

## 1. Υγρά σε ισορροπία

### ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ

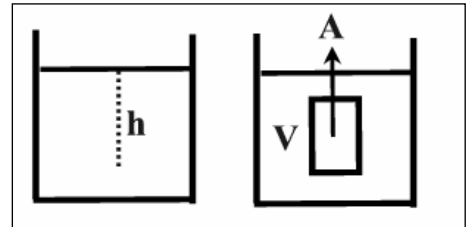
**Θ1.1** Να συμπληρωθούν τα κενά στις προτάσεις που ακολουθούν:

- α. Η πίεση στο εσωτερικό ενός υγρού και στα ..... του δοχείου που το περιέχει οφείλεται ή στο ..... του υγρού ή σε εξωτερικό .....
- β. Η πίεση που οφείλεται στο βάρος του υγρού ονομάζεται ..... πίεση.
- γ. Η σχέση που δίνει την υδροστατική πίεση σε βάθος  $h$  ενός υγρού πυκνότητας  $\rho$ , που βρίσκεται σε ισορροπία εντός πεδίου βαρύτητας έντασης  $g$ , είναι  $p=.....$
- δ. Σύμφωνα με την αρχή του Pascal η πίεση που δημιουργεί ένα εξωτερικό αίτιο σε κάποιο σημείο του υγρού μεταφέρεται ..... σε όλα του τα σημεία.

**Θ1.2** Αν η ατμοσφαιρική πίεση είναι  $p_{atm}$  να αποδείξετε ότι:

- α. σε βάθος  $h$  ενός υγρού πυκνότητας  $\rho$ , που ισορροπεί σε πεδίο βαρύτητας  $g$ , η συνολική πίεση ισούται με

$$p=p_{atm}+\rho gh.$$



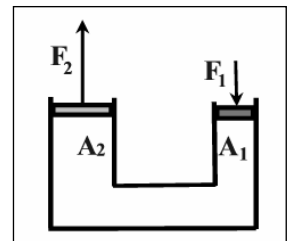
- β. η δύναμη της άνωσης,  $A$ , που δέχεται ένα σώμα βυθισμένο σε υγρό ισούται με

$$A=\rho gV$$

όπου  $V$  ο βυθισμένος όγκος.

**Θ1.3** Να περιγράψετε την αρχή λειτουργίας του υδραυλικού πιεστηρίου και να αποδείξετε τη σχέση που συνδέει τις δυνάμεις που ασκούνται στα δύο έμβολα με τα εμβαδά αυτών.

Σε ποια αρχή στηρίζεται η λειτουργία του και ποια άλλα συστήματα εργάζονται με βάση την ίδια αρχή;



**Θ1.4** Πως ορίζεται η μονάδα μέτρησης της πίεσης το 1 Pa (Pascal).

## ΘΕΜΑΤΑ Α

**A1.1** Η πίεση ορίζεται

- α. ως το πηλίκο της δύναμης  $dF$  που ασκείται σε μια επιφάνεια προς το εμβαδόν,  $dA$  της επιφάνειας αυτής.
- β. ως το γινόμενο της δύναμης  $dF$  που ασκείται κάθετα σε μια επιφάνεια επί το εμβαδόν,  $dA$  της επιφάνειας αυτής
- γ. ως το πηλίκο της δύναμης  $dF$  που ασκείται κάθετα σε μια επιφάνεια προς το εμβαδόν  $dA$  της επιφάνειας αυτής
- δ. ως το πηλίκο της δύναμης  $dF$  που ασκείται κάθετα σε μια επιφάνεια προς το τετράγωνο του εμβαδού  $dA^2$  της επιφάνειας αυτής.

**A1.2** Η ολική πίεση  $p_{ολ}$  (απόλυτη) σε βάθος  $h$  κάτω από την επιφάνεια ενός ακίνητου υγρού πυκνότητας  $\rho$  το οποίο είναι ανοικτό στην ατμόσφαιρα και βρίσκεται εντός του πεδίου βαρύτητας έντασης  $g$ , είναι

- α. μεγαλύτερη από την ατμοσφαιρική πίεση κατά  $\rho g$ .
- β. μικρότερη από την ατμοσφαιρική πίεση κατά  $\rho gh$ .
- γ. μεγαλύτερη από την ατμοσφαιρική πίεση κατά  $gh$
- δ. μεγαλύτερη από την ατμοσφαιρική πίεση κατά  $\rho gh$ .

**A1.3** Η μονάδα μέτρησης της πίεσης 1Pa (Pascal) ισούται με

- α.  $1N/cm^2$
- β.  $1N/m^2$
- γ.  $10N/m^2$
- δ.  $1N/dm^2$

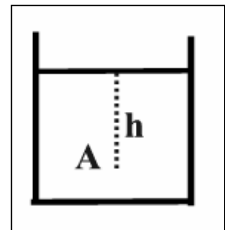
**A1.4** Η πίεση στο βάθος  $h$  ενός ακίνητου υγρού, πυκνότητας  $\rho$

- α. επηρεάζεται από το σχήμα του δοχείου
- β. είναι ανεξάρτητη από την ένταση του πεδίου βαρύτητας,  $g$ .
- γ. είναι ανεξάρτητη από την πυκνότητα του υγρού,  $\rho$ .
- δ. είναι ίδια σε όλα τα σημεία που βρίσκονται στο ίδιο βάθος.

