μαθηματικά αυτό ονομάζεται *<u>χρονική παράγωγος του διανύσματος της στιγμιαίας ταχύτητας</u>* και συμβολίζεται

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{\upsilon}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\upsilon}}{dt} \Leftrightarrow \begin{array}{l} a_x = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \upsilon_x}{\Delta t} = \frac{d\upsilon_x}{dt} \;\kappa\alpha\iota \\ a_y = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \upsilon_y}{\Delta t} = \frac{d\upsilon_y}{dt} \;\kappa\alpha\iota \\ a_z = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \upsilon_z}{\Delta t} = \frac{d\upsilon_z}{dt} \end{array} \quad (1.1.11).$$

<u>Μεταβαλλόμενη κίνηση:</u> ονομάζεται η κίνηση κατά την οποία μεταβάλλονται με την πάροδο του χρόνου ένα ή περισσότερα χαρακτηριστικά του διανύσματος της ταχύτητας (μέτρο, διεύθυνση, φορά) και συνεπώς

$$\vec{a} \neq \vec{0} \qquad (1.1.12).$$

<u>Επιταχυνόμενη κίνηση:</u> ονομάζεται η μεταβαλλόμενη κίνηση κατά την οποία το μέτρο της ταχύτητας αυξάνεται με την πάροδο του χρόνου. Αν η κίνηση αυτή είναι ευθύγραμμη τα διανύσματα της στιγμιαίας ταχύτητας και της στιγμιαίας επιτάχυνσης έχουν ίδιες κατευθύνσεις (συγραμμικά και ομόρροπα), δηλαδή:

$$\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{\upsilon} \qquad (1.1.13).$$

<u>Επιβραδυνόμενη κίνηση:</u> ονομάζεται η μεταβαλλόμενη κίνηση κατά την οποία το μέτρο της ταχύτητας μειώνεται με την πάροδο του χρόνου. Αν η κίνηση αυτή είναι ευθύγραμμη τα διανύσματα της στιγμιαίας ταχύτητας και της στιγμιαίας επιτάχυνσης έχουν αντίθετες κατευθύνσεις (συγραμμικά και αντίρροπα), δηλαδή:

$$\vec{a} \uparrow\downarrow \vec{\upsilon} \qquad (1.1.14).$$

Ευθύγραμμη Ομαλή Κίνηση

<u>Ευθύγραμμη Ομαλή Κίνηση:</u> είναι η ευθύγραμμη κίνηση κατά την οποία η *<u>γραμμική ταχύτητα παραμένει σταθερή κατά μέτρο και κατεύθυνση</u>*. Αυτή η κίνηση ονομάζεται επίσης *<u>σταθερή</u>* και είναι η πιο απλή μορφή μηχανικής κίνησης. Σε μια τέτοια κίνηση ένα σώμα διανύει ίσα διαστήματα σε ίσα χρονικά διαστήματα.

Για την κινηματική περιγραφή της ευθύγραμμης κίνησης με σταθερή ταχύτητα είναι βολικό να ορίσουμε τον άξονα συντεταγμένων Οx κατά μήκος της ευθείας της κίνησης. Η κίνηση ενός σώματος το οποίο κινείται με σταθερή ταχύτητα, περιγράφεται καθορίζοντας μόνο τη μια συντεταγμένη του x. Τα διανύσματα της ταχύτητας και τις μετατόπισης του κατευθύνονται πάντα παράλληλα προς τον άξονα των συντεταγμένων Οx. Έτσι, η μετατόπιση και η διανυσματική ταχύτητα στην κίνηση με σταθερή ταχύτητα μπορούν να προβληθούν στον άξονα Οx και οι προβολές τους θεωρούνται σαν αλγεβρικές ποσότητες.

Αν σε μια συγκεκριμένη χρονική στιγμή t_1 το σώμα βρισκόταν σε ένα σημείο με συντεταγμένη x_1, και την επόμενη χρονική στιγμή t_2 - σε ένα σημείο με συντεταγμένη x_2, τότε η προβολή της μετατόπισης $\Delta\vec{r}$ στον Οx άξονα κατά το χρονικό διάστημα $\Delta t = t_2 - t_1$ είναι ίση με

$$\Delta x = x_2 - x_1 \qquad (1.1.15)\ .$$

Αυτή η ποσότητα μπορεί να είναι θετική ή αρνητική ανάλογα με την κατεύθυνση της κίνησης του σώματος. Στην ευθύγραμμη κίνηση με σταθερή ταχύτητα η απόλυτη τιμή της μετατόπισης είναι ίση με την απόσταση που διανύθηκε. Η αλγεβρική τιμή (μέτρο + πρόσημο) της διανυσματικής ταχύτητας στην Ευθύγραμμη Ομαλή Κίνηση δίνεται από την παρακάτω σχέση

$$\upsilon = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \sigma\tau\alpha\theta. \qquad (1.1.16).$$

Αν $\upsilon > 0$, τότε το σώμα κινείται προς την θετική διεύθυνση του Οx άξονα. Όταν $\upsilon < 0$ το σώμα κινείται προς την αντίθετη διεύθυνση.

<u>Νόμοι της Ευθύγραμμης Ομαλά Επιταχυνόμενης Κίνησης:</u>

1) ***<u>Νόμος της Επιτάχυνσης:</u>*** στην Ευθύγραμμη Ομαλή Κίνηση η επιτάχυνση είναι μηδέν

$$\vec{a} = \vec{0} \qquad (1.1.17).$$

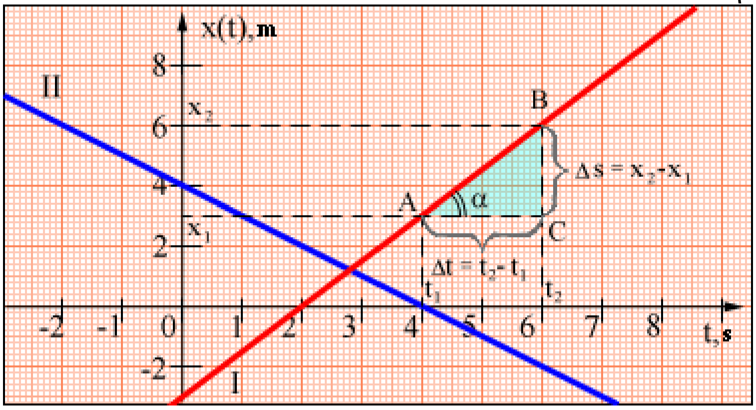
2) ***<u>Νόμος της Ταχύτητας:</u>*** στην Ευθύγραμμη Ομαλή Κίνηση το διάνυσμα της γραμμικής ταχύτητας παραμένει σταθερό

$$\vec{\upsilon} = \sigma\tau\alpha\theta \qquad (1.1.18).$$

3) ***<u>Νόμος της μετατόπισης</u>***: η εξάρτηση της συντεταγμένης x από το χρόνο t εκφράζεται από μια *<u>γραμμική μαθηματική εξίσωση</u>*:

$$x = x_0 + \upsilon(t - t_0) \qquad (1.1.19).$$

Σε αυτή την εξίσωση το υ = σταθερό είναι η ταχύτητα του σώματος, x_0 - είναι η συντεταγμένη του σημείου στο οποίο το σώμα βρισκόταν την αρχική χρονική στιγμή $t = t_0$. Στο γράφημα του νόμου της κίνησης, το x αναπαριστάται σαν μια ευθεία γραμμή. Παραδείγματα τέτοιων γραφημάτων φαίνονται στην εικ. 1.1.5.

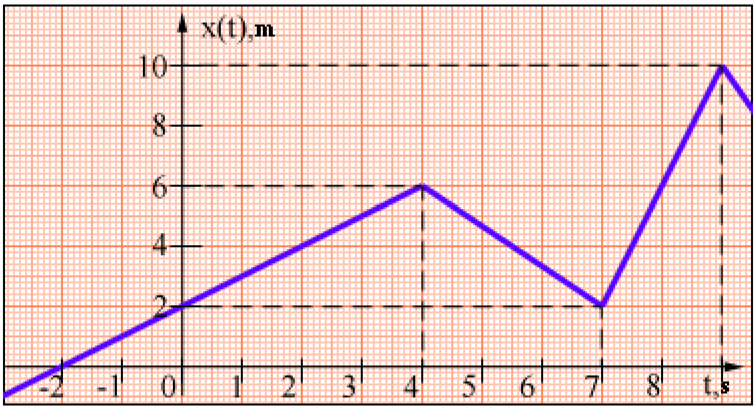


Εικ.1.1.5. Γραφήματα ευθύγραμμης κίνησης με σταθερή ταχύτητα.

Διακριτά γραμμική κίνηση

Στην εικ.1.1.6 η συνάρτηση θέσης x(t) ενός σώματος φαίνεται με τη βοήθεια των τμημάτων της γραμμής. Στα μαθηματικά τέτοια διαγράμματα ονομάζονται *διακριτά γραμμικά*. Στα διακριτά μέρη του διαγράμματος το σώμα κινείται με διαφορετικές ταχύτητες, οι οποίες μπορούν να υπολογιστούν αν υπολογίσουμε την κλίση της αντίστοιχης γραμμής σε σχέση με τον άξονα του χρόνου. Στα σημεία του διαγράμματος που αλλάζει η γραμμή, το σώμα αλλάζει την ταχύτητα του στιγμιαία. Στο διάγραμμα της εικ.1.1.5 συμβαίνει τη χρονική στιγμή $t_1 = 3$ s, $t_2 = 4$ s, $t_3=7$ s και $t_4 = 9$ s. Είναι εύκολο αν βρούμε από το διάγραμμα της κίνησης ότι στο χρονικό διάστημα $t_2 - t_1$ το σώμα κινήθηκε με ταχύτητα $\upsilon_{12} = 1\frac{m}{s}$, στο διάστημα $t_3 - t_2$ με ταχύτητα $\upsilon_{23} = -\frac{4}{3}\frac{m}{s}$ και στο διάστημα $t_3 - t_4$ με ταχύτητα $\upsilon_{34} = 4\frac{m}{s}$.

Είναι σημαντικό ότι σε μια διακριτά γραμμική κίνηση ενός σώματος, η απόσταση s που διανύθηκε από το σώμα δεν συμπίπτει με τη μετατόπιση Δx. Για παράδειγμα, για το νόμο της κίνησης ο οποίος φαίνεται στην εικ.1.3.2, η μετατόπιση του σώματος στο χρονικό διάστημα από 0 s έως 7 s είναι ίση με μηδέν (Δx = 0). Στο χρονικό διάστημα αυτό το σώμα διήνυσε απόσταση s = 8 m.



Εικ.1.1.6 Διακριτά γραμμική κίνηση

Γυμνάσιο- Λ.Τ. Λαιμού Πρεσπών
Λαιμός Πρεσπών, Φλώρινα
Τηλ. 2385051330, 2385051395

Ευθύγραμμη Ομαλά Μεταβαλλόμενη Κίνηση

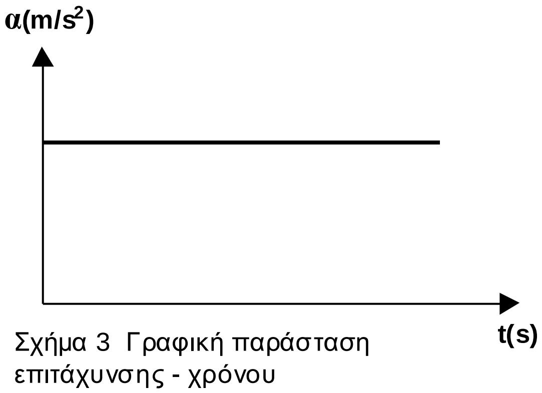
Ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη ονομάζεται η κίνηση στην οποία η επιτάχυνση διατηρείται σταθερή κατά μέτρο, διεύθυνση και φορά.

Νόμοι της Ευθύγραμμης Ομαλά Επιταχυνόμενης Κίνησης

Νόμος της επιτάχυνσης: στην ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση η επιτάχυνση είναι σταθερή και ομόρροπη στην ταχύτητα (βλέπε εικ.1.1.7).

1) .

$$\vec{a} = \sigma\tau\alpha\theta., \vec{a} \uparrow\uparrow \vec{\upsilon} \quad (1.1.20).$$



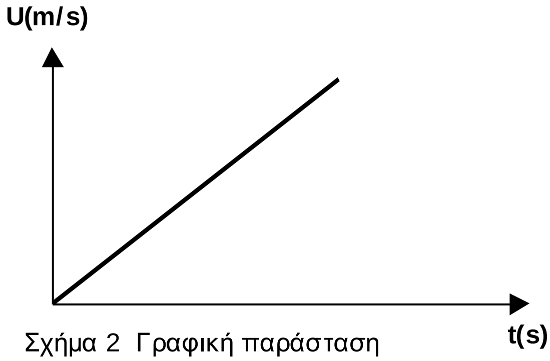
Εικ.1.1.7. Το διάγραμμα a- t στην περίπτωση της ευθύγραμμα ομαλά επιταχυνόμενης κίνησης

2) ***Νόμος της ταχύτητας***: στην ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση η μεταβολή της ταχύτητας είναι ανάλογη με τη χρονική διάρκεια της κίνησης, δηλαδή (βλέπε εικ.1.1.9).

$$\upsilon = \upsilon_0 + a(t - t_0) \quad (1.1.21).$$

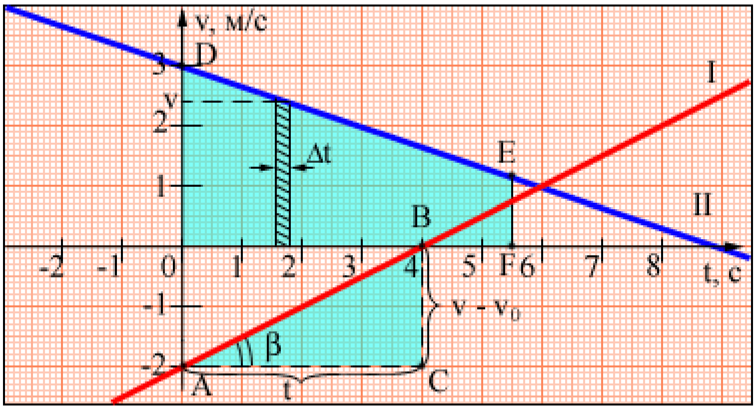
Αν μάλιστα $\upsilon_0 = 0$, $t_0 = 0$ τότε (βλέπε εικ.1.1.8).

$$\upsilon = at \quad (1.1.22).$$



Σχήμα 2 Γραφική παράσταση ταχύτητας - χρόνου

Εικ.1.1.8. Το διάγραμμα υ-t στην περίπτωση της ευθύγραμμα ομαλά επιταχυνόμενης κίνησης χωρίς αρχική ταχύτητα είναι ευθεία γραμμή που διέρχεται από την αρχή των αξόνων.



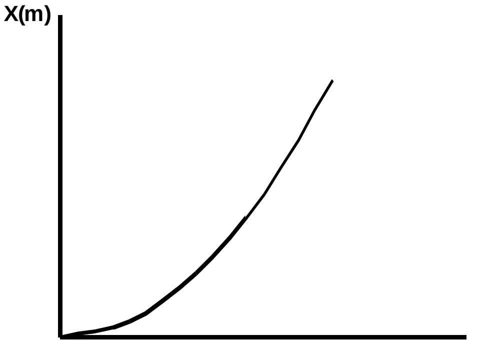
Εικ.1.1.9. Διαγράμματα κίνησης με σταθερή επιτάχυνση.

3) **<u>Νόμος της μετατόπισης:</u>** στην ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση η μετατόπιση εξαρτάται από το χρόνο σύμφωνα με τον τύπο

$$x - x_0 = \upsilon_0 (t - t_0) + \frac{1}{2} \mathrm{a} (t - t_0)^2 \qquad (1.1.23).$$

Αν μάλιστα $x_0 = 0$, $\upsilon_0 = 0$, $t_0 = 0$ τότε (βλέπε εικ.1.1.10).

$$x = \frac{1}{2} \mathrm{a} t^2 \qquad (1.1.24).$$



Σχήμα 5 Γραφική παράσταση μετατόπισης - χρόνου

Εικ.1.1.10. Διάγραμμα θέσης- χρόνου στην ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα.

Νόμοι της Ευθύγραμμης Ομαλά Επιβραδυνόμενης Κίνησης

1) ***Νόμος της επιτάχυνσης*:** στην ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση η επιτάχυνση είναι σταθερή και αντίρροπη της ταχύτητας.

$$\vec{a} = \sigma\tau\alpha\theta., \vec{a} \uparrow\downarrow \vec{\upsilon} \qquad (1.1.25).$$

2) ***Νόμος της ταχύτητας*:** στην ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση η μεταβολή της ταχύτητας είναι ανάλογη με το χρόνο στον οποίο αποκτήθηκε (βλέπε εικ.1.1.9).

$$\upsilon = \upsilon_0 - a(t - t_0) \qquad (1.1.26)$$

3) **Νόμος της μετατόπισης:** στην ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση η μετατόπιση εξαρτάται από το χρόνο σύμφωνα με τον τύπο

$$x - x_0 = \upsilon_0(t - t_0) - \frac{1}{2}a(t - t_0)^2 \qquad (1.1.27).$$

Παρατηρήσεις:

1) Ενώ αναλύουμε την κίνηση με σταθερή επιτάχυνση, μερικές φορές εμφανίζεται το πρόβλημα του να καθορίσουμε τη μετατόπιση του σώματος αν οι τιμές της αρχικής ταχύτητας υ_0, τελικής ταχύτητας υ και της επιτάχυνσης a είναι γνωστές. Με απαλοιφή της χρονικής διάρκειας από τις εξισώσεις (1.1.21) και (1.1.23) προκύπτει για την ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση

$$x - x_0 = \frac{\upsilon^2 - \upsilon_0^2}{2\mathrm{a}} \qquad (1.1.28).$$

Αν μάλιστα $\upsilon_0 = 0$, $x_0 = 0$ τότε

$$x - x_0 = \frac{\upsilon^2}{2\mathrm{a}} \qquad (1.1.29).$$

Ομοίως από τις εξισώσεις (1.1.26) και (1.1.27) προκύπτει για την ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση

$$x - x_0 = -\left(\frac{\upsilon^2 - \upsilon_0^2}{2\mathrm{a}}\right) \qquad (1.1.30).$$

2) Από τα διαγράμματα μπορούν να προκύψουν οι ακόλουθες πληροφορίες

- Στο διάγραμμα x-t η κλίση της ευθείας ισούται με την αλγεβρική τιμή της ταχύτητας (μέτρο διανύσματος + πρόσημο) στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.

$$\upsilon = \frac{\Delta \mathrm{x}}{\Delta \mathrm{t}} = \varepsilon\varphi a \qquad (1.1.31).$$

- Στο διάγραμμα υ-t η κλίση της ευθείας ισούται με την αλγεβρική τιμή (μέτρο διανύσματος + πρόσημο) της επιτάχυνσης στην ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση.

$$\mathrm{a} = \frac{\Delta \upsilon}{\Delta \mathrm{t}} = \varepsilon\varphi\beta \qquad (1.1.32).$$

- Στο διάγραμμα υ-t προκύπτει ότι το μέτρο της μετατόπισης για κάποιο χρονικό διάστημα είναι ίσο με το εμβαδόν της επιφάνειας που περικλείεται μεταξύ της γραφικής παράστασης της ταχύτητας και του άξονά του χρόνου. Ας επιλέξουμε μια σχετικά μικρή χρονική διάρκεια Δt στον άξονα του χρόνου. Αν αυτή η χρονική διάρκεια είναι αρκετά μικρή (dt: στοιχειώδες, απειροελάχιστη αλλά μη μηδενική), τότε η αλλαγή στην ταχύτητα του σώματος κατά αυτή τη διάρκεια είναι αμελητέα και η κίνηση στην χρονική αυτή περίοδο μπορεί να θεωρηθεί σταθερή με μια ταχύτητα υ ίση με τη στιγμιαία ταχύτητα του σώματος στο μέσο της στοιχειώδους χρονικής διάρκειας. Σαν αποτέλεσμα, η μετατόπιση dx κατά τη στοιχειώδη χρονική διάρκεια dt είναι ίση με

$$dx = \upsilon dt \qquad (1.1.33).$$

Αυτή η μετατόπιση είναι επίσης ίση με την επιφάνεια της ζώνης που είναι διαγραμμισμένη στην εικόνα 1.1.9. Χωρίζοντας το χρονικό διάστημα από 0 έως κάποιο συγκεκριμένο χρονικό σημείο t σε στοιχειώδη κομμάτια dt, κάποιος μπορεί να δει ότι η μετατόπιση Δx κατά τη διάρκεια του δοσμένου χρονικού διαστήματος Δt στην κίνηση με σταθερή επιτάχυνση είναι ίση με εμβαδόν της επιφάνειας που περικλείεται μεταξύ της γραφικής παράστασης της ταχύτητας και του άξονά του χρόνου (στην περίπτωσή μας η επιφάνεια του τραπεζίου ODEF).