**A1.5** Η ολική πίεση  $p$  σε βάθος  $h$  κάτω από την επιφάνεια ενός ακίνητου υγρού πυκνότητας  $\rho$  το οποίο είναι ανοικτό στην ατμόσφαιρα και βρίσκεται εντός του πεδίου βαρύτητας έντασης  $g$ , είναι ίση με

- α.  $p=p_{atm} + \rho gh$
- β.  $p=\rho gh$
- γ.  $p=p_{atm} - \rho gh$
- δ.  $p=p_{atm}+gh$

όπου  $P_{atm}$  η ατμοσφαιρική πίεση

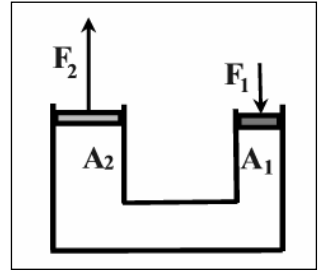


**A1.6** Σύμφωνα με την αρχή του Pascal κάθε μεταβολή στην πίεση ενός αποθηκευμένου ακίνητου ρευστού

- α. μεταδίδεται σε κάθε σημείο του ρευστού μειούμενη.
- β. δεν μεταδίδεται στα άλλα σημεία του ρευστού.
- γ. μεταδίδεται αναλλοίωτη σε κάθε σημείο του ρευστού και στα τοιχώματα του δοχείου αποθήκευσης
- δ. μεταδίδεται ίδια μόνο στα τοιχώματα του δοχείου αποθήκευσης και όχι στα σημεία του υγρού.

**A1.7** Στο υδραυλικό πιεστήριο που φαίνεται στο σχήμα, η δύναμη  $F_1$  ασκείται εξωτερικά στο μικρό έμβολο εμβαδού  $A_1$ , ενώ το μεγαλύτερο έμβολο  $A_2$  δέχεται από το υγρό δύναμη  $F_2$ . Τα έμβολα θεωρούνται αβαρή. Η σχέση που συνδέει τις δυνάμεις  $F_1$  και  $F_2$  είναι

α.  $\frac{F_1}{F_2} = \frac{A_1}{A_2}$       β.  $\frac{F_1}{F_2} = \frac{A_2}{A_1}$       γ.  $\frac{F_1}{F_2} = \frac{A_2^2}{A_1^2}$



**A1.8** Ποιες από τις επόμενες προτάσεις είναι σωστές;

Στο υδραυλικό πιεστήριο που φαίνεται στο προηγούμενο σχήμα

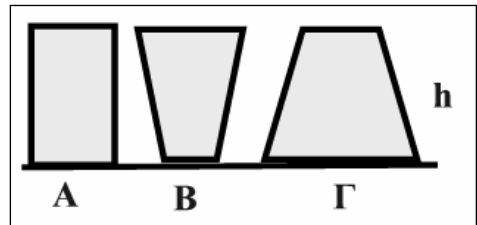
- α. η πρόσθετη πίεση που προκαλεί η δύναμη  $F_1$  μεταφέρεται η ίδια από το μικρότερο στο μεγαλύτερο έμβολο.
- β. η δύναμη  $F_1$  μεταφέρεται η ίδια από το μικρότερο στο μεγαλύτερο έμβολο.
- γ. η δυνάμεις στα δύο έμβολα είναι ανάλογες των εμβαδών των εμβόλων.
- δ. ισχύει η αρχή του Pascal.

**A1.9** Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές και ποιες λανθασμένες;

- α. Τα υγρά είναι πρακτικά ασυμπίεστα.
- β. Τα υγρά και τα αέρια είναι συμπίεστα.
- γ. Η αρχή του Pascal βρίσκει εφαρμογή στα υδραυλικά φρένα.
- δ. Η υδροστατική πίεση έχει νόημα μόνο όταν το υγρό βρίσκεται μέσα στο πεδίο βαρύτητας.
- ε. Η πίεση στα διάφορα σημεία του χώρου που καταλαμβάνει ένα υγρό οφείλεται μόνο στο βάρος του υγρού.
- στ. Όσο μειώνεται το βάθος ενός υγρού τόσο μειώνεται και η πίεση.
- ζ. Η πίεση μετριέται σε N/m.

**A1.10** Τα τρία ισοϋψή δοχεία περιέχουν μέχρι πάνω το ίδιο υγρό, ενώ τα εμβαδά βάσης είναι διαφορετικά. Η σχέση των πιέσεων που ασκούν τα υγρά στον πυθμένα είναι:

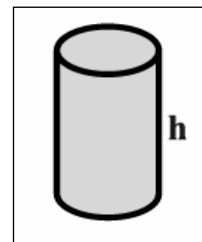
α.  $p_A = p_B = p_\Gamma$       β.  $p_\Gamma > p_B > p_A$       γ.  $p_\Gamma > p_A > p_B$



• **A1.11** κυλινδρικό δοχείο είναι γεμάτο με υγρό πυκνότητας,  $\rho$  έχει ύψος  $h$  και εμβαδόν βάση  $A$ .

**I.** Η δύναμη που δέχεται ο πυθμένας του δοχείου από το υγρό, αν δεν λάβουμε υπόψη την ατμοσφαιρική πίεση είναι:

α.  $F = \rho gh$       β.  $F = \rho ghA$       γ.  $F = \rho gA$

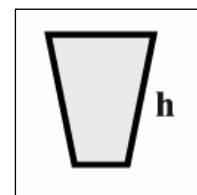


**II.** Η συνισταμένη δύναμη που δέχεται η κυλινδρική επιφάνεια είναι:

α.  $F = 0$       β.  $F = \rho ghA$       γ.  $F = \frac{\rho ghA}{2}$

• **A1.12** Το δοχείο του σχήματος περιέχει υγρό και ισορροπεί, Η συνισταμένη δύναμη που δέχεται το δοχείο από το υγρό είναι

- α. ίση με το βάρος του υγρού
- β. μεγαλύτερη από το βάρος του υγρού
- γ. μικρότερη από το βάρος του υγρού



**A1.13** Το δοχείο του σχήματος περιέχει υγρό σε ισορροπία και βρίσκεται εκτός του πεδίου βαρύτητας.

**I.** Αν στο έμβολο εμβαδού  $A$  δεν ασκείται καμία εξωτερική δύναμη αλλά αυτό είναι κολλημένο στο υπόλοιπο δοχείο, τότε

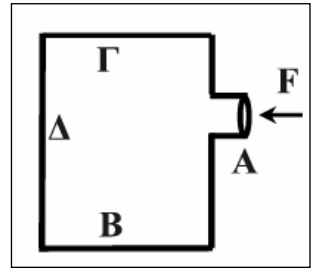
- α.  $p_B = p_\Gamma = p_\Delta = 0$       β.  $p_B = p_\Gamma = p_\Delta \neq 0$       γ.  $p_B > p_\Delta > p_\Gamma$

**II.** Αν το έμβολο απελευθερωθεί και του ασκηθεί δύναμη  $F$  τότε:

- α.  $p_B = p_\Gamma = p_\Delta = \frac{F}{A}$       β.  $p_B = p_\Gamma = p_\Delta \neq \frac{F}{A}$       γ.  $p_B > p_\Delta > p_\Gamma$

**III.** Αν η δύναμη  $F$  αυξηθεί κατά  $dF$ , τότε η πίεση στο σημείο  $B$  θα γίνει:

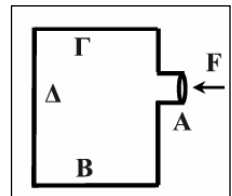
- α.  $p = \frac{F}{A}$       β.  $p = \frac{F+dF}{A}$       γ.  $p = \frac{dF}{A}$



**A1.14** Το δοχείο του σχήματος βρίσκεται εντός του πεδίου βαρύτητας και ασκείται στο έμβολο δύναμη  $F$  τότε:

**I.** Για τις πιέσεις στα σημεία  $B$ ,  $\Gamma$ ,  $\Delta$  ισχύει

- α.  $p_B = p_\Gamma = p_\Delta = \frac{F}{A}$       β.  $p_B = p_\Gamma = p_\Delta \neq \frac{F}{A}$       γ.  $p_B > p_\Delta > p_\Gamma$



**II.** Αν η δύναμη  $F$  αυξηθεί κατά  $dF$  τότε η μεταβολή της πίεσης θα είναι

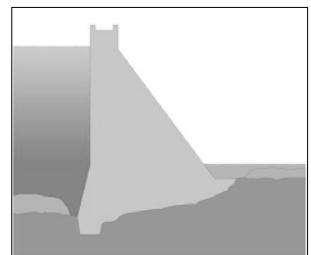
- α. ίδια σε όλα τα σημεία  
β. μεγαλύτερη στο σημείο  $B$   
γ. μεγαλύτερη στο σημείο  $\Delta$   
δ. μικρότερη στο σημείο  $\Gamma$ .

**A1.15** Η υδροστατική πίεση στο πυθμένα ενός ανοικτού δοχείου το οποίο περιέχει υγρό δεν εξαρτάται από

- α. το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας  
β. το εμβαδόν της βάσης του δοχείου  
γ. το ύψος του υγρού μέσα στο δοχείο  
δ. Από το είδος του υγρού

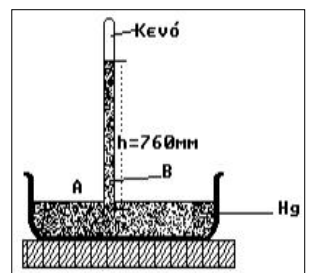
**A1.16** Το πάχος του φράγματος είναι μεγαλύτερο στη βάση του απ' ότι στην κορυφή διότι

- α. η πίεση λόγω της ατμόσφαιρας είναι μεγαλύτερη στη βάση.  
β. η υδροστατική πίεση στη βάση είναι μεγαλύτερη απ' ότι στην κορυφή  
γ. η υδροστατική πίεση στη βάση είναι μικρότερη απ' ότι στην κορυφή  
δ. η υδροστατική πίεση είναι ίδια σε κάθε σημείο του υγρού.



**A1.17** Αν  $\rho$  είναι η πυκνότητα του υδραργύρου και το υγρό του σχήματος ισορροπεί τότε, η ατμοσφαιρική πίεση στο σημείο  $A$  είναι

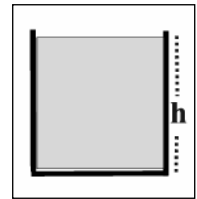
- α.  $p > \rho gh$       β.  $p < \rho gh$       γ.  $p = \rho gh$



## ΘΕΜΑΤΑ Β

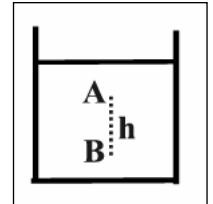
**B1.1** Ανοικτό και ακίνητο κυβικό δοχείο ακμής  $h$  είναι γεμάτο με υγρό πυκνότητας  $\rho$ . Η δύναμη που δέχεται η βάση του δοχείου είναι

α.  $F = \rho gh^3$       β.  $F = p_{atm} + \rho gh^3$       γ.  $F = p_{atm} h^2 + \rho gh^3$



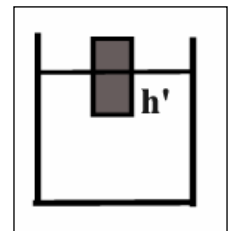
**B1.2** Δύο σημεία A και B ενός ακίνητου υγρού, πυκνότητας  $\rho$ , απέχουν κατακόρυφη απόσταση  $h$ . Η διαφορά πίεσης  $\Delta p = p_A - p_B$  ισούται με

α.  $p_A - p_B = \rho gh$       β.  $p_A - p_B = -\rho gh$       γ.  $p_A - p_B = 0$



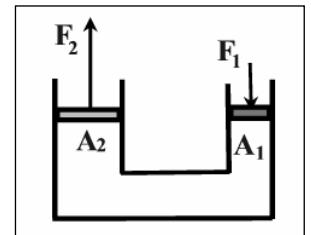
**B1.3** Ένα ομογενές ορθογώνιο πρίσμα ύψους  $h$  αποτελείται από υλικό πυκνότητας  $\rho_\pi$ . Το πρίσμα ισορροπεί στην επιφάνεια υγρού πυκνότητας  $\rho_\nu$  όπως στο σχήμα. Το ύψος του τμήματος που είναι βυθισμένο στο υγρό είναι