- Στο διάγραμμα a-t προκύπτει ότι το μέτρο της ταχύτητας για κάποιο χρονικό διάστημα είναι ίσο με το εμβαδόν της επιφάνειας που περικλείεται μεταξύ της γραφικής παράστασης της επιτάχυνσης και του άξονα του χρόνου.

Ασκήσεις

1. Από δυο σημεία Α και Β μιας ευθείας περνούν ταυτόχρονα δυο κινητά και κινούνται προς την ίδια διεύθυνση με σταθερές ταχύτητες υ_A = 10 m.s^{-1} και υ_B =10 m.s^{-1}. Αν τα δυο σημεία απέχουν S = 80 km να βρείτε:

    i) Μετά από πόσο χρόνο θα συναντηθούν.
    ii) Σε πόση απόσταση από το σημείο Α θα συναντηθούν.

Να λάβετε υπόψη την περίπτωση που οι ταχύτητες έχουν την ίδια φορά και την περίπτωση που οι ταχύτητες έχουν αντίθετη φορά.

2. Ένα κινητό εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με ταχύτητα υ_1 = 10 m.s^{-1} περνά από ένα σημείο μιας ευθείας τη στιγμή t_0 = 0 s. Μετά από χρόνο Δt = 2 s περνά από το σημείο Ο ένα δεύτερο κινητό που εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με ταχύτητα υ_1 = 15 m.s^{-1}. Να βρείτε:

    i) Ποια χρονική στιγμή θα συναντηθούν τα δυο κινητά και σε πόση απόσταση.
    ii) Πόσο θα απέχουν τη χρονική στιγμή t_2 = 20 s από τη χρονική στιγμή που πέρασε από το σημείο Ο το πρώτο κινητό.

3. Μια αμαξοστοιχία κινείται με σταθερή ταχύτητα και περνά διαδοχικά πάνω από δυο γέφυρες, την πρώτη σε χρόνο Δt_1 = 7 s και τη δεύτερη σε χρόνο Δt_2 = 2 s. Το μήκος της πρώτης γέφυρας είναι S_1 = 500 m και της δεύτερης S_1 = 100 m. Να υπολογίσετε το μήκος της αμαξοστοιχίας.

4. Ένα κινητό ξεκινά από την ηρεμία και κινείται με σταθερή επιτάχυνση $a = 10$ m.s^{-2}. Μετά από πόσο χρόνο θα απέχει απόσταση $d = 50$ m από το σημείο που ξεκίνησε; Τι ταχύτητα θα έχει τότε;

5. Κινητό που εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με $a = 4$ m.s^{-2} έχει τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ ταχύτητα $\upsilon_0 = 4$ m.s^{-1}. Μετά από κάποιο χρόνο έχει αποκτήσει ταχύτητα $\upsilon = 8$ m.s^{-1}. Πόσο διάστημα θα έχει διατρέξει;

6. Κινητό που εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση με $a = 4$ m.s^{-2} έχει τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ ταχύτητα $\upsilon_0 = 4$ m.s^{-1}. Το κινητό μετά από κάποιο χρόνο έχει διανύσει διάστημα $S = 3$ m. Τι ταχύτητα έχει τότε το κινητό;

7. Ένα αυτοκίνητο επιταχύνεται ομαλά πάνω σε ευθύγραμμο δρόμο. Μέσα σε χρόνο $\Delta t_1 = 5$ s η ταχύτητά του αυξάνεται από $\upsilon_1 = 20$ m.s^{-1} σε $\upsilon_2 = 30$ m.s^{-1}. Να βρεθεί η μέση ταχύτητα.

8. Ένα σώμα που κινείται ευθύγραμμα με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_0 = 5$ m.s^{-1} αποκτά κάποια στιγμή σταθερή επιτάχυνση μέτρου $a = 1$ m.s^{-2}.

   i) Μετά από πόσο χρόνο Δt από τη στιγμή αυτή το μέτρο της ταχύτητας του σώματος θα τριπλασιαστεί;
   ii) Πόσο διάστημα θα έχει διανύσει το σώμα στη διάρκεια του παραπάνω χρόνου;

9. Ένα σώμα που κινείται ευθύγραμμα με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_0 = 10$ m.s^{-1} αποκτά κάποια στιγμή σταθερή επιβράδυνση μέτρου $a = 2$ m.s^{-2}.

   i) Μετά από πόσο χρόνο t_0 από τη στιγμή αυτή το σώμα θα σταματήσει;
   ii) Πόσο διάστημα θα έχει διανύσει το σώμα από τη στιγμή αυτή μέχρι να σταματήσει;

10. Ένα κινητό ξεκινά χωρίς αρχική ταχύτητα και κινείται με σταθερή επιτάχυνση. Μετά από χρόνο $t_1 = 10$ s η επιτάχυνση αποκτά αντίθετη κατεύθυνση, διατηρεί όμως το μέτρο της. Το συνολικό διάστημα που διανύει το κινητό μέχρι να σταματήσει είναι $S_1 = 100$ m. Να βρεθεί το μέτρο της επιτάχυνσης.

11. Ένα κινητό κινείται κατά μήκος του άξονα x΄Ox με σταθερή ταχύτητα μέτρου $\upsilon_0 = 20$ m.s^{-1}. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ s περνά από το σημείο O και αρχίζει να επιβραδύνεται με σταθερή επιβράδυνση μέτρου $a = 2$ m.s^{-2}. Να γίνουν τα διαγράμματα $a = f(t)$, $\upsilon = f(t)$, $S = f(t)$ από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ s μέχρι τη χρονική στιγμή που το κινητό επανέρχεται στο σημείο O.

12. Ένα κινητό κινείται κατά μήκος του άξονα με σταθερή ταχύτητα μέτρου $\upsilon_0 = 20$ m.s^{-1} επί χρόνο $t_1 = 10$ s. Στη συνέχεια κινείται με σταθερή επιτάχυνση επί χρόνο $t_2 = 10$ s, οπότε διπλασιάζεται το μέτρο της ταχύτητάς του. Τέλος κινείται με σταθερή επιβράδυνση μέχρι να σταματήσει, αφού διανύσει διάστημα $S = 700$ m. Να γίνουν τα διαγράμματα $a = f(t)$, $\upsilon = f(t)$, $S = f(t)$.

13. Ένα τρόλεϊ κινείται ευθύγραμμα με ταχύτητα $\upsilon_0 = 20$ m.s^{-1}.

i) Αν η ταχύτητά του αρχίσει να αυξάνει με επιτάχυνση $a = 2\ m.s^{-2}$ να βρείτε την απόσταση που διανύει σε χρόνο $\Delta t = 4\ s$.

ii) Αν η ταχύτητά του μειώνεται με επιβράδυνση να βρείτε την απόσταση που διανύει σε χρόνο $\Delta t = 4\ s$ και μετά από πόσο χρόνο θα σταματήσει.

14. Κινητό ξεκινά από την ηρεμία και κινείται για χρόνο t_1 με επιτάχυνση μέτρου $a_1 = 8\ m.s^{-2}$ και στη συνέχεια με επιβράδυνση μέτρου $a_2 = 8\ m.s^{-2}$ μέχρι να σταματήσει. Ο ολικός χρόνος της κίνησης είναι $t_{ολ} = 50\ s$. Να βρείτε για πόσο χρόνο το σώμα κινήθηκε επιταχυνόμενο και το ολικό διάστημα που διέτρεξε. Να γίνουν επίσης τα διαγράμματα $a = f(t)$, $υ = f(t)$, $S = f(t)$.

15. Δύο τραίνα που κινούνται με ταχύτητες $υ_1 = 40\ m.s^{-1}$ και $υ_0 = 60\ m.s^{-1}$ κατευθύνονται το ένα ως προς το άλλο πάνω σε μια επίπεδη γραμμή. Όταν απέχουν απόσταση $S = 2601\ m$ οι δυο μηχανοδηγοί βλέπουν ταυτόχρονα τον κίνδυνο και πατούν φρένο. Αν τα τραίνα επιβραδύνουν ταυτόχρονα κάθε τραίνο με ρυθμό $1\ m.s^{-2}$ να βρείτε πόσο θα απέχουν τα τραίνα όταν σταματήσουν.

16. Ένα κινητό που κινείται αρχικά ευθύγραμμα και ομαλά με ταχύτητα $υ_0$ αρχίζει να επιβραδύνεται με σταθερή επιβράδυνση $a = 8\ m.s^{-2}$ και σταματά μετά από χρόνο $\Delta t_{ολ} = 5\ s$. Να βρείτε την ταχύτητα $υ_0$, το ολικό διάστημα καθώς και το διάστημα που διανύει το κινητό στη διάρκεια του $3^{ου}$ δευτερολέπτου.

17. Αυτοκίνητο κινείται ευθύγραμμα και ομαλά με ταχύτητα $υ_0 = 20\ m.s^{-1}$. Ξαφνικά ο οδηγός, ο οποίος έχει χρόνο αντίδρασης 0,4 sec, αντιλαμβάνεται εμπόδιο σε απόσταση $S = 23\ m$ και εφαρμόζει τα φρένα. Αν τα φρένα δίνουν στο αυτοκίνητο επιβράδυνση $a = 10\ m.s^{-2}$ να βρείτε:

i) Με ποια ταχύτητα θα συγκρουστεί το αυτοκίνητο με το εμπόδιο;

ii) Ποια θα έπρεπε να είναι η επιβράδυνση για να φτάσει στο εμπόδιο με ταχύτητα μηδέν;

18. Ένα κινητό κινείται ευθύγραμμα. Το διάγραμμα ταχύτητας-χρόνου φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

i) Να βρείτε το διάστημα που διανύει το κινητό τα τέσσερα τελευταία δευτερόλεπτα της κίνησής του.

ii) Να κάνετε τα διαγράμματα επιτάχυνσης- χρόνου και διαστήματος-χρόνου.

19. Η αλγεβρική τιμή της επιτάχυνσης ενός κινητού που κινείται ευθύγραμμα σε συνάρτηση με το χρόνο φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

i) Να σχεδιάσετε τα διαγράμματα ταχύτητας- χρόνου και διαστήματος-χρόνου.

ii) Αν το κινητό ξεκινά από την ηρεμία, πόσο διάστημα θα έχει διανύσει σε χρονικό διάστημα $\Delta t = 6\ s$;

20. Ένα κινητό ξεκινά από την ηρεμία και κινείται ευθύγραμμα με σταθερή επιτάχυνση $a_1 = 2\ m.s^{-2}$ για χρόνο $t_1 = 10\ s$. Στη συνέχεια κινείται με την ταχύτητα που απέκτησε για χρόνο $t_2 = 2\ s$. Τέλος επιβραδύνεται με σταθερή επιβράδυνση

μέχρι να σταματήσει. Το διάστημα που διένυσε κατά την επιβραδυνόμενη κίνηση είναι S_3 = 40 m.

i) Να βρείτε το ολικό διάστημα που διένυσε το σώμα και το συνολικό χρόνο κίνησής του.
ii) Να κάνετε τα διαγράμματα ταχύτητας- χρόνου, επιτάχυνσης- χρόνου και διαστήματος- χρόνου.

21. Ένα κινητό κινείται ευθύγραμμα με σταθερή ταχύτητα μέτρου $υ_0$ = 10 $m.s^{-1}$. Κάποια στιγμή το κινητό αρχίζει να επιταχύνεται με σταθερή επιτάχυνση, οπότε η ταχύτητά του σε χρόνο Δt = 5 s γίνεται υ = 30 $m.s^{-1}$.

i) Να βρείτε το ολικό διάστημα που θα διανύσει το κινητό σε χρόνο από τη στιγμή που άρχισε να επιταχύνεται.
ii) Πόσο διάστημα θα διανύσει το κινητό το όγδοο δευτερόλεπτο από τη χρονική στιγμή που άρχισε να επιταχύνεται;

22. Ένα κινητό περνά από ένα σημείο Α μιας ευθείας με σταθερή ταχύτητα μέτρου $υ_0$ = 20 $m.s^{-1}$. Μετά από χρόνο t_0 = 5 s ξεκινά από το σημείο Α δεύτερο κινητό με σταθερή επιτάχυνση a = 4 $m.s^{-2}$. Αν εκείνη τη χρονική στιγμή το κινητό αρχίσει να επιβραδύνεται με σταθερή επιτάχυνση a = 2 $m.s^{-2}$.

i) Να βρείτε την ταχύτητα του δεύτερου κινητού όταν το πρώτο σταματά.
ii) Πόσο απέχουν τα κινητά εκείνη τη χρονική στιγμή;

Κεφάλαιο 1.2: εισαγωγή στη δυναμική.

Δυναμική: είναι το κομμάτι της Φυσικής που μελετά πως η κίνηση ενός σώματος αλλάζει υπό την επίδραση άλλων σωμάτων καλείται δυναμική.

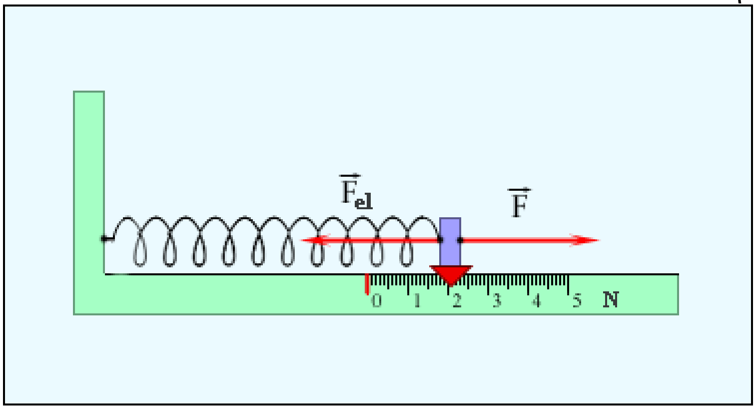
Όταν ένα σώμα κινείται σε μια αυθαίρετη τροχιά η ταχύτητα του $\vec{\upsilon}$ μπορεί να μεταβάλλεται σε απόλυτη τιμή και σε διεύθυνση. Αυτό σημαίνει ότι το σώμα κινείται με μια συγκεκριμένη επιτάχυνση $\vec{a}$. Στην *κινηματική* το ερώτημα του φυσικού αιτίου που προκάλεσε την επιτάχυνση της κίνησης του σώματος δεν λαμβάνεται υπόψη. Πειράματα δείχνουν ότι οποιαδήποτε αλλαγή στην ταχύτητα του σώματος γίνεται κάτω από την επίδραση άλλων σωμάτων. *Η Δυναμική* θεωρεί την επίδραση ενός σώματος σε ένα άλλο σαν το αίτιο που καθορίζει την κίνηση των σωμάτων. Η αλληλεπίδραση των σωμάτων είναι η αμοιβαία επίδραση αυτών στην μεταξύ τους κίνηση.

Δύναμη: δύναμη ονομάζεται το αίτιο που μπορεί να παραμορφώσει ένα σώμα ή να αλλάξει την κινητική του κατάσταση. Η δύναμη είναι μέγεθος *διανυσματικό* και εκφράζει ποσοτικά τις αλληλεπιδράσεις μεταξύ των σωμάτων. Για να την χαρακτηρίσουμε πλήρως απαιτείται η γνώση

- του *μέτρου* της.
- της *διεύθυνσης* και *φοράς* της (της *κατεύθυνσής* της).

Παριστάνεται με ένα βέλος που το σημείο εφαρμογής του είναι στο υλικό σημείο (σε σώματα με διαστάσεις όχι αμελητέες συνήθως σημείο εφαρμογής της είναι το κέντρο μάζας του σώματος). Το μέτρο της δύναμης ισούται με το μήκος του διανύσματος αν αυτό σχεδιαστεί σε κατάλληλη κλίμακα. Μονάδα της δύναμης στο Διεθνές Σύστημα (S.I.) είναι το 1 Newton (1 N).

Στην πράξη η μέτρηση της δύναμης επιτυγχάνεται συνήθως με κατάλληλα βαθμολογημένα ελατήρια που ονομάζονται *δυναμόμετρα*. Η λειτουργία τους στηρίζεται στο Νόμο του Hooke. Η δύναμη μετριέται από την τάση του δυναμόμετρου (βλέπε εικόνα 1.2.1).



Εικ.1.2.1. Μέτρηση της δύναμης με την επιμήκυνση του ελατηρίου.

<u>Συνισταμένη Δύναμη</u>: όταν δύο ή περισσότερες δυνάμεις ασκούνται *<u>στο ίδιο σώμα</u>* τότε ονομάζουμε συνισταμένη ($\sum \vec{F}$ ή $\vec{F}_{ΟΛ}$) των δυνάμεων αυτών τη νοητή δύναμη που θα προκαλούσε το ίδιο αποτέλεσμα με τις πραγματικές αυτές δυνάμεις αν τις αντικαθιστούσε. Με σύμβολα γράφουμε:

$$\sum \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \ldots.. \quad (1.2.1).$$

***<u>Σύνθεση Δυνάμεων</u>*:** ονομάζεται σύνθεση δυο ή περισσοτέρων δυνάμεων ο υπολογισμός της συνισταμένης τους.

Αν έχουμε μόνο δυο δυνάμεις εργαζόμαστε ως εξής:

a) <u>Δυνάμεις με ίδια διεύθυνση και ίδια φορά.</u>

$$ΣF = F_1 + F_2 \quad (1.2.2).$$

Σχήμα 1

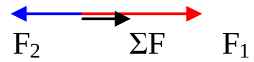
F_2 F_1 ΣF

ΠΡΟΣΟΧΗ: η ΣF έχει τη διεύθυνση και τη φορά των δυνάμεων που αντικαθιστά.

b) <u>Δυνάμεις με ίδια διεύθυνση και αντίθετη φορά.</u>

$$ΣF = F_1 – F_2 \quad (1.2.3)$$

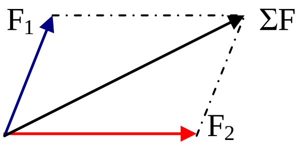
Σχήμα 2



ΠΡΟΣΟΧΗ: η ΣF έχει τη διεύθυνση των δυνάμεων που αντικαθιστά και φορά τη φορά της μεγαλύτερης δύναμης.