α.  $h' = h \frac{\rho_\pi}{\rho_\nu}$       β.  $h' = h \frac{\rho_\nu}{\rho_\pi}$       γ.  $h' = h \frac{\rho_\pi^2}{\rho_\nu^2}$



**B1.4** Στο υδραυλικό πιεστήριο που φαίνεται στο σχήμα τα δύο έμβολα αρχικά ισορροπούν. Ασκούμε στο έμβολο εμβαδού  $A_1$ , δύναμη  $F_1$  και το βυθίζουμε κατά  $y_1$ . Η δύναμη  $F_1$  κάνει έργο  $W_1$ . Η δύναμη  $F_2$  που ασκείται από το υγρό στο έμβολο εμβαδού  $A_2$  κάνει αντίστοιχα έργο  $W_2$  τέτοιο ώστε

α.  $W_1 = W_2$       β.  $W_2 > W_1$       γ.  $W_2 < W_1$



**B1.5** Υποθέτουμε ότι το θαλασσινό νερό είναι πυκνότητας  $\rho = 10^3 \text{ kg/m}^3$ . Κάθε πόσα μέτρα βάθος η πίεση του νερού αυξάνεται κατά 1 atm;

α. 1m      β. 10m      γ. 100m      δ. 1000m

Δίνονται  $1 \text{ atm} = 10^5 \text{ N/m}^2$  και  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

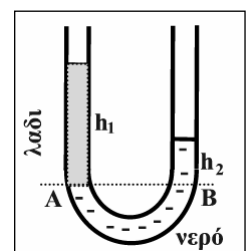
**B1.6** Η πυκνότητα του αίματος είναι  $\rho = 1,06 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ . Η διαφορά πίεσης μεταξύ του πάνω μέρους της κεφαλής και των δαχτύλων των ποδιών ενός ανθρώπου ύψους 1,80m που στέκεται όρθιος είναι:

α. 1atm      β. 1,80atm      γ. 0,1908atm

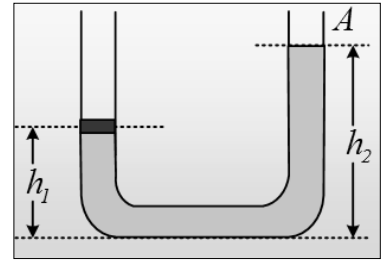
Δίνονται  $1 \text{ atm} = 10^5 \text{ N/m}^2$  και  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

**B1.7** Στο δοχείο σχήματος U περιέχεται νερό πυκνότητας  $\rho_2$  και λάδι πυκνότητας  $\rho_1$ , όπως στο διπλανό σχήμα. Το ύψος της στήλης του λαδιού είναι  $h_1$ , ενώ το ύψος του νερού, πάνω από το επίπεδο διαχωρισμού των δύο υγρών,  $h_2$ . Αν τα υγρά ισορροπούν τότε ισχύει:

α.  $\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{h_2}{h_1}$       β.  $\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{h_1}{h_2}$       γ.  $\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{h_2^2}{h_1^2}$



•**B1.8** Ο σωλήνας του σχήματος, με ισοπαχή σκέλη διατομής  $A$ , περιέχει νερό, ενώ στο αριστερό σκέλος του ισορροπεί ένα έμβολο, βάρους  $w$  το οποίο μπορεί να κινείται χωρίς τριβές. Το ύψος του νερού στα δυο σκέλη, είναι  $h_1$  και  $h_2$ .



**I.** Να χαρακτηρίσετε ως σωστές ή λανθασμένες τις παρακάτω προτάσεις:

α. Η πίεση σε ένα σημείο στην επιφάνεια του νερού, στο δεξιό σκέλος του σωλήνα, είναι ίση με την ατμοσφαιρική πίεση.

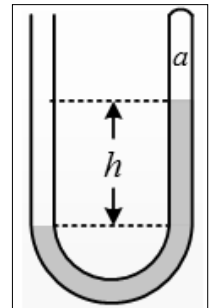
β. Η πίεση σε ένα σημείο του οριζόντιου τμήματος του σωλήνα είναι ίση με  $\rho gh_2$ .

γ. Η πίεση του νερού είναι μεγαλύτερη σε ένα σημείο πολύ κοντά στη βάση του σωλήνα, από ένα σημείο κοντά στο έμβολο.

**II.** Η δύναμη που ασκείται από το νερό στο έμβολο, έχει μέτρο:

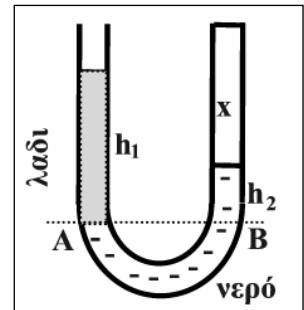
α.  $F = \rho gh_1 A$ ,    β.  $F = \rho gh_2 A$ ,    γ.  $F = \rho g(h_2 - h_1) A$ ,    δ.  $F = [p_{at} + \rho g(h_2 - h_1)] A$

**!B1.9** Στο δοχείο σχήματος U περιέχεται νερό πυκνότητας  $\rho = 1.000 \text{ kg/m}^3$ , ενώ η υψομετρική διαφορά μεταξύ των ελεύθερων επιφανειών του νερού, είναι  $h = 0,4 \text{ m}$ . Αν η πίεση πάνω από το αριστερό ανοικτό σκέλος του σωλήνα είναι η ατμοσφαιρική πίεση  $p_{atm} = 10^5 \text{ N/m}^2$  και  $g = 10 \text{ m/s}^2$ , η πίεση στον κλειστό χώρο,  $\alpha$ , θα είναι:



α.  $p_\alpha = 10^5 \text{ N/m}^2$ ,    β.  $p_\alpha = 0$ ,    γ.  $p_\alpha = 104 \cdot 10^3 \text{ N/m}^2$     δ.  $p_\alpha = 96 \cdot 10^3 \text{ N/m}^2$

**!B1.10** Στο δοχείο σχήματος U περιέχεται νερό πυκνότητας  $\rho_2$  και λάδι πυκνότητας  $\rho_1$ , όπως στο διπλανό σχήμα. Το ύψος της στήλης του λαδιού είναι  $h_1$ , ενώ το ύψος του νερού, πάνω από το επίπεδο διαχωρισμού των δύο υγρών,  $h_2$ . Αν  $p_{atm}$  η ατμοσφαιρική πίεση, τότε η πίεση του εγκλωβισμένου αέρα, στο δεξιό σκέλος, πάνω από το νερό είναι ίση:



α.  $p_x = p_{atm} + \rho_1 gh_1 - \rho_2 gh_2$ ,

β.  $p_x = p_{atm} - \rho_1 gh_1 - \rho_2 gh_2$ ,

γ.  $p_x = p_{atm} + \rho_2 gh_2 - \rho_1 gh_1$

**B1.11** Στο σχήμα βλέπουμε δύο ίδιους σωλήνες με έμβολα στο κάτω μέρος τους που περιέχουν τις ίδιες ποσότητες του ίδιου υγρού στο ίδιο ύψος  $h$ . Στο σωλήνα A πάνω από το υγρό και κάτω από το έμβολο επικρατεί ατμοσφαιρική πίεση ενώ στο σωλήνα B πάνω από το υγρό και κάτω από το έμβολο υπάρχει κενό αέρος. Ασκούμε στα έμβολα δυνάμεις  $F_A$  και  $F_B$  κατακόρυφες προς τα πάνω ώστε τα συστήματα να ισορροπούν.

**I.** Για τις πιέσεις στα σημεία K και Λ πολύ κοντά στα έμβολα ισχύει

α.  $p_K = p_\Lambda$

β.  $p_K > p_\Lambda$

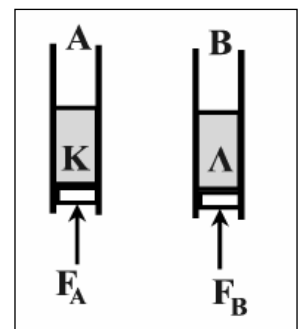
γ.  $p_K < p_\Lambda$

**II.** Για τις δυνάμεις που συγκρατούν τα δύο έμβολα ισχύει:

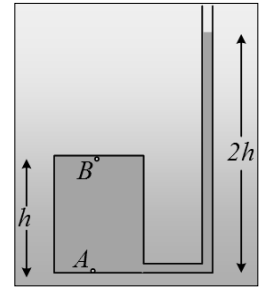
α.  $F_A = F_B$

β.  $F_A > F_B$

γ.  $F_A < F_B$



•B1.12 Στο διπλανό σχήμα, ένα κυλινδρικό δοχείο ύψους  $h$  είναι γεμάτο με νερό πυκνότητας  $\rho$ , ενώ στη βάση του είναι συνδεδεμένος ένας σωλήνας, με κατακόρυφο τμήμα το οποίο περιέχει νερό μέχρι ύψος  $2h$ . Από πάνω υπάρχει αέρας. Τα σημεία A και B, είναι δυο σημεία του νερού πολύ κοντά στην κάτω και πάνω βάση του κυλίνδρου.



I. Αν το δοχείο είναι εκτός πεδίου βαρύτητας (και προφανώς μακριά από τη Γη) ισχύει:

α.  $p_A = p_B$ ,      β.  $p_A = 2p_B$ ,      γ.  $p_A - p_B = \rho gh$

Αν το δοχείο είναι στην επιφάνεια της Γης, ( $g$  η επιτάχυνση της βαρύτητας), τότε:

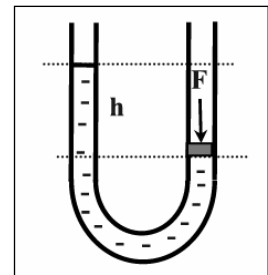
II. Η σχέση των πιέσεων στα σημεία A και B είναι:

α.  $p_A = p_B$ ,      β.  $p_A = 2p_B$ ,      γ.  $p_A - p_B = \rho gh$ ,      δ.  $p_A - p_B = 2\rho gh$

III. Η πίεση στο B είναι:

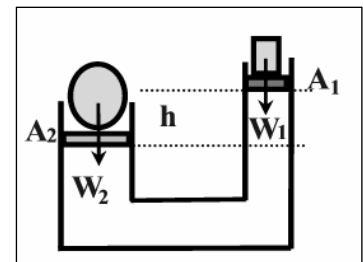
α.  $p_B = 0$       β.  $p_B = 2\rho gh$       γ.  $p_B = \rho gh + p_{atm}$

B1.13 Ο σωλήνας του σχήματος περιέχει υγρό πυκνότητας  $\rho$  και έχει σταθερή διατομή εμβαδού  $A$ . Στο αβαρές έμβολο του δεξιού σκέλους ασκείται κατακόρυφη σταθερή δύναμη  $F$  με αποτέλεσμα το υγρό να ισορροπεί ενώ οι στάθμες του απέχουν κατά  $h$ . Αν η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g$ , το μέτρο της δύναμης είναι:



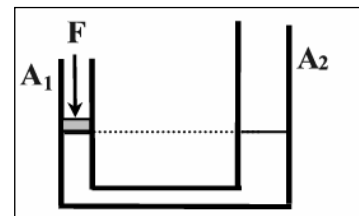
α.  $F = \rho ghA$       β.  $F = \frac{1}{2}\rho gh$       γ.  $F = 2\rho ghA$