<u>c) Δυνάμεις με τυχαία διεύθυνση</u>

Η συνισταμένη δύο δυνάμεων που σχηματίζουν γωνία υπολογίζεται με τον κανόνα του παραλληλογράμμου (εφαρμογή του νόμου των ημίτονων και των συνημίτονων).



Σχήμα 3

$$\sum F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2.F_1.F_2.\sigma\upsilon\nu\varphi} \text{ (μέτρο)} \qquad (1.2.4),$$

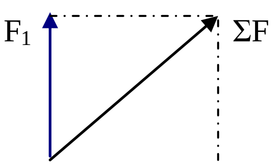
$$\varepsilon\phi\theta = \frac{F_1 \eta\mu\varphi}{F_2 + F_1 \sigma\upsilon\nu\varphi} \text{ (κατεύθυνση)} \qquad (1.2.5),$$

$$\eta\mu\theta = \frac{F_1 \eta\mu\varphi}{\sum F} \text{ (κατεύθυνση)} \qquad (1.2.6).$$

Όταν οι δυνάμεις είναι κάθετες μεταξύ τους η διαγώνιος υπολογίζεται από το πυθαγόρειο θεώρημα και την τριγωνομετρία:

$$F_{O\Lambda} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} \text{ (μέτρο)} \qquad (1.2.7),$$

$$\varepsilon\phi\theta = \frac{F_1}{F_2} \text{ (κατεύθυνση)} \qquad (1.2.8),$$



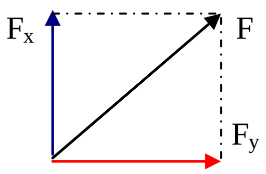
Σχήμα 4

***<u>Συνιστώσες Δύναμης</u>*: ονομάζουμε συνιστώσες μιας δύναμης δύο ή περισσότερες νοητές δυνάμεις που είναι παράλληλες σε ορισμένους άξονες και προκαλούν το ίδιο αποτέλεσμα σε ένα σώμα με την πραγματική δύναμη που αντικαθιστούν.

***<u>Ανάλυση Δύναμης</u>*: ονομάζεται σύνθεση ανάλυση μιας δύναμης ο υπολογισμός των συνιστωσών της που είναι παράλληλες σε ορισμένους άξονες.

$$\eta\mu\theta = \frac{F_y}{F} \quad (1.2.9),$$

$$\sigma\upsilon\nu\theta = \frac{F_x}{F} \quad (1.2.10).$$



Σχήμα 5

Νόμοι του Newton

Οι νόμοι της δυναμικής ανακαλύφθηκαν από τον διάσημο Άγγλο επιστήμονα Isaak Newton (1687). Οι τρεις νόμοι της δυναμικής που διατυπώθηκαν από τον Newton περιγράφουν την περίφημη <u>Κλασσική Μηχανική</u>. Οι Νόμοι του Νεύτωνα θα πρέπει να θεωρούνται σαν η γενίκευση πειραματικών αποτελεσμάτων.

1ος Νόμος του *Newton* (*<u>Νόμος της Αδράνειας</u>):* κάθε σώμα συνεχίζει να παραμένει ακίνητο ή να κινείται ευθύγραμμα ομαλά εφόσον η συνισταμένη των δυνάμεων που επιδρούν σε αυτό είναι μηδενική.

$$\sum \vec{F} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{\upsilon} = \vec{0} \text{ ή } \vec{\upsilon} = \text{ σταθερή} \quad (1.2.11).$$

2ος Νόμος του *Newton* (*<u>Θεμελιώδης Νόμος της Μηχανικής</u>):* όταν σε ένα σώμα μάζας m, επιδρά συνισταμένη δύναμη $\sum \vec{F} \neq \vec{0}$ το σώμα αποκτά επιτάχυνση ανάλογη της δύναμης $\sum \vec{F}$ και αντιστρόφως ανάλογη της μάζας του m.

Γυμνάσιο- Λ.Τ. Λαιμού Πρεσπών
Λαιμός Πρεσπών, Φλώρινα
Τηλ. 2385051330, 2385051395

$$\vec{a} = \frac{\sum \vec{F}}{m} \Leftrightarrow \sum \vec{F} = m.\vec{a} \Leftrightarrow \begin{array}{l} \sum F_x = m a_x \kappa\alpha\iota \\ \sum F_y = m a_y \kappa\alpha\iota \\ \sum F_z = m a_z \end{array} \qquad (1.2.12).$$

3ος Νόμος του *Newton* (*<u>Νόμος Δράσης- Αντίδρασης</u>*): όταν ένα σώμα ασκεί δύναμη σε ένα δεύτερο σώμα (***δράση***), τότε και το δεύτερο σώμα ασκεί στο πρώτο δύναμη ίσου μέτρου και αντίθετης κατεύθυνσης (***αντίδραση***).

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} \qquad (1.2.13).$$

Παρατηρήσεις

1. ***<u>Ισορροπία Δυνάμεων:</u>*** λέμε ότι δύο ή περισσότερες δυνάμεις που ασκούνται στο *<u>ίδιο σώμα</u>* ισορροπούν όταν η συνισταμένη τους είναι *<u>μηδενική</u>*.

$$\sum \vec{F} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{array}{l} \sum F_x = 0 \kappa\alpha\iota \\ \sum F_y = 0 \kappa\alpha\iota \\ \sum F_z = 0 \end{array} \qquad (1.2.14).$$

2. ***<u>Αδράνεια</u>*** ονομάζεται η ιδιότητα της ύλης, που εκδηλώνεται σαν τάση των σωμάτων να αντιστέκονται σε οποιαδήποτε μεταβολή της κινητικής τους κατάστασης. Η αδράνεια ενός σώματος είναι τόσο μεγαλύτερη όσο η μάζα του, γι' αυτό λέμε ότι το μέτρο της αδράνειας είναι η (αδρανειακή) μάζα.

3. ***<u>Αδρανειακή Μάζα:</u>*** είναι μια ιδιότητα ενός σώματος που χαρακτηρίζει την αδράνεια του. Η μάζα ενός σώματος είναι ένα *<u>μονόμετρο μέγεθος</u>*. Μονάδα μάζας στο Διεθνές Σύστημα (S.I.) είναι το 1 χιλιόγραμμο (1 kg).

4. ***<u>Προσθετικότητα</u>*:** πειράματα δείχνουν ότι αν δύο σώματα με μάζες m_1 και m_2 ενωθούν σε ένα, η μάζα m του νέου σώματος αποδεικνύεται να είναι ίση με το άθροισμα των μαζών m_1 και m_2:

$$m = m_1 + m_2 \qquad (1.2.15).$$

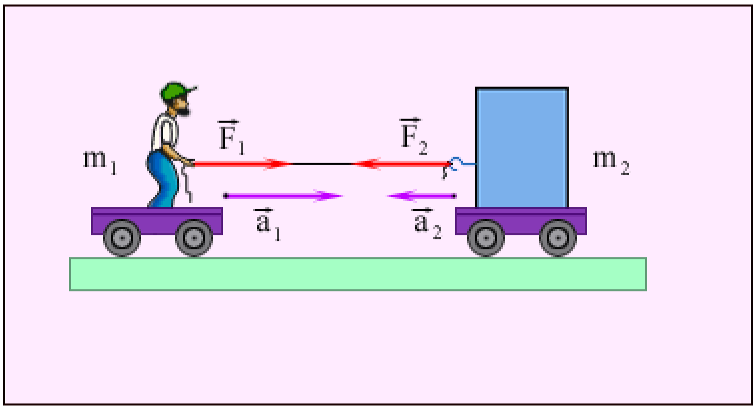
   Αυτή η ιδιότητα της μάζας ονομάζεται *<u>προσθετικότητα</u>*.

5. Ο Νόμος της Αδράνειας διατυπώθηκε πρώτα από τον Galileo (1632) σε ατελή

μορφή. Ο Newton γενίκευσε τις προτάσεις του Galileo και τις συμπεριέλαβε στους βασικούς νόμους της κίνησης.

6. Η περιγραφή της κίνησης μπορεί να γίνει μόνο αν χρησιμοποιήσουμε ένα σύστημα αναφοράς. Ο 1ος Νόμος του Newton (ή *ο Νόμος της Αδράνειας*) επιλέγει την κατηγορία των ονομαζόμενων *αδρανειακών συστημάτων* από μια πληθώρα συστημάτων αναφοράς. *Σε τέτοια συστήματα αναφοράς κάθε σώμα παραμένει στην κατάσταση ηρεμίας ή κάποιας σταθερής ευθύγραμμης κίνησης εκτός και αν κάποια δύναμη αρκετά μεγάλη το αναγκάσει να αλλάξει κατάσταση*. Οι νόμοι της μηχανικής του Νεύτωνα για την αλληλεπίδραση των σωμάτων διατυπώθηκαν για αδρανειακά συστήματα αναφοράς. Με ένα υψηλό βαθμό ακριβείας το *ηλιοκεντρικό σύστημα αναφοράς* (ή Κοπερνίκειο Σύστημα), του οποίου το κέντρο επιλέχθηκε σαν το κέντρο του Ήλιου, είναι αδρανειακό. Αυτό το σύστημα αναφοράς χρησιμοποιήθηκε από το Νεύτωνα όταν ανακάλυψε *Νόμο της Παγκόσμιας Έλξης* (1682).

7. Οι δυνάμεις που προκύπτουν από τις αλληλεπιδράσεις των σωμάτων έχουν πάντα την ίδια προέλευση. Δρουν σε *ξεχωριστά σώματα* και άρα δεν μπορούν να αλληλοεξουδετερωθούν. Μόνο οι δυνάμεις που δρουν στο ίδιο σώμα μπορούν να προστεθούν χρησιμοποιώντας τους κανόνες της διανυσματικής πρόσθεσης. Η Εικ.1.2.2 δείχνει τον 3ο Νόμο του Newton. Ο άνθρωπος που δρα στον πλίνθο μπορεί να εξισώσει σε απόλυτη τιμή τη δύναμη που ασκεί ο πλίνθος στον άνθρωπο. Αυτές οι δυνάμεις έχουν αντίθετες κατευθύνσεις. Έχουν την ίδια φυσική προέλευση - είναι οι ελαστικές δυνάμεις του σχοινιού. Οι επιταχύνσεις των σωμάτων είναι αντιστρόφως ανάλογες προς τις μάζες τους.



Εικ.1.2.2. Ο 3ος Νόμος του Newton $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$.

8. ***Ορισμός της μονάδας δύναμης στο S. I. (1 Newton ή 1 N):*** είναι η δύναμη που δίνει επιτάχυνση 1 $m.s^{-2}$ σε ένα σώμα μάζας ίσης με 1 kg, δηλαδή

$$1N = 1kg.\frac{m}{s^2} \quad (1.2.16).$$

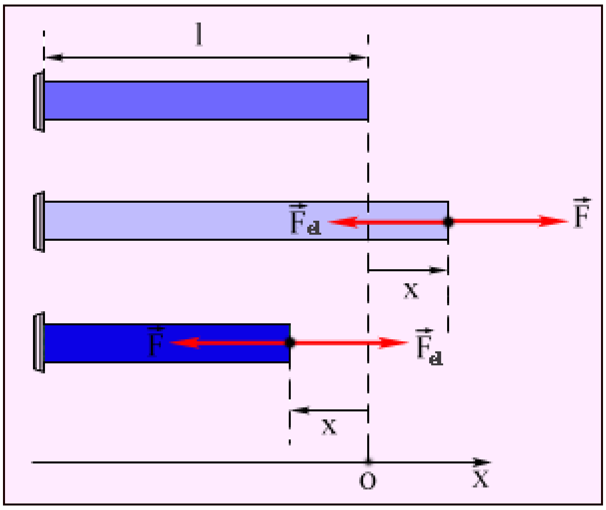
9. Αν για τη συνισταμένη δύναμη ισχύει $\sum \vec{F} = \vec{0}$ τότε το σώμα θα παραμείνει σε ηρεμία ή θα κινείται ευθύγραμμα με σταθερή ταχύτητα. Έτσι, επίσημα ο $2^{ος}$ Νόμος του Newton περιλαμβάνει και τον $1^{ο}$ Νόμος του Newton, αλλά ο $1^{ος}$ Νόμος έχει ένα βαθύτερο φυσικό περιεχόμενο- απαιτεί την ύπαρξη ενός αδρανειακού συστήματος αναφοράς.

10. Ο $2^{ος}$ Νόμος του Newton στη μορφή που διατυπώθηκε πιο πάνω ισχύει μόνο όταν η μάζα των σωμάτων παραμένει σταθερή και οι ταχύτητές τους είναι πολύ μικρότερες από την ταχύτητα διάδοσης του φωτός c. Η γενίκευσή του θα γίνει σε επόμενο κεφάλαιο.

11. Ο $3^{ος}$ Νόμος του Newton έτσι όπως διατυπώθηκε πιο πάνω δεν ισχύει για τις Ηλεκτρομαγνητικές Δυνάμεις Lorentz. Η γενίκευσή του θα γίνει σε επόμενο κεφάλαιο.

Μερικοί Νόμοι Δυνάμεων

Όταν ένα σώμα *παραμορφώνεται*, υπάρχει μια δύναμη που τείνει να το επαναφέρει στο προηγούμενο μέγεθος και σχήμα του. Αυτή η δύναμη εμφανίζεται λόγω *της ηλεκτρομαγνητικής* αλληλεπίδρασης ανάμεσα στα άτομα και τα μόρια των ουσιών. Ονομάζεται ελαστική δύναμη ή *δύναμη επαναφοράς*. Ο απλούστερος τύπος παραμόρφωσης είναι οι παραμορφώσεις *επιμήκυνσης* ($\Delta l = l - l_0 > 0$) ή *συμπίεσης* ($\Delta l = l - l_0 < 0$, βλέπε εικ.1.2.3). Όταν οι παραμορφώσεις είναι *μικρές* ($|\Delta l| << l_0$) ισχύει ο Νόμος του Hooke. Σημειώστε ότι όταν ένα σώμα λυγίζει ή επιμηκύνεται πολύ, μπορεί να παραμορφωθεί ή και να σπάσει.

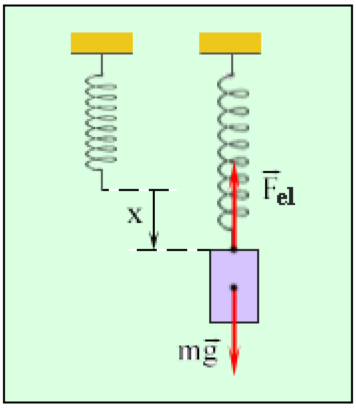


Εικ.1.2.3. Παραμόρφωση επιμήκυνσης (x>0) και συμπίεσης (x<0). Για την εξωτερική δύναμη ισχύει $\vec{F} = -\vec{F}_{el}$.

<u>Νόμος του Hooke</u>: όταν η παραμόρφωση Δl ενός σώματος (π.χ. ενός ελατηρίου) είναι πολύ *<u>μικρή</u>* σε σχέση με τις αρχικές διαστάσεις του σώματος ($|\Delta l| << l_0$) τότε αυτή είναι ανάλογη με το μέτρο της ελαστικής δύναμης $F_{ελ}$ που ασκείται σε αυτό, δηλαδή

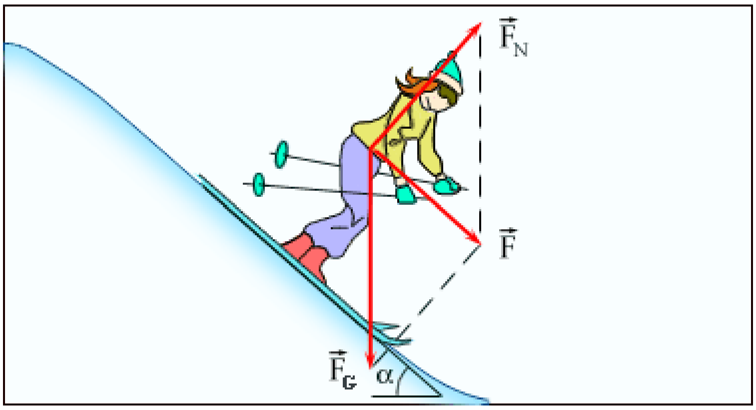
$$F_{ελ} = k.\Delta l \qquad (1.2.17),$$

όπου k η *<u>ελαστική σταθερά</u>* του σώματος (μετριέται σε $N.m^{-1}$ στο S. I.). Η ελαστική σταθερά ενός σώματος εξαρτάται όχι μόνο από το σχήμα του και τις διαστάσεις του, αλλά και από τις το υλικό από το οποίο είναι κατασκευασμένο. Ένα σώμα που υπακούει στο Νόμο του Hooke για οποιεσδήποτε τιμές των $F_{ελ}$ και Δl λέγεται *<u>τέλεια ελαστικό</u>* (αντίστοιχα ένα τέτοιο ελατήριο *<u>ιδανικό ελατήριο</u>*).



Εικ.1.12.3. Παραμόρφωση επιμήκυνσης ελατηρίου, $F_{el} = k.\Delta l = m.g$.

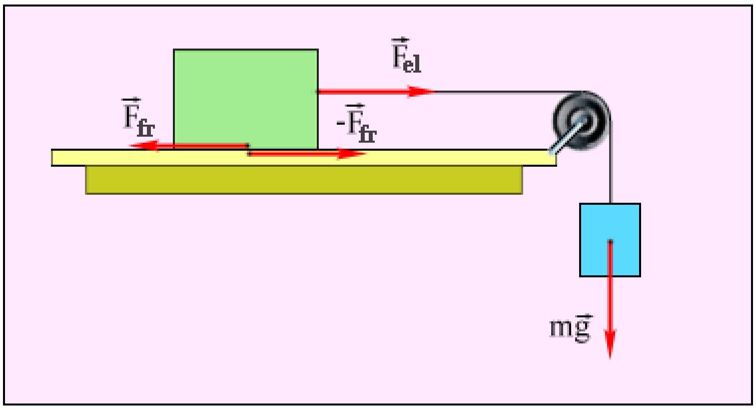
Κάθετη αντίδραση του επιπέδου στήριξης: αν ένα σώμα εφάπτεται σε ένα ακίνητο δάπεδο τότε αυτό του ασκεί μια δύναμη κάθετη σε αυτό και με φορά προς τα πάνω, η οποία ονομάζεται κάθετη αντίδραση του επιπέδου στήριξης (βλέπε εικόνα 1.2.4).



Εικ.1.2.4. Η δύναμη $\vec{F}$ είναι η σύνθεση της βαρυτικής δύναμης $\vec{F}_G$ και της δύναμης $\vec{F}_N$ που δρα στο σκιέρ στην λεία επιφάνεια του βουνού. Η δύναμη $\vec{F}$ προκαλεί την επιτάχυνση του σκιέρ.

Τριβή (ξηρή τριβή): είναι η δύναμη αντίστασης που εμφανίζεται ανάμεσα στις επιφάνειες δύο αντικειμένων, που βρίσκονται σε επαφή όταν η μία κινείται ή τείνει να κινηθεί σε σχέση με την άλλη. Η διεύθυνσή της είναι πάντοτε παράλληλη στις επιφάνειες που εφάπτονται και έχει φορά τέτοια ώστε να αντιτίθεται στην ολίσθηση της μιας επιφάνειας σε σχέση με την άλλη. Η τριβή οφείλεται στις ηλεκτρομαγνητικές αλληλεπιδράσεις μεταξύ των μορίων των τριβομένων επιφανειών. Διακρίνεται σε στατική τριβή (όταν οι δυο επιφάνειες δεν κινούνται η μια σε σχέση με την άλλη) και σε *τριβή ολίσθησης* (όταν οι δυο επιφάνειες κινούνται η μια σε σχέση με την άλλη).