B1.14 Στο υδραυλικό πιεστήριο που φαίνεται στο σχήμα τα έμβολα θεωρούνται αβαρή και ισορροπούν έτσι ώστε να έχουν μια υψομετρική διαφορά,  $h$ . Τα έμβολα έχουν εμβαδά  $A_1$  και  $A_2$  και πάνω τους βρίσκονται δύο αντικείμενα με βάρη  $w_1$  και  $w_2$  αντιστοίχως. Το υγρό του πιεστηρίου έχει πυκνότητα,  $\rho$ . Τότε ισχύει



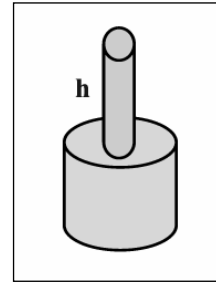
α.  $\frac{w_1}{A_1} = \frac{w_2}{A_2}$       β.  $\frac{w_1}{A_1} - \frac{w_2}{A_2} = \rho gh$       γ.  $\frac{w_2}{A_2} - \frac{w_1}{A_1} = \rho gh$

•B1.15 Το δοχείο του σχήματος αποτελείται από δύο σκέλη με εμβαδά  $A_1$ ,  $A_2$ , όπου  $A_2 = 2A_1$ . Το δοχείο περιέχει υγρό πυκνότητας,  $\rho$ . Στο αριστερό σκέλος προσαρμόζουμε αβαρές έμβολο και με τη βοήθεια μιας εξωτερικής δύναμης  $F$  αναγκάζουμε την ελεύθερη στάθμη στο δεξιό σωλήνα να ανέβει κατά  $h$  από την αρχική στάθμη. Η πίεση που προκαλείται από το υγρό στο έμβολο είναι:



α.  $p = p_{atm} + \rho gh$       β.  $p = p_{atm} + 2\rho gh$       γ.  $p = p_{atm} + 3\rho gh$

**! B1.16** Το βαρέλι του σχήματος είναι γεμάτο με νερό και φέρει οπή στο πάνω μέρος του. Προσαρμόζουμε στην οπή κατακόρυφο σωλήνα εμβαδού διατομής  $A_1$  και ρίχνουμε σταδιακά μια ποσότητα νερού. Η πρόσθετη πίεση που θα επικρατεί στα τοιχώματα του βαρελιού θα είναι  $\Delta p_1$ . Αν επαναλάβουμε το πείραμα με σωλήνα εμβαδού διατομής  $A_2=5A_1$  και ρίχνουμε πάλι την ίδια ποσότητα νερού η πρόσθετη πίεση θα είναι  $\Delta p_2$ . Οι δύο πρόσθετες πιέσεις συνδέονται με τη σχέση:



- α.  $\Delta p_1 = \Delta p_2$       β.  $\Delta p_1 = 5\Delta p_2$       γ.  $\Delta p_2 = 5\Delta p_1$

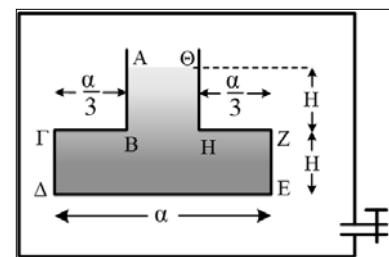
**B1.17** Κλειστό κυλινδρικό δοχείο ύψους  $h$  είναι γεμάτο με υγρό πυκνότητας  $\rho$  και εκτελεί ελεύθερη πτώση με τις βάσεις του οριζόντιες. Αν η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g$ , η πίεση στον πυθμένα του δοχείου θα είναι:

- α.  $p=0$       β.  $p=2\rho gh$       γ.  $p=\rho gh$

**B1.18** Ανοικτό κυλινδρικό δοχείο ύψους  $h$  είναι γεμάτο με υγρό πυκνότητας  $\rho$  και ανεβαίνει κατακόρυφα με σταθερή επιτάχυνση  $a$  με τις βάσεις του οριζόντιες. Αν η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g$ , και η ατμοσφαιρική πίεση θεωρηθεί αμελητέα η πίεση στον πυθμένα του δοχείου θα είναι:

- α.  $p=\rho h(g-a)$       β.  $p=\rho h(g+a)$       γ.  $p=\rho hg$

**B1.19** Στο διπλανό σχήμα βλέπουμε την κάθετη τομή από ένα δοχείο με τετράγωνη βάση πλευράς  $a$ . Στο κάτω μέρος του δοχείου υπάρχει υγρό πυκνότητας  $\rho$  σε ύψος  $H$ . Το πάνω μέρος του δοχείου καταλήγει σε στενότερο άνοιγμα πλευράς  $a/3$  όπως και οι γειτονικές βάσεις σε αυτό. Το ύψος του υγρού στο στενό μέρος (ΑΒ πλευρά) είναι ίσο με το ύψος στο φαρδύ μέρος (ΓΔ πλευρά), όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Αρχικά το δοχείο βρίσκεται σε θάλαμο όπου έχουμε αφαιρέσει όλο τον αέρα. Θεωρούμε το βάρος του δοχείου αμελητέο σε σχέση με το βάρος του υγρού.



I. Η ορθογώνια επιφάνεια με οριζόντια πλευρά την ΒΓ δέχεται από το υγρό δύναμη  $F_1$  και και ο πυθμένας δέχεται δύναμη  $F_2$ . Τα μέτρα τους ικανοποιούν τη σχέση.

- α.  $F_2 = 3F_1$       β.  $F_2 = 4F_1$       γ.  $F_2 = 6F_1$

II. Έστω  $w$  το μέτρο του συνολικού βάρους του υγρού. Για το μέτρο της παραπάνω δύναμης  $F_2$  ισχύει:

- α.  $F_2=w$       β.  $F_2=1,5w$       γ.  $F_2=w/6$

III. Η συνολική δύναμη που δέχεται το δοχείο από το υγρό είναι:

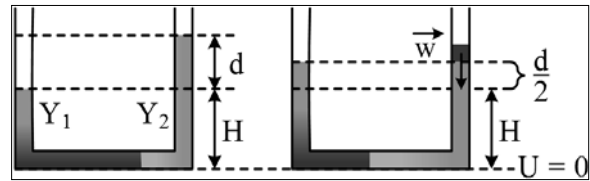
- α.  $F_{ολ}=w$       β.  $F_{ολ}=1,5 w$       γ.  $F_{ολ}=1,25 w$

IV. Ανοίγουμε την βαλβίδα ώστε η πίεση μέσα στο θάλαμο να εξισωθεί με αυτή της ατμόσφαιρας. Αν ισχύει  $\rho_{ατμ} = 2\rho gH$ , ποια σχέση συνδέει τις δυνάμεις του ερωτήματος Α;

- α.  $F_2 = 3F_1$       β.  $F_2 = 4F_1$       γ.  $F_2 = 6F_1$



**B1.20** Δύο μη αναμιγνύόμενα υγρά  $Y_1$  και  $Y_2$  με πυκνότητες  $\rho_1$  και  $\rho_2$  αντίστοιχα όπου  $\rho_1 = 3\rho_2$  ισορροπούν όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Για να φέρουμε τα δύο υγρά στην ίδια στάθμη τοποθετούμε από την μεριά του  $Y_2$ , εφαρμοστό έμβολο μάζας  $m$  και εμβαδού της διατομής ίσο με  $A$ . Το έμβολο μπορεί να κινείται χωρίς τριβές, μέσα στον κατακόρυφο σωλήνα. Η μάζα του εμβόλου είναι δίνεται από την σχέση:



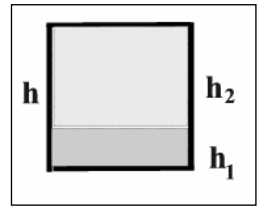
α.  $m = 2\rho_2HA$

β.  $m = 3\rho_2HA$

γ.  $m = 4\rho_2HA$

## ΘΕΜΑΤΑ Γ

**Γ1.1** Το δοχείο του σχήματος είναι ακίνητο και κλειστό έχει δε ύψος  $h=29,2\text{cm}$ . Ρίχνουμε μέσα δύο υγρά ίσων μαζών που δεν αναμειγνύονται. Το ένα υγρό που είναι υδράργυρος έχει πυκνότητα  $\rho_1=13,6\text{g/cm}^3$  και το άλλο νερό με πυκνότητα  $\rho_2=1\text{g/cm}^3$ . Να υπολογιστούν



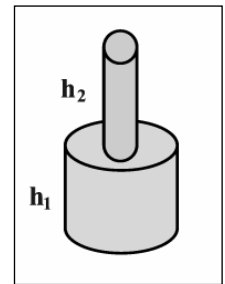
α. τα ύψη  $h_1$  και  $h_2$  των δύο υγρών.

β. η πίεση που δέχεται από τα υγρά ο πυθμένας του δοχείου.

γ. η δύναμη  $F$  που δέχεται από τα υγρά ο πυθμένας αν έχει εμβαδόν  $A=0,1\text{m}^2$ .

$$\alpha. h_1=2\text{cm}, h_2=27,2\text{cm} \quad \beta. p=5440\text{N/m}^2, \quad \gamma. F=544\text{N}$$

**Γ1.2** Ο μεγάλος κάτω κύλινδρος έχει εμβαδόν βάσης  $A_1=25\text{cm}^2$  και ύψος  $h_1=1\text{m}$  είναι κλειστός και από το επάνω μέρος του. Στο κέντρο του φέρει προσαρμοσμένο κλειστό σωλήνα ύψους  $h_2=1\text{m}$  και εμβαδού βάσης  $A_2=5\text{cm}^2$  που προσαρμόζεται στην ανάλογη οπή του κυλίνδρου. Και τα δύο δοχεία είναι γεμάτα με νερό πυκνότητας  $\rho=10^3\text{kg/m}^3$ .



α. Πόσο είναι το συνολικό βάρος του νερού;

β. Πόσο είναι η υδροστατική πίεση στη βάση του σωλήνα και πόση στη βάση του κυλίνδρου;

γ. Πόσο είναι το μέτρο της δύναμης που δέχεται το καπάκι της πάνω βάσης του μεγάλου κυλίνδρου και πόσο της δύναμης που δέχεται ο πυθμένας του κυλίνδρου από το νερό.

Δίνεται  $g=10\text{m/s}^2$ .

$$\alpha. w=30\text{N}, \beta. p_2=10^4\text{Pa}, p_1=2 \cdot 10^4\text{Pa}, \quad \gamma. F_2=20\text{N}, F_1=50\text{N}$$

**Γ1.3** Στον υδραυλικό ανυψωτήρα τα κυλινδρικά έμβολα θεωρούνται αβαρή και έχουν ακτίνες  $r_1=6\text{cm}$  και  $r_2$ . Ο ανυψωτήρας χρησιμοποιείται για να ανυψώνει αυτοκίνητα μέγιστης μάζας  $m=2\text{tn}$ .

α. Πόση πρέπει να είναι η ακτίνα του μεγάλου εμβόλου,  $r_2$  ώστε η ελάχιστη δύναμη στο μικρό έμβολο να είναι  $F_1=800\text{N}$ . Δίνεται  $g=10\text{m/s}^2$ .