Η ξηρή τριβή που εμφανίζεται όταν τα σώματα είναι ακίνητα το ένα σε σχέση με το άλλο, ονομάζεται *στατική τριβή* . Η δύναμη της *στατικής τριβής* μεταβάλλεται έτσι ώστε να είναι πάντοτε ίση σε μέγεθος με την εξωτερική δύναμη και σε αντίθετη κατεύθυνση (εικ.1.2.5).

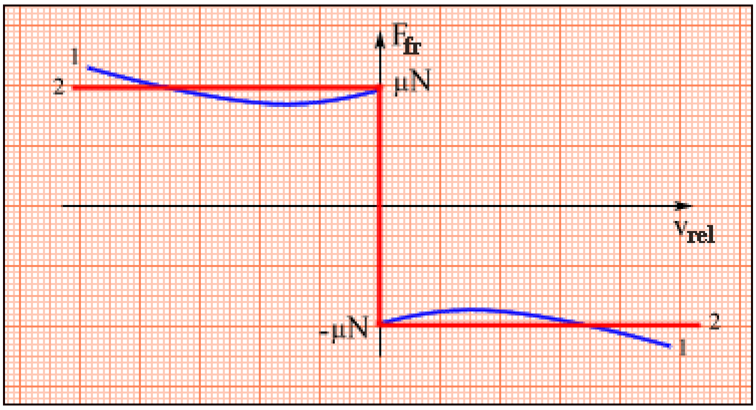


Εικ.1.2.5. Δύναμη στατικής τριβής ($\vec{\upsilon} = \vec{0}$).

<u>Νόμος Τριβής Ολίσθησης:</u> η δύναμη της στατικής τριβής δεν μπορεί να υπερβεί μια συγκεκριμένη μέγιστη τιμή $Τρ_{σmax}$. Αν η εξωτερική δύναμη είναι μεγαλύτερη από την $Τρ_{σmax}$, τότε μια σχετική κίνηση εμφανίζεται. Σε αυτή την περίπτωση η δύναμη της τριβής ονομάζεται *<u>τριβή ολίσθησης</u>*. Κατευθύνεται πάντοτε αντίθετα από την κατεύθυνση της κίνησης και, γενικά μιλώντας, εξαρτάται από τη σχετική ταχύτητα των σωμάτων. Παρόλα αυτά, σε πολλές περιπτώσεις η δύναμη της κινητικής τριβής υποτίθεται ότι είναι σχεδόν ανεξάρτητη από τη σχετική ταχύτητα των σωμάτων και ίση με τη μέγιστη δύναμη της στατικής τριβής. Το μοντέλο αυτό της δύναμης της τριβής χρησιμοποιείται σε διάφορα φυσικά προβλήματα (εικ.1.2.6), όπου δύναμη της τριβής ολίσθησης εξαρτάται από τους ακόλουθους παράγοντες

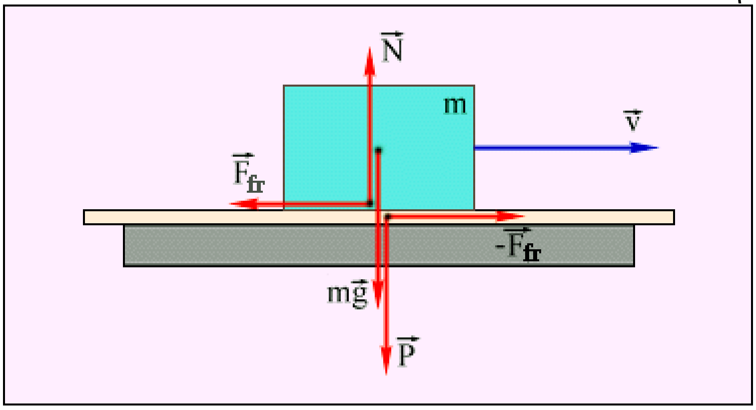
- τη φύση των τριβομένων επιφανειών.
- το μέτρο της κάθετης δύναμης $\vec{F}_κ$ που ασκεί κάθε επιφάνεια στην άλλη.

$$Τρ = n.F_κ \qquad (1.2.18).$$



Εικ.1.2.6. Πραγματικά (1) και ιδανικά (2) χαρακτηριστικά της τριβής.

Ο συντελεστής αναλογίας n ονομάζεται *<u>συντελεστής τριβής ολίσθησης</u>*. Ο συντελεστής n είναι ένα αδιάστατο μέγεθος. Είναι συνήθως μικρότερο από τη μονάδα. Εξαρτάται από το υλικό των σωμάτων που έρχονται σε επαφή και στην ποιότητα της επιφάνειας επαφής. Όταν γλιστράνε, η δύναμη της τριβής κατευθύνεται κατά μήκος της εφαπτομένης προς την πλευρά που είναι αντίθετη από τη σχετική ταχύτητα (εικ.1.2.7).



Εικ.1.2.7. Οι δυνάμεις τριβής όταν υπάρχει κίνηση η δύναμη της αντίδρασης. το βάρος του σώματος.

Οι ξηρές τριβές μειώνονται εάν μεταξύ των τριβομένων επιφανειών παρεμβληθεί ένα ρευστό (λιπαντικό) ή μετατραπεί η *τριβή ολίσθησης* σε *τριβή κύλισης* (η τελευταία δεν είναι δύναμη αλλά ροπή). Όταν ένα σώμα κινείται σε ένα υγρό ή αέριο, εμφανίζεται μια *δύναμη αντίστασης*. Η αντίσταση αυτή είναι πολύ μικρότερη από τη δύναμη της τριβής. Επίσης κατευθύνεται αντίθετα από τη σχετική ταχύτητα των σωμάτων. *Δεν υπάρχει στατική τριβή στα υγρά ή στα αέρια.* Η αντίσταση εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από την ταχύτητα του σώματος. Όταν οι ταχύτητας είναι αρκετά μικρές Τρ ~ υ, και όταν είναι μεγάλες Τρ ~ $υ^2$. Επίσης ο συντελεστής αναλογίας σε αυτές τις σχέσεις εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από το σχήμα του σώματος.

Ασκήσεις

1. Μια μεγάλη σφαίρα βάρους Β = 1000 Ν ισορροπεί στηριζόμενη στις επιφάνειες δυο λείων κεκλιμένων επιπέδων με κοινή αρχή. Αν οι γωνίες κλίσης αυτών των επιπέδων είναι αντίστοιχα $φ = 60^o$ και $θ = 30^o$ να βρείτε τις δυνάμεις που ακούν τα κεκλιμένα επίπεδα στη σφαίρα.

2. Σφαίρα βάρους Β = 6000 Ν και ακτίνας R = 50 cm στηρίζεται στα σημεία Κ και Λ, με ΚΛ = l = 80 cm, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Αν θεωρηθεί ότι δεν υπάρχουν τριβές να βρείτε τις δυνάμεις που ασκούνται στη σφαίρα.

3. Μια σφαίρα έχει βάρος Β και ισορροπεί σε κεκλιμένο επίπεδο με γωνία κλίσης φ. Η σφαίρα είναι δεμένη με ένα σκοινί Σ παράλληλο στο κεκλιμένο επίπεδο και με ένα άλλο οριζόντιο σκοινί το οποίο περνά από μια αβαρή τροχαλία Α και στην άκρη του έχει αναρτηθεί βάρος B_1. Να βρείτε τη δύναμη F που δέχεται η σφαίρα από το κεκλιμένο επίπεδο.

4. Σώμα βάρους Β = 100 Ν ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο δεμένο με σκοινί όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Αν $ω = 45^o$ και $φ = 30^o$ να βρείτε:

   - τη δύναμη που ασκεί το κεκλιμένο επίπεδο στο σώμα.
   - τη δύναμη που ασκεί το σκοινί στο σώμα.

5. Κρατάμε κατακόρυφα με τις παλάμες μας έναν τόμο εγκυκλοπαίδειας. Αφήνουμε το βιβλίο να γλιστρά προς τα κάτω ομαλά. Η δύναμη που ασκεί εκείνη τη στιγμή το κάθε χέρι μας στο βιβλίο είναι F = 100 N. Αν ο συντελεστής τριβής ανάμεσα στο χέρι και το βιβλίο είναι μ = 0,3 να βρεθεί η μάζα του βιβλίου. Δίνεται g = 10 $m.s^{-2}$.

6. Στο σχήμα της άσκησης δίνονται τα βάρη B_1 και B_2 ότι συντελεστής τριβής για όλες τις επιφάνειες είναι μ. Να δείξετε ότι για την γωνία θ ισχύει $\varepsilon\phi\theta = \dfrac{\mu.(2.B_1 + B_2)}{B_2}$ ώστε το σώμα βάρους B_2 να κινείται προς τα κάτω με σταθερή ταχύτητα.

7. Δύο σώματα Σ_1 και Σ_2 έχουν αντίστοιχα βάρη B_1 και B_2. Το οριζόντιο επίπεδο είναι λείο, ενώ ο συντελεστής τριβής μεταξύ των σωμάτων είναι μ. Να δείξετε ότι η μέγιστη τιμή της F ώστε το σώμα Σ_2 να μην κινείται σχετικά με το Σ_1 είναι $F_{max} = \mu(B_1 + B_2)$.

8. Ένα σώμα βάλλεται σε οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα υ_0 = 20 $m.s^{-1}$ και σταματάει αφού διανύσει διάστημα S = 100 m. Να βρείτε:

- το συντελεστή τριβής μεταξύ σώματος και επιπέδου
- το τρένο κίνησης του σώματος
- το διάστημα που θα είχε διανύσει το σώμα στον παραπάνω χρόνο αν το επίπεδο ήταν λείο.

Δίνεται g = 10 $m.s^{-2}$.

9. Σώμα μάζας m = 1 kg δένεται στη μια άκρη νήματος μήκους l = 0,5 m. Η άλλη άκρη του νήματος στερεώνεται σε κατακόρυφο άξονα. Να βρείτε τη συχνότητα περιστροφής του σώματος έτσι ώστε το νήμα να σχηματίζει με τον άξονα γωνία φ = 60^0. Δίνεται g = 10 $m.s^{-2}$.

10. Σε ένα σώμα μάζας m = 2 kg που κρεμιέται σε λείο οριζόντιο επίπεδο ενεργεί οριζόντια δύναμη F = 10 N για χρόνο Δt = 5 sec. Ποιο διάστημα διανύει το σώμα σε χρόνο t_2 = 8 sec από τη στιγμή που ασκήθηκε δύναμη; Ποια η ορμή του σώματος στο τέλος του τέταρτου δευτερολέπτου; Ποια η μεταβολή της ορμής του σώματος τα δύο τελευταία δευτερόλεπτα;

11. Σε ένα σώμα που κρέμεται σε οριζόντιο επίπεδο ενεργεί κάποια χρονική στιγμή και για χρόνο t_2 = 8 sec μια δύναμη κατακόρυφη με φορά προς τα πάνω και με μέτρο F = 0,75.B. Να βρείτε σε ποιο ύψος πάνω από το οριζόντιο επίπεδο θα φτάσει το σώμα. Δίνεται g = 10 $m.s^{-2}$

12. Τα σώματα Σ_1 και Σ_2 έχουν μάζες m_1 και m_2. Ασκούμε δύναμη παράλληλα στο κεκλιμένο επίπεδο. Αν φ = 30^0 να βρείτε:

- την επιτάχυνση που θα αποκτήσουν τα σώματα
- το μέτρο της δύναμης μεταξύ των σωμάτων.

Τριβές δεν υπάρχουν. Δίνεται $g = 10\ m.s^{-2}$.

13. Σε ακίνητο σώμα μάζας $m = 25$ kg ασκείται σταθερή δύναμη μέτρου $F = 50$ N. Να βρείτε την επιτάχυνση που αποκτάει το σώμα και το χρόνο t που χρειάζεται για να διατρέξει διάστημα $S = 64$ m από τη στιγμή που αρχίζει να ασκείται σε αυτό η δοσμένη δύναμη.

14. Η μηχανή τρένου έχει μάζα $m_M = 10$ tn και τα βαγόνια του $m_B = 60$ tn. Το τραίνο κινείται ευθύγραμμα με επιτάχυνση $a_1 = 1{,}5\ m.s^{-2}$. Με ποια επιτάχυνση a_2 θα κινείται το τρένο όταν αφαιρέσουμε από αυτό βαγόνια μάζας $m = 17{,}5$ tn; Η δύναμη της μηχανής παραμένει σταθερή.

15. Ένα κινητό, που κινείται χωρίς τριβές με ταχύτητα $υ_o = 1{,}5\ m.s^{-1}$ σε οριζόντιο επίπεδο, συναντάει κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσεως $φ = 30^o$, πάνω στο οποίο αρχίζει και ανεβαίνει.

- Να σχεδιαστούν οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα όταν αυτό βρίσκεται:

  α) πάνω στο οριζόντιο επίπεδο.
  β) πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο.

- Να βρεθεί σε πόση απόσταση από τη βάση του κεκλιμένου επιπέδου θα σταματήσει το σώμα και πόσος χρόνος θα περάσει.

Δίνεται $g = 10\ m.s^{-2}$.

16. Ένα βαγόνι μάζας κατεβαίνει κατακόρυφα πηγάδι ορυχείου με επιτάχυνση $a_1 = 10\ m.s^{-2}$. Να βρείτε την τάση του συρματόσχοινου. Δίνεται $g = 10\ m.s^{-2}$.

17. Από το αυλάκι τροχαλίας, αμελητέας μάζας, περνάει σχοινί και στη μια άκρη του κρεμάμε σώμα μάζας $m = 15$ kg. Πόση δύναμη πρέπει να ασκήσουμε στην άλλη άκρη του σχοινιού για να ανεβαίνει το σώμα με επιτάχυνση $a = 10\ m.s^{-2}$; Δίνεται $g = 10\ m.s^{-2}$.

18. Ποια δύναμη πρέπει να ασκήσουμε σε σώμα μάζας $m = 5$ kg, που κινείται με ταχύτητα $υ_o = 20\ m.s^{-1}$ για να σταματήσει σε χρόνο $t = 0{,}5$ sec;

19. Σε σώμα μάζας $m = 6$ kg που βρίσκεται σε ηρεμία ασκείται σταθερή οριζόντια δύναμη $F_1 = 24$ N για χρόνο $t_1 = 5$ sec. Στη συνέχεια μαζί με την F_1 ασκείται στο σώμα δύναμη F_2, αντίθετης φοράς της F_1, για χρόνο $t_2 = 10$s, οπότε τελικά το σώμα αποκτάει ταχύτητα $υ = 30\ m.s^{-1}$. Να βρείτε την F_2 και το ολικό διάστημα που διανύει το σώμα.

20. Δύο μάζες $m_1 = 30$ kg, $m_2 = 10$ kg δεμένες με σχοινί σύρονται από οριζόντια δύναμη = 80 N πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Αν τα σώματα ξεκινούν από την ηρεμία και μετά από 4 s το σχοινί που συνδέει τις δύο μάζες κόβεται, να βρείτε πόσο θα απέχουν μεταξύ τους 4 s μετά το κόψιμο του σχοινιού; (Η δύναμη F εξακολουθεί να ασκείται στη μάζα m_2).

21. Να βρεθεί η επιτάχυνση του συστήματος των δύο σωμάτων αν m_1 = 10 kg, m_2 = 20 kg, αν δεν υπάρχουν τριβές. Δίνεται g = 10 $m.s^{-2}$.

22. Σώμα μάζας m = 10 kg κινείται σε οριζόντιο επίπεδο με σταθερή ταχύτητα υ με την επίδραση σταθερής οριζόντιας δύναμης F = 50 N. Να βρείτε τον συντελεστή τριβής ολίσθησης. Δίνεται g = 10 $m.s^{-2}$.

23. Αυτοκίνητο που κινείται σε οριζόντιο δρόμο φρενάρει και ολισθαίνει για διάστημα S = 36 m. Αν n = 0,2 να βρείτε την αρχική ταχύτητα $υ_0$ του αυτοκινήτου. Δίνεται g = 10 $m.s^{-2}$.

24. Αν m_1 = 20 kg, m_2 = 5 kg να βρείτε την επιτάχυνση των σωμάτων όταν:

- δεν υπάρχει τριβή
- όταν n = 0,125.

Δίνεται g = 10 $m.s^{-2}$.

25. Για να κινηθεί ένα σώμα, μάζας m = 50 kg προς τα πάνω, σε ένα κεκλιμένο επίπεδο με κλίση φ = 30^0 απαιτείται δύναμη F = 360 N παράλληλη στο επίπεδο. Να βρείτε τον συντελεστή οριακής τριβής. Δίνεται g = 10 $m.s^{-2}$.

26. Να βρείτε τον συντελεστή τριβής αν είναι ίδιος στο κεκλιμένο και στο οριζόντιο επίπεδο και όταν αφήσουμε το σώμα στο K αυτό σταματάει στο M. Δίνονται KN = 5 m, MN = 20 m.

27. Να βρείτε την επιτάχυνση του συστήματος όταν m_1 = 1 kg, m_2 = 2 kg, F = 40 N, ο συντελεστής τριβής μεταξύ $Σ_1$ και οριζόντιου επιπέδου είναι n_2 = 0,2 και μεταξύ $Σ_1$ και $Σ_2$ είναι n_2 = 0,1. Δίνεται g = 10 $m.s^{-2}$.

Κεφάλαιο 1.3: εφαρμογές της δυναμικής

Ελεύθερη Πτώση Σωμάτων

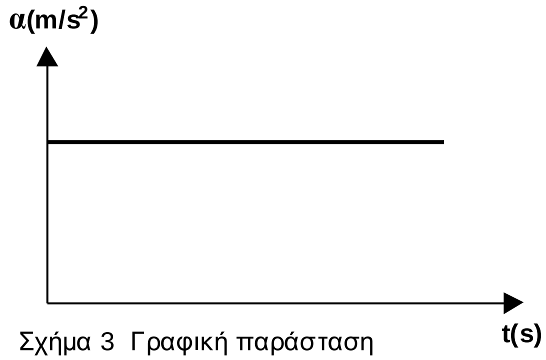
Ελεύθερη πτώση: η ελεύθερη πτώση των σωμάτων είναι η κίνηση των σωμάτων στη Γη χωρίς αρχική ταχύτητα, με την επίδραση μόνο του βάρους του, χωρίς να λαμβάνουμε υπόψη την αντίσταση του αέρα (σε κενό).

Στο τέλος του $16^{ου}$ αιώνα, ένας διάσημος Ιταλός φυσικός, ο Γαλιλαίος, πειραματικά βρήκε ότι με την ακρίβεια που είχαν εκείνη την εποχή, σε απουσία αέρα όλα τα σώματα πέφτουν στη Γη με σταθερή επιτάχυνση, και ότι σε ένα συγκεκριμένο σημείο της Γης *η επιτάχυνση όλων των σωμάτων είναι μια και μοναδική*. Περίπου δύο χιλιάδες χρόνια πριν από το Γαλιλαίο, ξεκινώντας από τον Αριστοτέλη, οι περισσότεροι άνθρωποι λανθασμένα πίστευαν ότι ένα σώμα που πέφτει με ρυθμό ανάλογο του βάρους του και ότι τα βαριά αντικείμενα πέφτουν στη Γη γρηγορότερα από τα ελαφρά. Η επιτάχυνση λόγω της βαρύτητας με την οποία τα σώματα πέφτουν στη Γη ονομάζεται *επιτάχυνση της βαρύτητας.* Το διάνυσμα αυτής της επιτάχυνσης ορίζεται από το $\vec{g}$ και κατευθύνεται κάθετα προς τα κάτω. Σε διαφορετικά σημεία της Γης, ανάλογα με το γεωγραφικό πλάτος, η αριθμητική τιμή του $\vec{g}$ αποδεικνύεται ότι δεν είναι σταθερή, και κυμαίνεται περίπου από 9.83 m/s^2 στους πόλους και 9.78 m/s^2 στον ισημερινό. Συνήθως, αν δεν θέλουμε μεγάλη ακρίβεια, η αριθμητική τιμή του g κοντά στην επιφάνεια της Γης θεωρείται ίση με 9.8 m/s^2 ή 10 m/s^2.

Στην ελεύθερη πτώση κοντά στην επιφάνεια της γης ισχύουν οι νόμοι της ευθύγραμμης ομαλά επιταχυνόμενης κίνησης χωρίς αρχική ταχύτητα με επιτάχυνση την επιτάχυνση της βαρύτητας $\vec{g}$.

- ***Νόμος της επιτάχυνσης*****:** η επιτάχυνση του σώματος που πέφτει ελεύθερα είναι σταθερή και ίση με την επιτάχυνση της βαρύτητας $\vec{g}$ (βλέπε εικ.1.3.10).

$$\vec{a} = \vec{g} = σταθ. \quad (1.3.44)$$

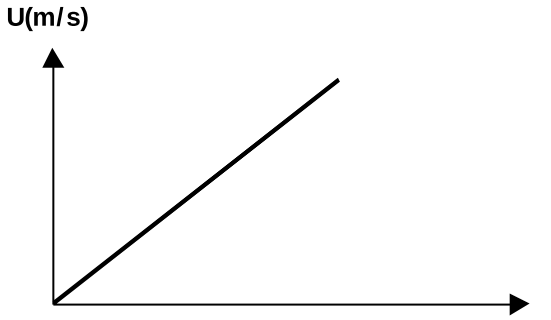


Σχήμα 3 Γραφική παράσταση επιτάχυνσης - χρόνου

Εικ.1.3.8. Το διάγραμμα a- t στην περίπτωση της ελεύθερης πτώσης

- ***Νόμος της ταχύτητας***: στη ελεύθερη πτώση η ταχύτητα του σώματος είναι ανάλογη με τη χρονική διάρκεια της κίνησης, δηλαδή (βλέπε εικ.1.3.9).

$$\upsilon = g.t \qquad (1.3.45)$$



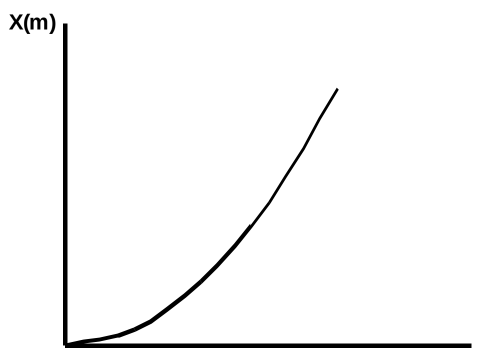
Σχήμα 2 Γραφική παράσταση ταχύτητας - χρόνου

Εικ.1.3.9. Το διάγραμμα υ-t στην ελεύθερη πτώση.

- ***Νόμος της μετατόπισης:*** στη ελεύθερη πτώση η (κατακόρυφη) μετατόπιση του σώματος είναι ανάλογη με το τετράγωνο της χρονικής διάρκειας της κίνησης, δηλαδή (βλέπε εικ.1.3.10)

$$y = \frac{1}{2}.g.t^2 \qquad (1.3.46).$$

(κατευθύνουμε τον άξονα συντεταγμένων Oy κατακόρυφα προς τα κάτω και θέτουμε την αρχή των αξόνων στην αρχική θέση του σώματος).



Σχήμα 5 Γραφική παράσταση μετατόπισης - χρόνου

Εικ.1.3.10. Διάγραμμα θέσης- χρόνου στην ελεύθερη πτώση.

Κατακόρυφη βολή σε κενό αέρος κοντά στην επιφάνεια της Γης

Στις κατακόρυφες βολές κοντά στην επιφάνεια της γης ισχύουν οι νόμοι της ευθύγραμμης ομαλά μεταβαλλόμενης κίνησης με αρχική ταχύτητα και επιτάχυνση την επιτάχυνση της βαρύτητας $\vec{g}$.

- Κατακόρυφη βολή προς τα κάτω με γραμμική επιτάχυνση συγγραμική και ομόρροπη (ίδια διεύθυνση και ίδια φορά- $\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{\upsilon}_0$) με την αρχική γραμμική ταχύτητα. Οι νόμοι που ισχύουν διατυπώνονται με τους ακόλουθους τύπους (κατευθύνουμε τον άξονα συντεταγμένων Οy κατακόρυφα προς τα κάτω):

$$\vec{a} = \vec{g} = \sigma\tau\alpha\theta., \vec{a} \uparrow\uparrow \vec{\upsilon}_0 \qquad (1.3.47),$$

$$\upsilon = \upsilon_0 + g.(t - t_0) \qquad (1.3.48),$$

$$y - y_0 = \upsilon_0.(t - t_0) + \frac{1}{2}.g.(t - t_0)^2 \qquad (1.3.49).$$

- Κατακόρυφη βολή προς τα πάνω με γραμμική επιτάχυνση συγγραμική και αντίρροπη (ίδια διεύθυνση και αντίθετη φορά- $\vec{a} \downarrow\uparrow \vec{\upsilon}_0$) με την αρχική γραμμική ταχύτητα. Οι νόμοι που ισχύουν διατυπώνονται με τους ακόλουθους τύπους (κατευθύνουμε τον άξονα συντεταγμένων Οy κατακόρυφα προς τα πάνω και θέτουμε την αρχή των αξόνων στο έδαφος):

Γυμνάσιο- Λ.Τ. Λαιμού Πρεσπών
Λαιμός Πρεσπών, Φλώρινα
Τηλ. 2385051330, 2385051395

$$\vec{a} = -\vec{g} = \sigma\tau\alpha\theta., \vec{a} \downarrow\uparrow \vec{\upsilon}_0 \qquad (1.3.50),$$

$$\upsilon = \upsilon_0 - g.(t - t_0) \qquad (1.3.51),$$

$$y - y_0 = \upsilon_0.(t - t_0) - \frac{1}{2}.g.(t - t_0)^2 \qquad (1.3.52).$$

Αποδεικνύεται από την (1.3.51) ότι ο χρόνος ανόδου $t_{\alpha\nu} - t_0$ ότι δίνεται από τη σχέση

$$t_{\alpha\nu} - t_0 = \frac{\upsilon_0}{g} \qquad (1.3.53)$$

ενώ ο συνολικός χρόνος κίνησης $t_{o\lambda} - t_0$ μέχρι το σώμα να ξαναπέσει στο έδαφος προκύπτει από τον τύπο (1.3.52) ίσος με

$$t_{o\lambda} - t_0 = \frac{2.\upsilon_0}{g} \qquad (1.3.54).$$

Τέλος το μέγιστο ύψος $y_{max} - y_0$ στο οποίο φτάνει το σώμα δίνεται από τους τύπους (1.3.52), (1.3.53) και είναι

$$y_{\max} - y_0 = \frac{\upsilon_0^{\,2}}{2.g} \qquad (1.3.55).$$

Ασκήσεις

1. Ένα σώμα βάλλεται κατακόρυφα προς τα πάνω με αρχική ταχύτητα $υ_0 = 20$ m.s^{-1}. Να υπολογιστεί το μέτρο της ταχύτητας του σώματος όταν αυτό βρίσκεται σε ύψος $h = 0{,}75.H_{max}$, όπου H_{max} είναι το μέγιστο ύψος στο οποίο μπορεί να φτάσει το σώμα. Δίνεται ότι $g = 10$ m.s^{-2}.

2. Από ένα σημείο Ο του εδάφους εκτοξεύουμε κατακόρυφα προς τα πάνω ένα σώμα με αρχική ταχύτητα $υ_0$. Την ίδια χρονική στιγμή από ένα σημείο Α της κατακόρυφου που περνά από το σημείο Ο αφήνουμε να πέσει ελεύθερα ένα δεύτερο σώμα. Η απόσταση ΟΑ είναι Η = 2,5 m. Ποιο πρέπει να είναι το μέτρο της ταχύτητας $υ_0$ ώστε τα δυο σώματα να συναντηθούν στο μέσο της απόστασης ΟΑ; Δίνεται ότι $g = 10$ m.s^{-2}.

3. Από έναν πύργο αφήνονται να πέφτουν ελεύθερα μικρές μικρές σφαίρες ,με ρυθμό μία σφαίρα σε κάθε δευτερόλεπτο.

   - Πόσο διάστημα έχει διανύσει η πρώτη σφαίρα όταν ξεκινά η πέμπτη;
   - Πόσο είναι η απόσταση της πρώτης σφαίρας από το σημείο που αφέθηκε ελεύθερη όταν ξεκινά η όγδοη;

   Δίνεται ότι $g = 10$ m.s^{-2}.

4. Δύο σώματα βάλλονται κατακόρυφα προς τα πάνω με διαφορά 2 s το δεύτερο από το πρώτο, το πρώτο με ταχύτητα $υ_{01} = 50$ m.s^{-1} και το δεύτερο με ταχύτητα $υ_{02} = 46$ m.s^{-1}. Μετά από πόσο χρόνο θα συναντηθούν, σε ποιο ύψος και ποια θα είναι η ταχύτητα κάθε σώματος τη στιγμή της συνάντησής τους; Δίνεται ότι $g = 10$ m.s^{-2}.

5. Ένα σώμα βάλλεται κατακόρυφα προς τα πάνω με αρχική ταχύτητα μέτρου $υ_0 = 40$ m.s^{-1}. Μετά από χρόνο $t_0 = 1$ s βάλλεται κατακόρυφα προς τα πάνω με την ίδια ταχύτητα δεύτερο σώμα. Να βρείτε την απόσταση των δυο σωμάτων όταν το πρώτο σώμα βρίσκεται στο μέγιστο ύψος του. Δίνεται ότι $g = 10$ m.s^{-2}.

Γυμνάσιο- Λ.Τ. Λαιμού Πρεσπών
Λαιμός Πρεσπών, Φλώρινα
Τηλ. 2385051330, 2385051395

Κεφάλαιο 2.1: διατήρηση της μηχανικής ενέργειας.

Ενέργεια: είναι μονόμετρο φυσικό μέγεθος. Ένα σώμα έχει ενέργεια όταν μπορεί να προκαλέσει μία μεταβολή στον εαυτό του ή στο περιβάλλον του. *Μονάδα ενέργειας στο S.I.* είναι το 1 Joule που γράφεται 1 J. Ανάλογα με το είδος της προκαλούμενης μεταβολής η ενέργεια εμφανίζεται στη φύση με διάφορες μορφές:

- κινητική ενέργεια.
- δυναμική ενέργεια.
- μηχανική ενέργεια.
- θερμική ενέργεια.
- χημική ενέργεια.
- ενέργεια μάζας ηρεμίας
- εσωτερική ενέργεια.
- θερμότητα
- έργο.

Μηχανικό έργο ή έργο δύναμης: είναι μονόμετρο φυσικό μέγεθος. Έργο είναι η μορφή ενέργειας που μεταφέρεται από ένα σώμα σε ένα άλλο η μετατρέπεται από τη μια μορφή στην άλλη. Μια δύναμη παράγει έργο όταν μπορεί και μετακινεί το σώμα στο οποίο ασκείται. Το έργο εξαρτάται από τη δύναμη και από την απόσταση στην οποία μετακινήθηκε το σώμα.

Έργο σταθερής δύναμης: για τη μετατόπιση από μια θέση (Α) σε μια άλλη θέση (Γ) ορίζεται σαν το γινόμενο του μέτρου της δύναμης επί το μέτρο της μετατόπισης του σώματος και επί το συνημίτονο της γωνίας θ ανάμεσα στα διανύσματα της δύναμης $\vec{F}$ και της μετατόπισης $\Delta\vec{r}$ (βλέπε εικόνα 2.2.1)

$$W_{\vec{F}}^{A\to\Gamma} = F.\Delta r.\sigma\upsilon\nu\theta = F_x.\Delta x + F_y.\Delta y + F_z.\Delta z \qquad (2.2.1).$$

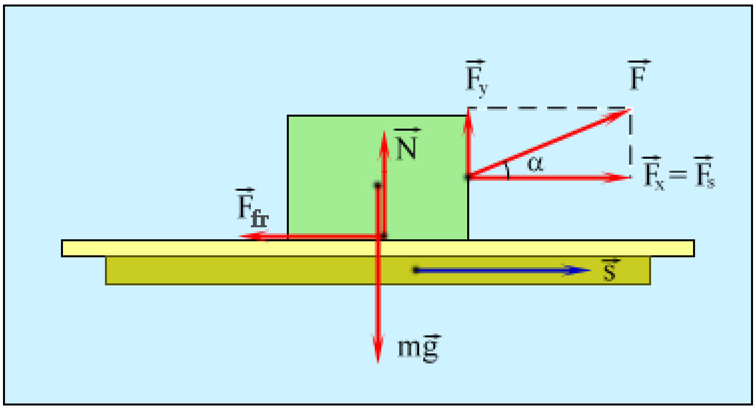
Περιπτώσεις:

- Αν $0^o \leq \theta < 90^o$ το έργο είναι *θετικό* και λέγεται *παραγόμενο γιατί εκφράζει μεταφορά ενέργειας σε ένα σώμα από το περιβάλλον του*.
- Αν $90^o < \theta \leq 180^0$ το έργο είναι *αρνητικό* και λέγεται *καταναλισκόμενο γιατί εκφράζει μεταφορά ενέργειας από ένα σώμα στο περιβάλλον του*.
- Αν $\theta = 90^o$ (*η δύναμη είναι κάθετη στη μετατόπιση*) η δύναμη *δεν παράγει*

έργο.

Παρατήρηση: από τα παραπάνω προκύπτει ότι μία δύναμη δεν παράγει έργο όταν

- Δεν μετακινεί το σημείο εφαρμογής της δηλ. $\Delta x = 0$.
- Η μετατόπιση του σημείου εφαρμογής της γίνεται κάθετα προς την δύναμη.



Εικ. 2.2.1: Το έργο μιας δύναμης $W_{\vec{F}}^{A\to\Gamma} = F.\Delta x.\sigma\upsilon\nu\theta = F_x.\Delta x$.

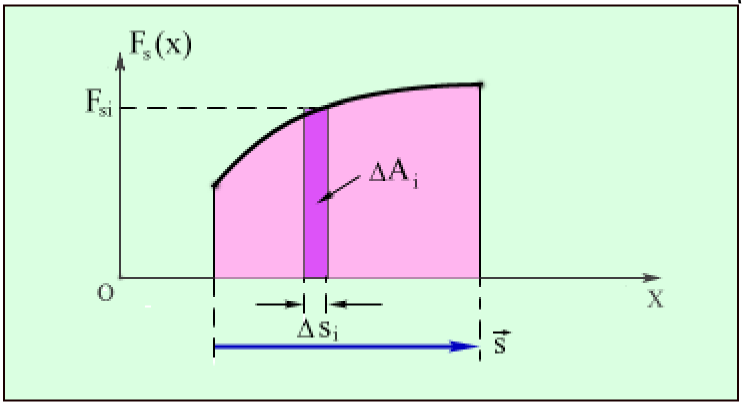
Έργο μεταβλητής δύναμης: αν η συνιστώσα F_x της δύναμης $\vec{F}$ στη διεύθυνση της μετατόπισης δεν παραμένει σταθερή θα πρέπει να υπολογιστεί το *στοιχειώδες έργο* για *πολύ μικρές αλλά μη μηδενικές* (*στοιχειώδεις*) μετατοπίσεις dx

$$dW_{Fx} = F_x.dx = dS \qquad (2.2.2),$$

όπου dS μια στοιχειώδης επιφάνεια της καμπύλης κάτω από το διάγραμμα $F_x = f(x)$. Τα αποτελέσματα πρέπει να αθροιστούν ώστε να προκύψει το ολικό έργο (i = 1, 2, 3,....):

$$W_{Fx}^{A\to\Gamma} = \sum_i dW_{Fxi} = \sum_i F_{xi}.dx_i = \sum_i dS_i = S \qquad (2.2.3).$$

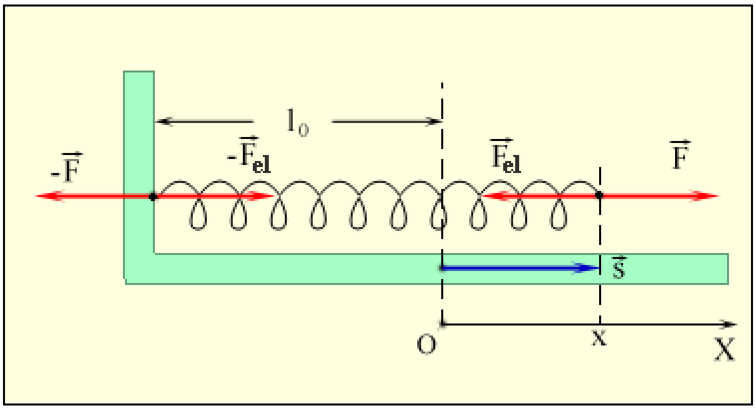
Σχηματικά, το έργο καθορίζεται από την επιφάνεια της καμπύλης κάτω από το διάγραμμα $F_x = f(x)$ (εικ.2.2.2).



Εικ.2.2.2. Σχηματικός ορισμός του έργου μεταβλητής δύναμης.

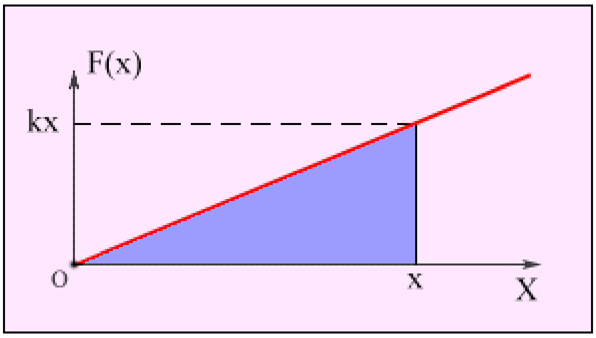
<u>Μονάδα έργου στο S.I.</u>: είναι το Joule που γράφεται **J.** Το Joule είναι το έργο δύναμης 1N που μετακινεί ένα σώμα κατά 1m προς την κατεύθυνση της. Είναι δηλαδή 1J = 1N·m .

Σαν παράδειγμα της δύναμης της οποίας η απόλυτη τιμή εξαρτάται από τη συντεταγμένη, μπορεί να χρησιμοποιηθεί η ελαστική δύναμη ενός ελατηρίου, που υπακούει το νόμο του Hooke (βλέπε κεφάλαιο 1.2). Για να τεντώσουμε το ελατήριο, πρέπει να ασκήσουμε εξωτερική δύναμη $\vec{F}$ της οποίας το μέτρο είναι ανάλογο με την επιμήκυνση του ελατηρίου (εικ.2.2.3).



Εικ.2.2.3: ένα τεντωμένο ελατήριο. Η κατεύθυνση της εξωτερικής δύναμης $\vec{F}$ συμπίπτει με την κατεύθυνση της μετατόπισης $\Delta\vec{x}$ και $F_{ελ}$ = k.x, όπου k η σταθερά του ελατηρίου.

Η εξάρτηση του μέτρου της εξωτερικής δύναμης από τη συντεταγμένη x παριστάνεται από μια ευθεία γραμμή (εικ.2.2.4).



Εικ.2.24: Η εξάρτηση της απόλυτης τιμής της εξωτερικής δύναμης από τη συντεταγμένη όταν το ελατήριο επιμηκύνεται.

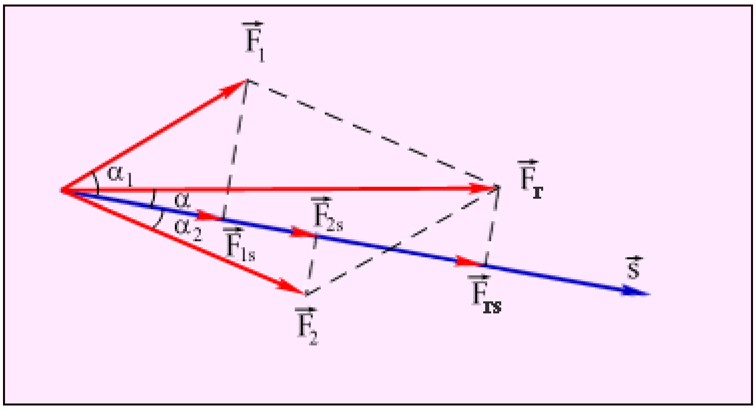
Από την επιφάνεια του τριγώνου στην εικ.1.18.4 κάποιος μπορεί να καθορίσει το έργο που παράγεται από την εξωτερική δύναμη και εφαρμόζεται στο δεξί ελεύθερο άκρο του ελατηρίου :

$$W_{\vec{F}}^{\mathrm{A}\to\Gamma} = \frac{k.x^2}{2} \quad (2.2.4).$$

Το έργο που παράγεται από την εξωτερική δύναμη όταν το ελατήριο είναι συμπιεσμένο δίνεται με βάση την ίδια εξίσωση. Και στις δύο περιπτώσεις το έργο της ελαστικής δύναμης είναι ίσο σε απόλυτη τιμή με το έργο της εξωτερικής δύναμης $\vec{F}$ και έχει αντίθετο πρόσημο.

<u>Αρχή της Επαλληλίας για το Έργο</u>: αν περισσότερες από μια δυνάμεις εφαρμοστούν στο σώμα, τότε το συνολικό έργο όλων των δυνάμεων είναι ίσο με το αλγεβρικό άθροισμα όλων των έργων που παράγουν ξεχωριστές δυνάμεις και ίσο με το *<u>έργο της συνισταμένης των εφαρμοζόμενων δυνάμεων</u>* (βλέπε εικ.2.2.5).

$$W_{\mathrm{O\Lambda}}^{\mathrm{A}\to\Gamma} W_{\sum\vec{F}}^{\mathrm{A}\to\Gamma} = W_{\vec{F}_1}^{\mathrm{A}\to\Gamma} + W_{\vec{F}_2}^{\mathrm{A}\to\Gamma} + ... = \sum_i W_{\vec{F}_i}^{\mathrm{A}\to\Gamma} \quad (2.2.5).$$



Εικ. 2.2.5. Το έργο της συνισταμένης δύναμης.

Κινητική Ενέργεια: ένα σώμα έχει κινητική ενέργεια όταν κινείται, δηλαδή όταν έχει ταχύτητα. Η κινητική ενέργεια είναι ανάλογη της μάζας (m) του σώματος και ανάλογη του τετραγώνου της ταχύτητας, δηλαδή ισχύει :

$$E_K = \frac{m\upsilon^2}{2} = \frac{p^2}{2m} \qquad (2.2.6).$$

Θεώρημα Μεταβολής της Κινητικής Ενέργειας (Θ.Μ.Κ.Ε.): σε κάθε μετατόπιση το αλγεβρικό άθροισμα των έργων των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα ισούται με τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος

$$W_{\vec{F}(o\lambda)}^{\mathrm{A}\to\Gamma} = E_{K(\Gamma)} - E_{K(A)} = \Delta E_K^{\mathrm{A}\to\Gamma} \qquad (2.2.7).$$

Απόδειξη (για σταθερή δύναμη $\vec{F}$)**:** στην περίπτωση σταθερής δύναμης τα διανύσματα της δύναμης $\vec{F}$, της μετατόπισης $\Delta\vec{x}$, της ταχύτητας $\vec{\upsilon}$ και της επιτάχυνσης $\vec{\mathrm{a}}$ κατευθύνονται κατά μήκος της ίδιας ευθείας γραμμής και το σώμα κινείται με σταθερή επιτάχυνση. Βάζοντας τον άξονα συντεταγμένων κατά μήκος της ευθείας της κίνησης, μπορούμε να θεωρήσουμε τις F, Δx, υ και a σαν τις αλγεβρικές ποσότητες (θετικές ή αρνητικές ανάλογα με την κατεύθυνση του αντίστοιχου διανύσματος). Τότε το έργο της δύναμης μπορεί να γραφεί σαν

$$W_{\vec{F}}^{\mathrm{A}\to\Gamma} = F.\Delta x \qquad (2.2.8).$$

Σε μια κίνηση με σταθερή επιτάχυνση η μετατόπιση Δx δίνεται από την εξίσωση (αν συνδυαστούν οι χρονοεξισώσεις της κίνησης- βλέπε κεφάλαιο 1.1):

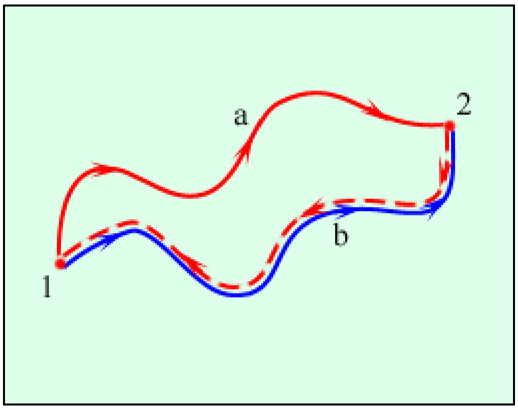
$$\Delta x = \frac{\upsilon_\Gamma^2 - \upsilon_\mathrm{A}^2}{2\mathrm{a}} \qquad (2.2.9).$$

Από αυτή την εξίσωση προκύπτει ότι

$$W_{\vec{F}}^{\mathrm{A}\to\Gamma} = F.\Delta x = m.\mathrm{a}.\frac{\upsilon_\Gamma^2 - \upsilon_\mathrm{A}^2}{2\mathrm{a}} = \frac{m\upsilon_\Gamma^2 - m\upsilon_\mathrm{A}^2}{2} \qquad (2.2.10).$$

Αυτή η έκφραση δείχνει ότι το έργο της δύναμης (ή της συνισταμένης όλων των δυνάμεων), συνδέεται με την μεταβολή του τετραγώνου της ταχύτητας (όχι με την ταχύτητα).

Συντηρητικές ή διατηρητικές δυνάμεις: μια δύναμη λέγεται συντηρητική όταν το έργο σε μια οποιαδήποτε κλειστή διαδρομή είναι ίσο με μηδέν. Αυτό φαίνεται στην εικόνα 2.2.6. Οι βαρυτικές, οι ηλεκτροστατικές και οι ελαστικές δυνάμεις είναι συντηρητικές.



Εικ.2.2.6. Το έργο μιας συντηρητικής δύναμης $W_{1a2}=W_{1b2}$. Το έργο σε μια κλειστή τροχιά $W=W_{1a2}+W_{2b1}=W_{1a2}-W_{1b2}=0$.

Θεώρημα Μεταβολής της Δυναμικής Ενέργειας (Θ.Μ.Δ.Ε.): το έργο μιας *συντηρητικής δύναμης* δεν εξαρτάται από την τροχιά της κίνησης του σώματος και καθορίζεται μόνο από την αρχική και την τελική θέση του σώματος. Για μια τέτοια δύναμη μπορούμε να ορίσουμε μια μορφή ενέργειας, τη *δυναμική ενέργεια*, η μεταβολή της οποίας σε κάθε μετατόπιση να είναι ίση με το αντίθετο του έργου της *συντηρητικής δύναμης*

$$W_{\vec{F}}^{\mathrm{A}\to\Gamma} = E_{\Delta(\mathrm{A})} - E_{\Delta(\Gamma)} = -\Delta E_{\Delta}^{\mathrm{A}\to\Gamma} \qquad (2.2.11).$$

Δυναμική Ενέργεια: ένα σώμα έχει δυναμική ενέργεια εάν ασκούνται σε αυτό συντηρητικές δυνάμεις (βαρυτικές, ηλεκτροστατικές δυνάμεις ή δυνάμεις ελαστικής παραμόρφωσης). Η δυναμική του ενέργεια εξαρτάται από το μέγεθος των δυνάμεων αυτών και τη θέση ή την κατάσταση του σώματος (σε σχέση με τα σώματα με τα οποία αλληλεπιδρά). Δυναμική ενέργεια έχει λ.χ. ένας πλανήτης που περιστρέφεται γύρω από τη Γη λόγω τη έλξης που δέχεται από αυτή.

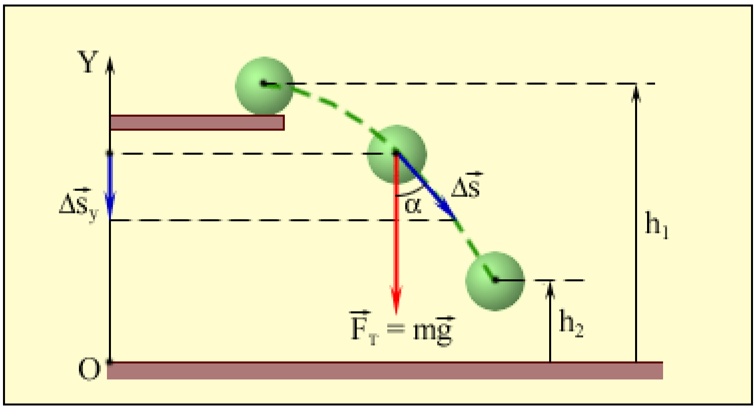
Βαρυτική Δυναμική Ενέργεια: ονομάζουμε την ενέργεια που έχει ένα αντικείμενο που βρίσκεται σε ύψος h από το έδαφος, λόγω του βάρους του. Η βαρυτική δυναμική ενέργεια ($E_{\delta\upsilon\nu(\mathrm{B})}$) ισούται με το έργο που χρειάστηκε για να ανυψωθεί σε ύψος h το αντικείμενο, δηλαδή ισχύει κοντά στην επιφάνεια της Γης:

$$E_{\Delta(\mathrm{B}),1} - E_{\Delta(\mathrm{B}),2} = \mathrm{W_B} = \mathrm{B\ h} \qquad (2.2.12).$$

αλλά $\mathrm{B = m.g}$ και $E_{\Delta(\mathrm{B}),2} = 0$ (ορίζουμε αυθαίρετη στάθμη αναφοράς, συνήθως την επιφάνεια της Γης), επομένως

$$E_{\Delta(\mathrm{B})} = \mathrm{mgh} \qquad (2.2.13).$$

Η βαρυτική δυναμική ενέργεια θα μεταβληθεί μόνο εάν οι δύο θέσεις έχουν υψομετρική διαφορά h και η μεταβολή της θα είναι ίση με mgh. Η ίδια μεταβολή θα προκύψει όποιο δρόμο και αν ακολουθήσει το σώμα από την θέση Α στην θέση Β (βλέπε εικόνα 2.2.7).



Εικ.2.2.7. Το έργο της δύναμης της βαρύτητας.

<u>Ελαστική Δυναμική Ενέργεια:</u> η δυναμική ενέργεια ενός παραμορφωμένου ελαστικού σώματος είναι ίση με το έργο της ελαστικής δύναμης σε μια μετάβαση από μια δοσμένη κατάσταση σε μια άλλη με μηδενική παραμόρφωση .

$$E_{\Delta(\mathrm{E}\Lambda)} = \frac{kx^2}{2} \tag{2.2.14}$$

<u>Μηχανική Ενέργεια</u>: ενός σώματος ονομάζουμε το άθροισμα της δυναμικής και της κινητικής ενέργειας κάθε χρονική στιγμή, επομένως ισχύει:

$$E_{\mathrm{M}} = E_{\mathrm{K}} + E_{\Delta} \tag{2.2.15}$$

Ένα σώμα που έχει μηχανική ενέργεια μπορεί να προκαλέσει μηχανικές μεταβολές στο ίδιο ή σε άλλα σώματα. Μηχανική ενέργεια έχει ένα σώμα που κινείται, ένα αντικείμενο που πέφτει, ένα σώμα που ανυψώνεται, ένα συσπειρωμένο ελατήριο.

<u>Αρχή Διατήρησης της Μηχανικής Ενέργειας (Α.Δ.Μ.Ε.)</u>: η μηχανική ενέργεια ενός σώματος διατηρείται σταθερή, όταν σε αυτό επιδρούν μόνο <u>συντηρητικές δυνάμεις</u> (βαρυτικές, ηλεκτροστατικές δυνάμεις ή δυνάμεις ελαστικής παραμόρφωσης).

Παρατηρήσεις:

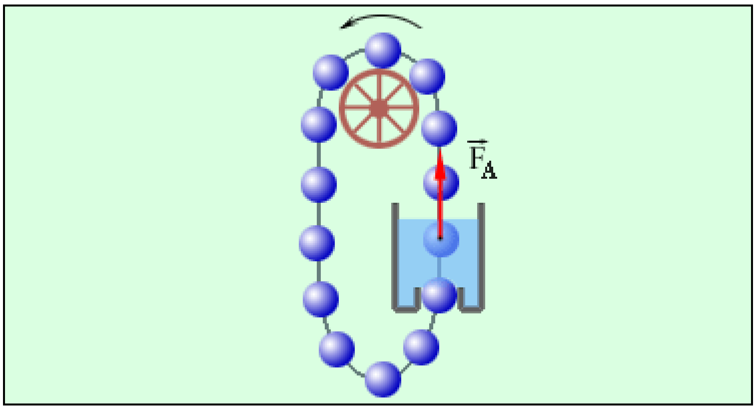
- Είναι πολύ σημαντικό να παρατηρήσουμε ότι η *<u>Αρχή Διατήρησης της Μηχανικής Ενέργειας</u>* μας επιτρέπει να αποκτήσουμε τη σχέση ανάμεσα στις συντεταγμένες και στις ταχύτητες του σώματος σε δύο διαφορετικά σημεία της τροχιάς του χωρίς την ανάλυση του νόμου της κίνησης σε όλα τα ενδιάμεσα σημεία. Η εφαρμογή της *Αρχής Διατήρησης της Μηχανικής Ενέργειας* μπορεί να απλοποιήσει σημαντικά τη λύση ορισμένων φυσικών προβλημάτων.

- Κάτω από πραγματικές συνθήκες σχεδόν πάντοτε παράλληλα με τις βαρυτικές δυνάμεις, τις ελαστικές δυνάμεις και άλλες δυνάμεις διατήρησης, δρουν δυνάμεις τριβής και δυνάμεις αντίστασης σε κινούμενα σώματα. Η δύναμη της τριβής δεν είναι συντηρητική. Το έργο της δύναμης της τριβής εξαρτάται από την απόσταση που διανύθηκε. *Στην τριβή δεν μπορούμε να αντιστοιχίσουμε δυναμική ενέργεια*. Σε τέτοιες περιπτώσεις η μηχανική ενέργεια δεν διατηρείται. Ένα συγκεκριμένο μέρος της μηχανικής ενέργειας μετατρέπεται σε εσωτερική ενέργεια των σωμάτων (θερμότητα).

Αρχή Διατήρησης της Ενέργειας (Α.Δ.Ε.): σε ένα απομονωμένο σύστημα (δεν ανταλλάσσει ενέργεια με το περιβάλλον του) η ενέργεια μπορεί να μετατρέπεται από μία μορφή σε μία άλλη ή να μεταφέρεται από ένα σώμα σε ένα άλλο αλλά δε χάνεται ούτε δημιουργείται από το μηδέν. Μέσα από τις μεταφορά και τη μετατροπή της εκδηλώνεται η ύπαρξή της.

Παρατήρηση:

- μια από τις συνέπειες της *Αρχής Διατήρησης της Ενέργειας* και της μετατροπής της ενέργειας, είναι ο ισχυρισμός για το αδύνατο της δημιουργίας της "αέναου κίνησης" (αέναη μηχανή) - μια μηχανή που θα μπορούσε να παράγει έργο χωρίς να χάνει ενέργεια σε μια διεργασία για ένα απεριόριστο χρονικό διάστημα (εικ.2.2.8). Στην ιστορία διατηρούνται πολλά προγράμματα «αέναων μηχανών». Σε μερικά από αυτά, τα λάθη του κατασκευαστή είναι φανερά, σε άλλα αυτά τα λάθη κρύβονται από την περίπλοκη δομή της συσκευής και είναι πολύ δύσκολο να κατανοήσουμε γιατί αυτή η μηχανή δε θα δουλέψει. Όλες αυτές οι προσπάθειες δεν είναι καρποφόρες αφού ο νόμος της διατήρησης και της μετατροπής της ενέργειας «απαγορεύει» να πάρουμε οποιοδήποτε έργο χωρίς να καταναλώσουμε ενέργεια.



Εικ.2.2.8.: Ένα από τα προγράμματα της "αέναης μηχανής". Γιατί δεν μπορεί να δουλέψει αυτή η μηχανή;

- Κατά τις μετατροπές της δυναμικής ενέργειας σε κινητική και αντιστρόφως, ένα μέρος της μετατρέπεται σε θερμική ενέργεια. Η θερμική αυτή ενέργεια διαχέεται στο περιβάλλον ως θερμότητα και δεν μπορεί να γίνει και πάλι δυναμική ή κινητική ενέργεια. Έτσι λέμε ότι η ενέργεια «υποβαθμίστηκε» σε θερμότητα .

Μέση Ισχύς: ορίζεται ως το πηλίκο του έργου (ΔW) που παράγεται ή της ενέργειας (ΔΕ) που μετασχηματίζεται προς το αντίστοιχη χρονική διάρκεια (Δt).

$$P_\mu = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{\Delta \mathrm{E}}{\Delta t} \qquad (2.2.16).$$

Δηλαδή η ισχύς είναι τόσο μεγαλύτερη, όσο το έργο ή η ενέργεια μεγαλώνουν και όσο μικρότερο είναι το χρονικό διάστημα που απαιτείται για να παραχθεί έργο ή να μετασχηματιστεί η ενέργεια.

Στιγμιαία Ισχύς: ορίζεται ως ο στιγμιαίος χρονικός ρυθμός μεταβολής του έργου (W) που παράγεται ή της αντίστοιχης ενέργειας (Ε) που μετασχηματίζεται.

$$P = \frac{dW_{\vec{F}}}{dt} = \frac{d\mathrm{E}}{dt} \qquad (2.2.17).$$

Μονάδα ισχύος στο S.I.: η μονάδες ισχύος είναι το Watt (W). Μία μηχανή έχει ισχύ 1 W όταν παράγει έργο 1J σε 1s, δηλαδή ισχύει $1\ \mathrm{W} = 1\ \mathrm{J.s^{-1}}$.

Για τη στιγμιαία ισχύ- στιγμιαίο χρονικό ρυθμό μεταβολής της ενέργειας αποδεικνύεται ότι

$$P = \frac{dW_{\vec{F}}}{dt} = F.\sigma\upsilon\nu\theta.\frac{dr}{dt} = F_x.\upsilon_x + F_y.\upsilon_y + F_z.\upsilon_z \qquad (2.2.18).$$

Ασκήσεις

Οριζόντια- Κεκλιμένα επίπεδα

1. Σώμα βάλλεται κατά μήκος κεκλιμένου επιπέδου, γωνίας $\theta = 30^o$ με ταχύτητα $\upsilon_0 = 16\mathrm{m.s^{-1}}$ προς τα πάνω. Αν $n = \frac{\sqrt{3}}{5}$ να βρείτε σε ποιά απόσταση από το σημείο βολής το σώμα αποκτά ξανά την ταχύτητα υ_0. Δίνεται $g = 10\ \mathrm{m.s^{-2}}$.

2. Σώμα βάλλεται προς τα πάνω κατά μήκος κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσης θ. Όταν το σώμα περνά από το σημείο βολής κατεβαίνοντας έχει ταχύτητα $\upsilon = K.\upsilon_0$ με $0< K< 1$. Να υπολογίσετε το συντελεστή τριβής ολίσθησης σαν συνάρτηση του K και της γωνίας θ.

3. Στη βάση κεκλιμένου επιπέδου με $\theta = 30^0$ είναι στερεωμένο το ένα άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 100\ N.m^{-1}$. Ένα σώμα μάζας $m = 1$ kg αφήνεται ελεύθερο σε σημείο του κεκλιμένου επιπέδου που απέχει από την ελεύθερη άκρη του ελατηρίου σε απόσταση $S = 1$ m. Το σώμα συγκρούεται με τα ελατήριο. Να βρείτε τη μέγιστη συσπείρωση του ελατηρίου. Δίνονται $g = 10\ m.s^{-2}$, $n = \frac{\sqrt{3}}{6}$.

4. Σώμα αφήνεται να ολισθήσει από την κορυφή Γ ενός κεκλιμένου επιπέδου ΓΔ με ύφος ΑΓ = 5 m, όπου η οριζόντια πλευρά του ΑΔ εκτείνεται και πέρα από το σημείο Δ. Το σώμα καθώς ολισθαίνει, αφού φτάσει στο Δ, συνεχίζει να κινείται πάνω στο οριζόντιο επίπεδο ΔΖ και ηρεμεί στο σημείο Ε όπου ΑΕ = 20m. Ποιός είναι ο συντελεστής τριβής ολίσθησης σώματος και επιπέδων, αν είναι ο ίδιος και για τα δύο (Θέμα Εξετάσεων 1975);

5. Σώμα αφήνεται να ολισθήσει από την κορυφή Γ ενός κεκλιμένου επιπέδου ΓΔ με ύφος ΑΓ = 5 m, όπου η οριζόντια πλευρά του ΑΔ εκτείνεται και πέρα από το σημείο Δ. Το σώμα καθώς ολισθαίνει, αφού φτάσει στο Δ, συνεχίζει να κινείται πάνω στο οριζόντιο επίπεδο ΔΖ και ηρεμεί στο σημείο Ε όπου ΑΕ = 20 m. Ποιός είναι ο συντελεστής τριβής ολίσθησης σώματος και επιπέδων, αν είναι ο ίδιος και για τα δύο (Θέμα Εξετάσεων 1975);

6. Σώμα μάζας $m = 1$ kg ηρεμεί σε οριζόντιο δρόμο, με τον οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής ολίσθησης $n = 0,1$. Στο σώμα ασκείται δύναμη F που σχηματίζει γωνία θ πάνω από το δράμο και της οποίας το μέτρο μεταβάλλεται σύμφωνα με τη σχέση: $F = 5 +2.5x$. (x σε m, F σε N). Να βρεθεί η ταχύτητα του σώματος

- μετά από μετατόπιση $x_1 = 2$ m.
- τη στιγμή που χάνει την επαφή με το έδαφος.

Δίνεται ότι η γωνία θ είναι είναι τέτοια ώστε ημθ = 0,8 και ότι $g = 10\ m.s^{-2}$.

7. Ένα σώμα μάζας $m = 2$ kg ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο. Εξασκούμε στο σώμα σταθερή οριζόντια δύναμη $F_1 = 25$ N με την επίδραση της οποίας το σώμα διανύει διάστημα $S_1 = 2$ m. Στη συνέχεια μαζί με την παραπάνω δύναμη ασκούμε στο σώμα και άλλη οριζόντια δύναμη της οποίας το μέτρο μεταβάλλεται γραμμικά με τη μετατόπιση, από την τιμή 2 N στην τιμή 8 N, την οποία αποκτά όταν το σώμα έχει διανύσει ακόμα διάστημα $S_2 =2$ m. Τέλος οι παραπάνω δυνάμεις παύουν να ασκούνται στο σώμα και αυτό δέχεται την επίδραση σταθερής οριζόντιας δύναμης αντίθετης φοράς με τις προηγούμενες και μέτρου $F_3 = 10$ N που μετατοπίζει το σημείο εφαρμογής της ομόρροπα στην κίνηση του σώματος κατά $S_3 = 1$ m, οπότε το σώμα έχει

ταχύτητα $\upsilon = 5.\sqrt{2}$ m.s^{-1}. Να δείξετε ότι υπάρχει τριβή και να βρείτε το συντελεστή τριβής ολίσθησης. Δίνεται ότι g = 10 m.s^{-2}.

Αλυσίδες

1. Αλυσίδα μήκους l_0 και μάζας m συγκρατείται πάνω σε λείο οριζόντιο τραπέζι έτσι ώστε η μια άκρη της να κρέμεται κατακόρυφα. Το κατακόρυφο τμήμα της είναι το μισό του ολικού μήκους της. Μια δεύτερη εντελώς ίδια αλυσίδα έχει στις άκρες της δυο ίδιες μικρές μάζες (m η καθεμία) και είναι τοποθετημένη όπως και η πρώτη. Αφήνουμε τις δύο αλυσίδες ελεύθερες. Βρείτε τις ταχύτητες με τις οποίες οι αλυσίδες εγκαταλείπουν το τραπέζι και συγκρίνετέ τις. Δίνεται ότι g = 10 m.s^{-2} (Θέμα Εξετάσεων).

2. Αλυσίδα μάζας m = 10 kg και μήκους l_0 = 3,2m τοποθετείται σε οριζόντιο τραπέζι έτσι ώστε το ένα τέταρτο του μήκους της να κρέμεται κατακόρυφα. Πόσο είγαι το ελάχιστο έργο που χρειάζεται για γα ανέβει το κομμάτι που κρέμεται πάνω στο τραπέζι; Δίνονται: τριβές ασήμαντες, g = 10 m.s^{-2}.

3. Αλυσίδα μήκους l_0 = 11 m βρίσκεται σε οριζόντιο τραπέζι έτσι ώστε να κρέμεται ένα τμήμα l_1 τέτοιο που το βάρος του να αντισταθμίζει την τριβή που ασκείται στο οριζόντιο κομμάτι. Με ένα μικρό σπρώξιμο η αλυσίδα αρχίζει να ολισθαίνει. Με ποια ταχύτητα εγκαταλείπει το τραπέζι; Δίνονται: n $= \frac{1}{10}$, g = 10 m.s^{-2}.

Ιδανικά ελατήρια

1. Ένας αεροπλάνο με μάζα m = 2000 kg προσγειώνεται σε ένα ακίνητο αεροπλανοφόρο με ταχύτητα υ_0 = 216 km.h^{-1}. Τη στιγμή της προσγείωσης ένας γάντζος που βρίσκεται στην ουρά του πιάνεται στη μια άκρη ελατηρίου του οποίου η άλλη άκρη είναι στερεωμένη ακλόνητα στο διάδρομο προσγείωσης. Έτσι το αεροπλάνο σταματά αφού διανύσει διάστημα x_1 = 100 m. Αργότερα ένα πανομοιότυπο αεροπλάνο προσγειώνεται με την ίδια ταχύτητα και με τον ίδιο τρόπο. Όταν όμως έχει διανύσει διάστημα x_2 = 50 m ο γάντζος σπάει. Ποιά η ταχύτητά του δεύτερου αεροπλάνου εκείνη τη στιγμή; Δίνονται: ελατήρια ιδανικά, τριβές ασήμαντες (Θέμα Εξετάσεων 1984).

2. Ένα ελατήριο σταθεράς k = 100 N.m^{-1} είναι στερεωμένο κατακόρυφα στο οριζόντιο έδαφος. Από σημείο Α του άξονα του ελατηρίου που απέχει από την ελεύθερη άκρη του h = 4 m, αφήνουμε ελεύθερο σώμα μάζας m = 1 kg. Να βρεθεί η μέγιστη ταχύτητα που αποκτά το σώμα καθώς και η συσπείρωση του ελατηρίου τη στιγμή που το σώμα έχει τη μέγιστη ταχύτητα. Δίνεται g = 10 m.s^{-2}.

3. Δύο πανομοιότυπα ελαγήρια με $k = 160$ N.m^{-1} στερεώνονται σε οριζόντιο επίπεδο σε κατακόρυφη θέση. Στο πάνω μέρος τους ενός αφήγουμε σώμα μάζας $m = 1$ kg, εγώ στο δεύτερο αφήνουμε να πέσει από ύφος $h = 0{,}25$ m ένα ίδιο σώμα. Ζητούνται οι μέγιστες συσπειρώσεις που θα υποστούν τα δύο ελατήρια. Δίνεται $g = 10$ m.s^{-2}.

4. Στην κορυφή λείου κεκλιμένου επιπέδου είναι στερεωμένη η μια άκρη ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k. Στην άλλη άκρη του ελατηρίου είναι δεμένο (στερεωμένο) σώμα μάζας m. Σrη θέση που η διάταξη ισορρροπεί δίνουμε στο σώμα, (π.χ. με ένα χτύπημα ή με μια ελαστική κρούση) ταχύτητα υ_0 προς τα κάτω. Για ποιές τιμές της ταχύτητας υ_0 το σώμα διέρχεται από τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου; Δίνεται η γωνία κλίσης θ και το g. Αν η ταχύτητα υ_0 είναι δεδομένη βρείτε για ποιές τιμές της k το σώμα περνάει από τη θέση φυσικού μήκους.

5. Δύο σώματα με μάζες $m_1 = 5$ kg και $m_2 = 10$ kg στερεώνονται στις άκρες ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k Τοποθετούμε τη διάταξη πάνω σε οριζόντιο επίπεδο σε κατακόρυφη θέση ώστε το σώμα μάζας m_2 να βρίσκεται σε επαφή με το οριζόντιο επίπεδο. Με ποια κατακόρυφη δύναμη F πρέπει να πιεστεί η μάζα m_1 ώστε αφήνοντας τα σύσrημα ελεύθερο μόλις ναα ανασηκωθεί και η μάζα m_2; Δίνεται ότι $g = 10$ m.s^{-2} (Θέμα Ολυμπιάδας Φυσικής).

6. Σώμα μάζας $m_1 = 4$ kg ηρεμεί πάνω σε κατακόρυφο ελαγήριο σταθεράς $k = 120$ N.m^{-1} που η άλλη ταυ άκρη είναι στερεωμένη σε οριζόντιο δάπεδο. Ένα δεύτερο σώμα μάζας $m_2 = 2$ kg τοποθετείται πάνω στο m_1

   - Ποιά η μέγιστη συσπείρωση ταυ ελατηρίου;
   - Ποιά η μέγισrη ταχύτητα των σωμάτων;
   - Ποιά η μέγισrη δύναμη του ελατηρίου;

Δίνεται ότι $g = 10$ m.s^{-2}.

7. Από την κορυφή κεκλιμένου επιπέδου αφήνουμε να ολισθήσει σώμα μάζας $m = 2$ kg. Η τιμή του συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταβάλλεται γραμμικά με τη μετατόπιση για τα πρώτα 3 m και εκείνη τη στιγμή παίρνει την τιμή $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ενώ στη συνέχεια παραμένει σταθερός. Διαπιστώνουμε ότι μετά από μετατόπιση 3 m το σώμα αποκτά τη μέγιστη ταχύτητά του.

- Ποιά η γωνία κλίσης θ του κεκλιμένου επιπέδου;
- Ποιά η υ_0;

Δίνεται ότι $g = 10$ m.s^{-2}.

8. Συμπαγής κύλινδρος μάζας $m = 1$ kg έχει συνθεδεί στο πάνω άκρο κατακόρυφου ελατηρίαυ σταθεράς $k = 100$ N.m^{-1} που η άλλη του άκρη είναι στερεωμένη στον πυθμένα δοχείου που περιέχει νερό με πυκνότητα 10^3 kg.m^{-3} Ο κύλινδρος έχει εμβαδό διατομής $S = 10^2$ m^2 και ύψος $h = 10$ cm. Καθώς ο κύλινδρος ισορροπεί η πάνω βάση του απέχει από την ελεύθερη

επιφάνεια του νερού h_1 = 20 cm. Να βρεθεί η δύναμη με την οποία πρέπει να συμπιέσουμε τον κύλινδρο πιο κάτω κατά x ώστε αφήνοντας τον ελεύθερο να βγει οριακά έξω από το νερό. Δίνεται ότι g = 10 $m.s^{-2}$.

9. Σώμα μάζας m = 5 kg αφήνεται από σημείο Α κεκλιμένου επιπέδου με θ = 30^o και ολισθαίνει πάνω σε αυτό. Το Α απέχει 2 m από τη βάση του κεκλιμένου επιπέδου. Όταν το σώμα φτάσει στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου συνεχίζει να κινείται σε οριζόντιο επίπεδο και αφού διανύσει 1 m χτυπάει σε ελατήριο κατά τη διεύθυνση του άξονά του και το συσπειρώνει κατά 20 cm. Το ελατήριο ήταν ήδη συμπιεσμένο με τη βοήθεια νήματος κατά 10cm. Αν για το κεκλιμένο επίπεδο είναι $n_1 = \frac{\sqrt{3}}{6}$ και για το οριζόντιο n_2 = 0,3 και g = 10 $m.s^{-2}$ βρείτε τη σταθερά του ελατηρίου.

10. Σώμα μάζας m = 2 kg βρίσκεται σε οριζόντιο επίπεδο και είναι στερεωμένο στο άκρο Α κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς k = 200 $N.m^{-1}$ ώστε αυτό να έχει το φυσικό τού μήκος, που είναι l_o = 1,2 m. Μετακινούμε το σώμα οριζόντια κατά S = 0,5 m από την αρχική του θέση και ύστερα το αφήνουμε ελεύθερο.

- Αν δεν υπάρχουν τριβές να βρεθεί η ταχύτητα του σώματος όταν διέρχεται από το Α.
- Επαναλαμβάνοντας το πείραμα σε άλλο επίπεδο, στο οποίο υπάρχουν τριβές, παρατηρούμε ότι το σώμα όταν διέρχεται από το Α έχει ταχύτητα υ = 0,5 $m.s^{-1}$. Ποιό το έργο των τριβών;

Δίνεται ότι g = 10 $m.s^{-2}$.

11. Σφαίρα μάζας m = 1 kg κρέμεται από κατακόρυφο ελατήριο και του προκαλεί επιμήκυνση x = 10 cm.

- Πόση χημική ενέργεια δαπανάμε για να του προκαλέσουμε πρόσθετη επιμήκυνση x_2 = 20cm.
- Αν αφήσουμε το σώμα ελεύθερο ποιά ταχύτητα θα έχει όταν περνάει από τη Θέση Ισορροπίας και ποια όταν περνάει απά τη Θέση Φυσικού Μήκους του ελατηρίου;

Δίνεται ότι g = 10 $m.s^{-2}$.

12. Από το ανώτερο άκρο κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσης 30^o δένεται το ένα άκρο ελαστικού νήματος σταθεράς k = 100 $N.m^{-1}$. Στο άλλο άκρο του νήματος είναι δεμένο σώμα μάζας m = 2 kg και ισορροπεί. Εκτρέπουμε τα σώμα από τη Θέση Ισορροπίας κατά x_2 = 40 cm και ύστερα το αφήνουμε ελεύθερο. Να βρεθεί σε ποιά απόσταση (από τη Θέση Φυσικού Μήκους του νήματος) θα σταματήσει το σώμα. Δίνεται ότι ο συντελεστής τριβής ολίσθησης σώματος και κεκλιμένου επιπέδου είναι $\frac{\sqrt{3}}{6}$ και ότι g = 10 $m.s^{-2}$.

13. Σώμα μάζας $m = 1,2$ kg ισορροπεί στο πάνω άκρο κατακόρυφου ελαrηρίου σταθεράς $k = 300$ $N.m^{-1}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο στο οριζόντιο δάπεδο. Μεταξύ του πάνω άκρου του σώματος και ενός υποστηρίγματος συνδέουμε δεύτερο ελατήριο σταθεράς 2.k ώστε να βρίσκεται στο φυσικό του μήκος.

- Να βρεθεί το μέτρο της κατακόρυφης προς τα πάνω ταχύτητας που πρέπει να δώσουμε στο σώμα, έτσι ώστε να φτάσει μέχρι απόσταση $1 = 6$ cm άπό την αρχική του θέση.
- Ποιά ταχύτητα έχει το σώμα όταν περνάει από τη Θέση Φυσικού Μήκους του κάτω ελατηρίου.

Δίνεται ότι $g = 10$ $m.s^{-2}$.

14. Ελατήριο αμελητέας μάζας τοποθετείται στο κατώτερο άκρο ενός κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσης 30^o. Σώμα μάζας m αφήνεται να ακουμπήσει στα ελατήριο οπότε το συσπειρώνει κατά $x_o = 8$ cm. Αν το ίδιο σώμα αφεθεί ελεύθερο, από απόσταση $S = 1$ m από το ανώτερο άκρο του ελατηρίου, να κινηθεί πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο, να βρεθεί ο συντελεστής τριβής ολίσθησης αν είναι γνωστό ότι η μέγιστη συμπίεση τού ελατηρίου είναι 10 cm και οι τριβές υπάρχουν μόνο στο τμήμα μήκους S. Δίνεται ότι $g = 10$ $m.s^{-2}$.

15. Σώμα μάζας $m = 2$ kg, αφήνεται να ολισθήσει σε λείο κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης 30^o. Αφού διανύσει διάστημα $S_1 = 1$ m, περνά σε οριζόντιο επίπεδο και μετά από διαδρομή $S_2 = 0,5$ m πάνω σε αυτό, χτυπά σε ελατήριο σταθεράς $k = 100$ $N.m^{-1}$. Αν ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και οριζόντιου επιπέδου είγαι $n = 0,25$ να βρεθούν:

- Η μέγιστη συμπίεση του ελατηρίου
- Σε ποιά θέση του κεκλιμένου επιπέδου ανεβαίνει κατά την επιστροφή του το σώμα.

Δίνεται ότι $g = 10$ $m.s^{-2}$.

16. Σώμα μάζας $m = 1$ kg κινείται σε οριζόντιο επίπεδο και συναντά το ελεύθερο άκρο οριζόντιου ελατηρίου με ταχύτητα $υ_0$ της οποίας η διεύθυνση συμπίπτει με τον άξονα τού ελατηρίου, το άλλο άκρο του οποίου στερεώνεται ακλόνητα. Να βρεθεί η ελάχιστη τιμή της ταχύτητας $υ_0$ για να μπορέσει γα ξαναπεράσει από τη Θέση Φυσικού Μήκους του ελατηρίου. Δίνονται: συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και δαπέδου $n = 0,2$, $k = 200$ $N.m^{-1}$ και $g = 10$ $m.s^{-2}$.

17. Για να σταματήσει ένα δέμα μάζας $m = 100$ kg που κινείται προς τα κάτω σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης 30^o χρησιμοποιούμε ένα ελατήριο σταθεράς $k = 6200$ $N.m^{-1}$, που κραTIέται στη θέση του με σχοινί, ώστε να παραμένει συμπιεσμένο κατά $x_1 = 0,75$ m. Όταν το δέμα βρίσκεται σε απόσταση $S = 10$ m από την άκρη του ελατηρίου έχει ταχύτητα $υ = 10$ $m.s^{-1}$. Ποια είναι η

μέγστη πρόσθετη συμπίεση του ελατηρίου; Δίνεται ότι ο συντελεστής τριβής ολίσθησης σώματος και κεκλιμένου επιπέδου είναι $\frac{\sqrt{3}}{6}$ και ότι g = 10 $m.s^{-2}$.

18. Στη βάση και στην κορυφή λείου κεκλιμένου επιπέδου με γωνία κλίσης 30^o στερεώνουμε τα δύο άκρα ιδανικών ελατηρίων Α και Β αντίστοιχα με $k_A = k_B = k = 100$ $N.m^{-1}$. Τα άλλα άκρα των ομοαξονικών ελατηρίων έχουν προσδεθεί σε σώμα μάζας m = 4 kg που ισορροπεί. Κόβουμε το ελατήριο Β.

- Ποιά η μέγιστη πρόσθετη συμπίεση του ελατηρίου Α;
- Ποιά η μέγιστη ταχύτητα που αποκτά το σώμα;

Δίνεται ότι g = 10 $m.s^{-2}$ και ότι τα φυσικά μήκη των ελατηρίων είναι ίσα μεταξύ τους και ίσα με το μισό του μήκους του κεκλιμένου επιπέδου.

Άνωση

1. Ομογενής κύλινδρος μάζας m= 10 kg και ύψους h = 1 m ισορροπεί όρθιος βυθισμένος κατά το ήμισυ μέσα σε υγρό.

- Πόσο έργο απαιτείται για να βυθιστεί ολόκληρος μέσα στο υγρό;
- Ποιό το έργο της άνωσης κατά τη βύθιση;

Δίνονται: g = 10 $m.s^{-2}$, $d_N = 1$ $g.cm^{-3}$.

2. Κύλινδρος από φελλό έχει ύψος h = 1 m. Βυθίζουμε rον κύλινδρο όρθιο μέσα σε νερό έτσι ώστε η πάνω βάση του να βρίσκεται σε βάθος $h_1 = 2$ m.Αφήνουμε από αυτήν τη θέση rον κύλινδρο ελεύθερο

- Ποιά η ταχύτητα του όταν η πάνω βάση έρθει στην επιφάνεια του νερού;
- Ποιά η ταχύτητά του όταν ο μισός έχει βγει από το νερό;
- Πόσο απέχει η κάτω βάση του από την επιφάνεια του νερού όταν η ταχύτητά του μηδενιστεί στιγμιαία;

Δίνονται: g = 10 $m.s^{-2}$, $d_\Sigma = 0,5$ $g.cm^{-3}$ $d_N = 1$ $g.cm^{-3}$.

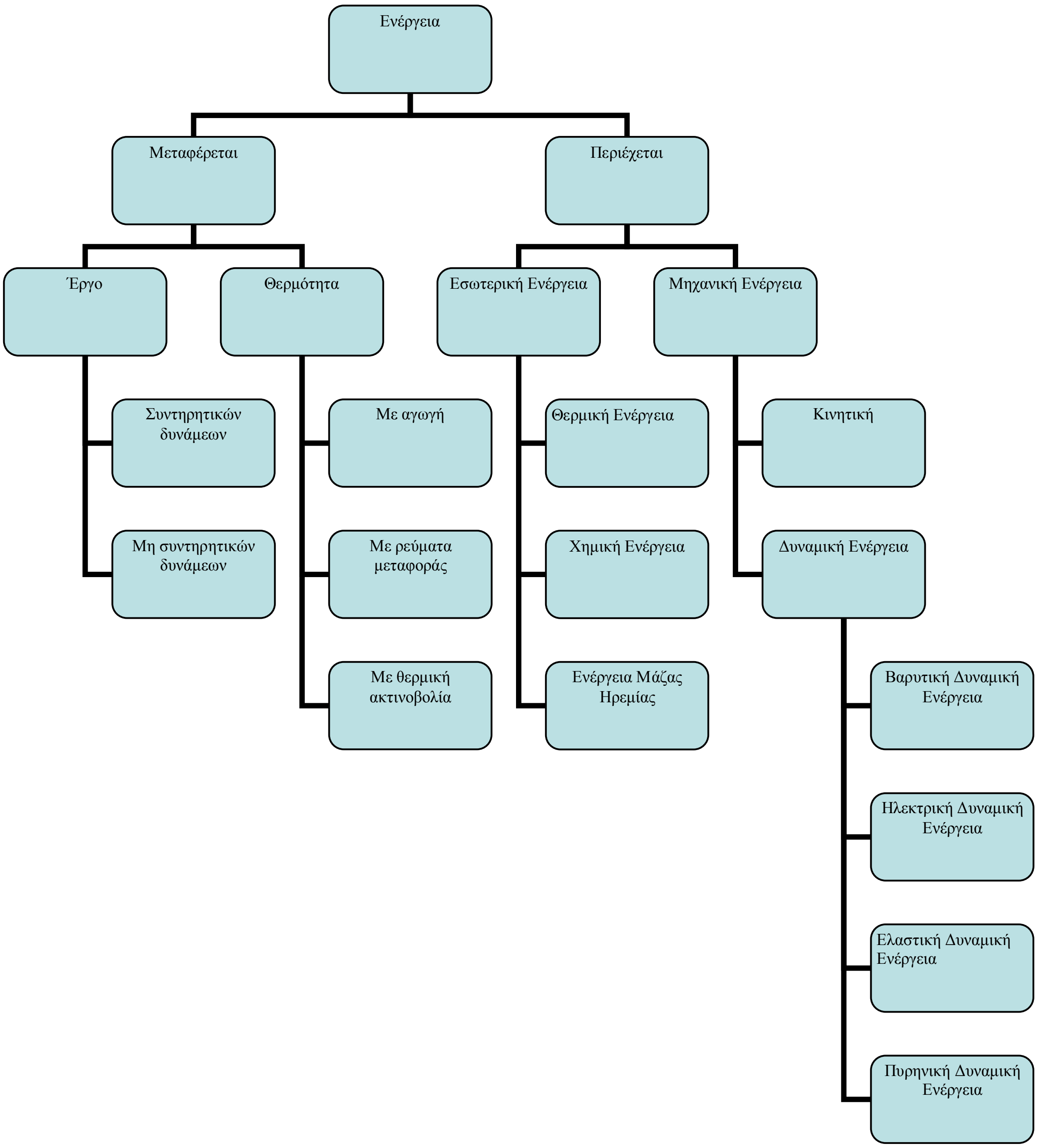
3. Συμπαγής κύλινδρος μάζας m = 20 kg ισορροπεί κρεμασμένος από ελατήριο σταθεράς k =600 $N.m^{-1}$, έτσι ώστε η κάτω επιφάνειά του να εφάπτεται επιφάνειας υγρού πυκνότητας $d_\upsilon = 10$ $kg.m^{-3}$.

- Ποιό έργο δαπανούμε για να βυθίσουμε ολόκληρο τον κύλινδρο στο υγρό.
- Αν τον αφήσουμε ελεύθερο από τη θέση πλήρους βύθισης ποιά η ταχυτητά του όταν βγαίνει ολόκληρος από το υγρό;

Δίνονται: εμβαδό διατομής του κυλίνδρου S = 100 cm^2, ύψος του h = 20 cm και g = 10 $m.s^{-1}$.

Κεφάλαιο 2.2: διατήρηση και υποβάθμιση της ενέργειας.

Μορφές ενέργειας μακροσκοπικά



<u>Ενέργεια:</u> είναι μονόμετρο φυσικό μέγεθος. Ένα σώμα έχει ενέργεια όταν μπορεί να προκαλέσει μία μεταβολή στον εαυτό του ή στο περιβάλλον του. Μονάδα ενέργειας στο S.I. είναι το 1 Joule που γράφεται 1 J. Ανάλογα με το είδος της προκαλούμενης μεταβολής η ενέργεια εμφανίζεται στη φύση με διάφορες μορφές:

- κινητική ενέργεια.
- δυναμική ενέργεια.
- μηχανική ενέργεια.
- θερμική ενέργεια.
- χημική ενέργεια.
- ενέργεια μάζας ηρεμίας
- εσωτερική ενέργεια.
- θερμότητα
- έργο.

Μηχανική Ενέργεια: ενός σώματος ονομάζουμε το άθροισμα της δυναμικής και της κινητικής ενέργειας κάθε χρονική στιγμή, επομένως ισχύει:

$$E_{M} = E_{K} + E_{\Delta.} \qquad (2.3.1).$$

Ένα σώμα που έχει μηχανική ενέργεια μπορεί να προκαλέσει μηχανικές μεταβολές στο ίδιο ή σε άλλα σώματα. Μηχανική ενέργεια έχει ένα σώμα που κινείται, ένα αντικείμενο που πέφτει, ένα σώμα που ανυψώνεται, ένα συσπειρωμένο ελατήριο.

Κινητική Ενέργεια: ένα σώμα έχει κινητική ενέργεια όταν κινείται, δηλαδή όταν έχει ταχύτητα. Η κινητική ενέργεια στη μηχανική του Newton είναι ανάλογη της μάζας (m) του σώματος και ανάλογη του τετραγώνου της ταχύτητας, δηλαδή ισχύει :

$$E_K = \frac{m\upsilon^2}{2} = \frac{p^2}{2m} \qquad (2.3.2).$$

Δυναμική Ενέργεια: ένα σώμα έχει δυναμική ενέργεια εάν ασκούνται σε αυτό συντηρητικές δυνάμεις (βαρυτικές, ηλεκτροστατικές δυνάμεις ή δυνάμεις ελαστικής παραμόρφωσης). Η δυναμική του ενέργεια εξαρτάται από το μέγεθος των δυνάμεων αυτών και τη θέση ή την κατάσταση του σώματος (σε σχέση με τα σώματα με τα οποία αλληλεπιδρά). Δυναμική ενέργεια έχει λ.χ. ένας πλανήτης που περιστρέφεται γύρω από τη Γη λόγω τη έλξης που δέχεται από αυτή.

Βαρυτική Δυναμική Ενέργεια: ονομάζουμε την ενέργεια που έχει ένα αντικείμενο που βρίσκεται σε ύψος h από το έδαφος, λόγω του βάρους του. Η βαρυτική δυναμική ενέργεια ($E_{δυν(B)}$) ισούται με το έργο που χρειάστηκε για να ανυψωθεί σε ύψος h το αντικείμενο, δηλαδή ισχύει κοντά στην επιφάνεια της Γης:

$$E_{\Delta(B),1} - E_{\Delta(B),2} = W_B = B\,h \qquad (2.3.3).$$

αλλά $B = m.g$ και $E_{\Delta(B),2} = 0$ (ορίζουμε αυθαίρετη στάθμη αναφοράς, συνήθως την επιφάνεια της Γης), επομένως

$$E_{\Delta(B)} = mgh \qquad (2.3.4).$$

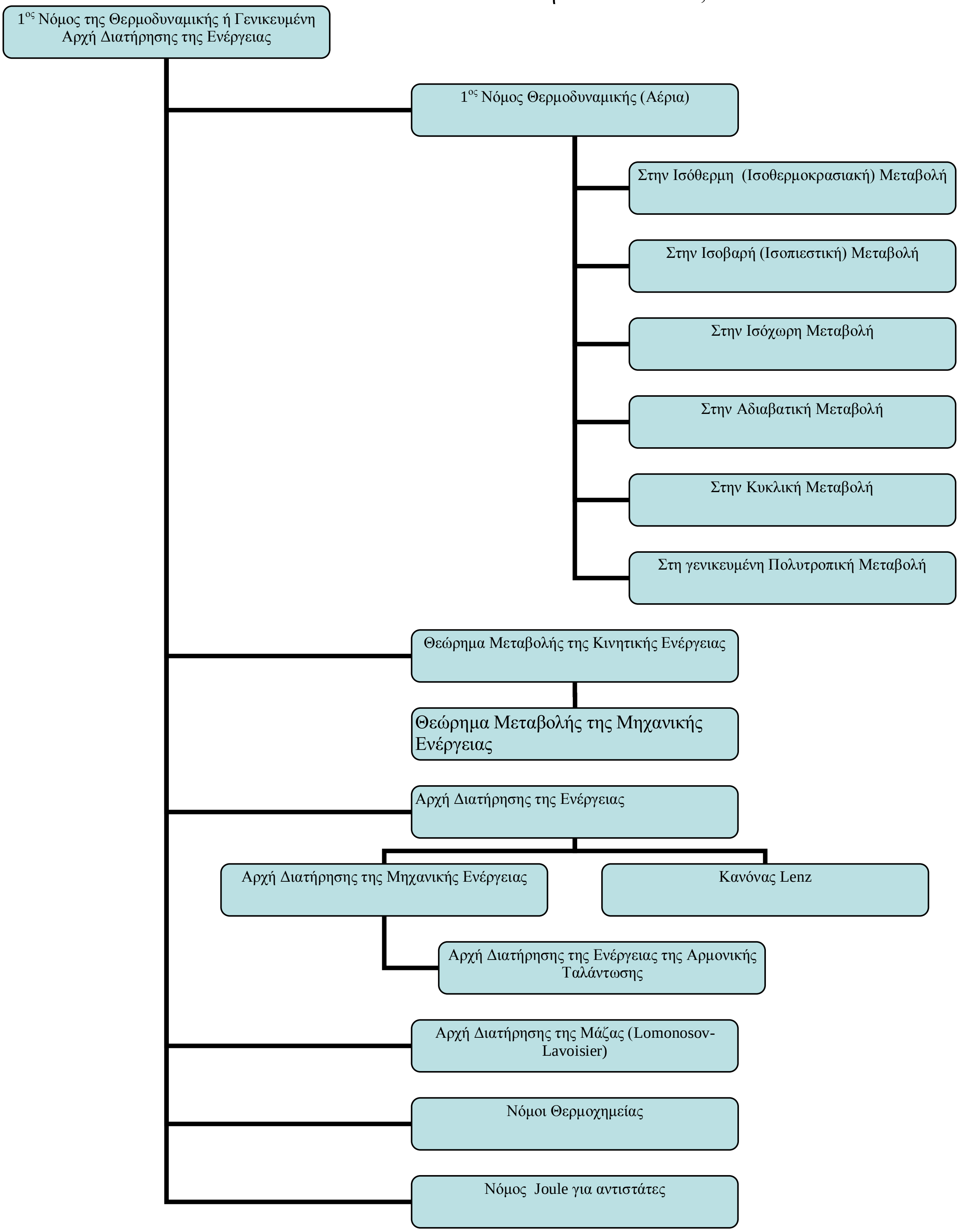
Η βαρυτική δυναμική ενέργεια θα μεταβληθεί μόνο εάν οι δύο θέσεις έχουν υψομετρική διαφορά h και η μεταβολή της θα είναι ίση με mgh. Η ίδια μεταβολή θα προκύψει όποιο δρόμο και αν ακολουθήσει το σώμα από την θέση A στην θέση B.

<u>Ελαστική Δυναμική Ενέργεια:</u> η δυναμική ενέργεια ενός παραμορφωμένου ελαστικού σώματος είναι ίση με το έργο της ελαστικής δύναμης σε μια μετάβαση από μια δοσμένη κατάσταση σε μια άλλη με μηδενική παραμόρφωση .

$$E_{\Delta(E\Lambda)} = \frac{kx^2}{2} \qquad (2.3.5).$$

<u>Μηχανικό έργο ή έργο δύναμης:</u> είναι μονόμετρο φυσικό μέγεθος. Έργο είναι η μορφή ενέργειας που μεταφέρεται από ένα σώμα σε ένα άλλο η μετατρέπεται από τη μια μορφή στην άλλη. Μια δύναμη παράγει έργο όταν μπορεί και μετακινεί το σώμα στο οποίο ασκείται. Το έργο εξαρτάται από τη δύναμη και από την απόσταση στην οποία μετακινήθηκε το σώμα.

Ο 1^{ος} Νόμος της Θερμοδυναμικής και οι συνέπειές του.



<u>Θεώρημα Μεταβολής της Κινητικής Ενέργειας (Θ.Μ.Κ.Ε.)</u>: σε κάθε μετατόπιση το αλγεβρικό άθροισμα των έργων των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα ισούται με τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος

$$W_{\vec{F}(o\lambda)}^{\mathrm{A}\to\Gamma} = E_{K(\Gamma)} - E_{K(A)} = \Delta E_K^{\mathrm{A}\to\Gamma} \quad (2.3.5).$$

Αρχή Διατήρησης της Μηχανικής Ενέργειας (Α.Δ.Μ.Ε.): η μηχανική ενέργεια ενός σώματος διατηρείται σταθερή, όταν σε αυτό επιδρούν μόνο συντηρητικές δυνάμεις (βαρυτικές, ηλεκτροστατικές δυνάμεις ή δυνάμεις ελαστικής παραμόρφωσης).

Αρχή Διατήρησης της Ενέργειας (Α.Δ.Ε.): σε ένα απομονωμένο σύστημα (δεν ανταλλάσσει ενέργεια με το περιβάλλον του) η ενέργεια μπορεί να μετατρέπεται από μία μορφή σε μία άλλη ή να μεταφέρεται από ένα σώμα σε ένα άλλο αλλά δε χάνεται ούτε δημιουργείται από το μηδέν. Μέσα από τις μεταφορά και τη μετατροπή της εκδηλώνεται η ύπαρξή της.

Θεώρημα Μεταβολής της Δυναμικής Ενέργειας (Θ.Μ.Δ.Ε.): το έργο μιας *συντηρητικής δύναμης* δεν εξαρτάται από την τροχιά της κίνησης του σώματος και καθορίζεται μόνο από την αρχική και την τελική θέση του σώματος. Για μια τέτοια δύναμη μπορούμε να ορίσουμε μια μορφή ενέργειας, τη *δυναμική ενέργεια*, η μεταβολή της οποίας σε κάθε μετατόπιση να είναι ίση με το αντίθετο του έργου της *συντηρητικής δύναμης*

$$W_{\vec{F}}^{\mathrm{A}\to\Gamma} = E_{\Delta(\mathrm{A})} - E_{\Delta(\Gamma)} = -\Delta E_{\Delta}^{\mathrm{A}\to\Gamma} \quad (2.3.6).$$

Επομένως το Θεώρημα Μεταβολής της Δυναμικής Ενέργειας δεν είναι συνέπεια της διατήρησης της ενέργειας αλλά μαθηματική ιδιότητα των συντηρητικών δυνάμεων (γενικότερα των συντηρητικών διανυσματικών πεδίων).

Συντηρητικές ή διατηρητικές δυνάμεις: μια δύναμη λέγεται συντηρητική όταν το έργο σε μια οποιαδήποτε κλειστή διαδρομή είναι ίσο με μηδέν. Οι βαρυτικές, οι ηλεκτροστατικές και οι ελαστικές δυνάμεις είναι συντηρητικές.