β. Αν το μικρό έμβολο μετατοπίζεται κατά  $y_1=0,5\text{m}$  κατά πόσο μετατοπίζεται το μεγάλο;

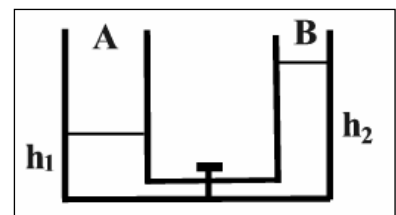
γ. Πόση είναι η μάζα του υγρού που μετατοπίζεται μέσα στο πιεστήριο κατά τη μετατόπιση του εμβόλου κατά  $y_1$ ; Δίνεται η πυκνότητα του υγρού  $\rho=800\text{kg/m}^3$ .

$$\alpha. r_2=30\text{cm}, \beta. y_2=0,02\text{m}, \quad \gamma. \Delta m=1,44\pi \text{ kg}$$

**Γ1.4** Μια ορθογώνια πλάκα πάγου επιπλέει σε γλυκό νερό. Πάνω της στέκεται μια γυναίκα μάζας  $m=48\text{kg}$ . Να υπολογιστεί ο ελάχιστος όγκος της πλάκας έτσι ώστε η γυναίκα να μη βρέχει τα πόδια της. Δίνονται πυκνότητα γλυκού νερού  $\rho_v=10^3\text{kg/m}^3$  και  $\rho_\pi=0,92 \cdot 10^3\text{kg/m}^3$ .

$$V=0,6\text{m}^3$$

**Γ1.5** Στο δοχείο με τα δύο σκέλη που φαίνεται στο σχήμα η στρόφιγγα είναι κλειστή και έχουμε τοποθετήσει δύο ίδιες ποσότητες νερού, όγκου  $2\text{L}$  η κάθε μία. Ο οριζόντιος σωλήνας που συνδέει τα δύο σκέλη του δοχείου θεωρείται αμελητέου όγκου. Το σκέλος A έχει εμβαδόν διατομής  $A_1=50\text{cm}^2$  και το σκέλος B,  $A_2=25\text{cm}^2$ .



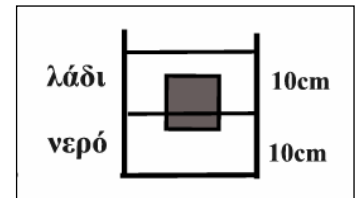
α. Πόση πίεση δέχεται ο πυθμένας του κάθε σκέλους;

β. Αν ανοίξουμε τη στρόφιγγα και αναμιχθούν οι δύο ποσότητες πόση πίεση θα δέχεται τότε ο πυθμένας του κάθε σκέλους;

Δίνονται ατμοσφαιρική πίεση  $P_A=10^5 \text{N/m}^2$ ,  $g=10 \text{m/s}^2$  και πυκνότητα νερού  $\rho=10^3 \text{kg/m}^3$

α.  $P_A=104 \cdot 10^3 \text{Pa}$ ,  $P_B=108 \cdot 10^3 \text{Pa}$ , β.  $P=105,33 \cdot 10^3 \text{Pa}$

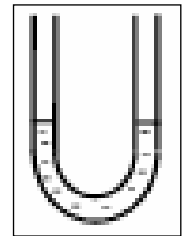
**Γ1.6** Ένα κυβικό κομμάτι ξύλου με ακμή  $a=10 \text{cm}$  ισορροπεί στη διεπιφάνεια μεταξύ λαδιού και νερού όπως φαίνεται στο σχήμα. Τα δύο υγρά ισορροπούν στο δοχείο χωρίς να αναμειγνύονται και οι ποσότητές τους έχουν ύψη  $d=10 \text{cm}$  η κάθε μία. Ο κύβος είναι βυθισμένος στο νερό κατά  $2 \text{cm}$ . Δίνονται  $g=10 \text{m/s}^2$ ,  $\rho_\lambda=650 \text{kg/m}^3$  και  $\rho_\nu=10^3 \text{kg/m}^3$ . Να υπολογιστούν:



- α. Η υδροστατική πίεση στην πάνω και στην κάτω επιφάνεια του κύβου.  
β. Η μάζα του κύβου.

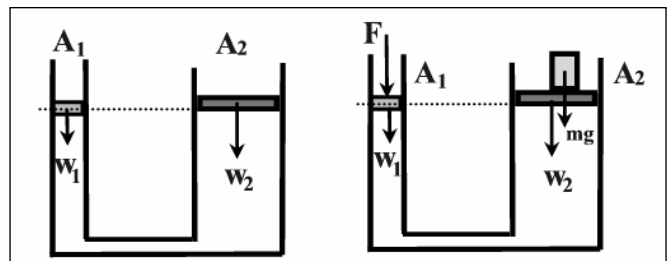
α.  $P_1=130 \text{N/m}^2$ ,  $P_2=850 \text{N/m}^2$ , β.  $m=0,72 \text{kg}$

**Γ1.7** Το δοχείο σχήματος U περιέχει υδράργυρο πυκνότητας  $\rho=13,6 \text{g/cm}^3$  που ισορροπεί. Προσθέτουμε στο αριστερό σκέλος ένα υγρό (1) πυκνότητας  $\rho_1=2 \text{g/cm}^3$  και στο αριστερό άλλο υγρό (2) με  $\rho_2=0,8 \text{g/cm}^3$ . Και τα δύο υγρά δεν αναμειγνύονται με τον υδράργυρο και ισορροπούν έτσι ώστε οι στάθμες τους να βρίσκονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο. Το ύψος της στήλης του υγρού (1) είναι  $h_1=25,6 \text{cm}$ . Ποια είναι η διαφορά του ύψους του υδραργύρου στα δύο σκέλη;

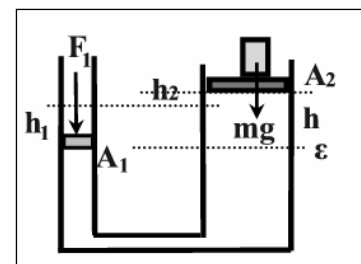


$h=2,4 \text{cm}$

**Γ1.8** Στο διπλανό σχήμα, φαίνεται ένας υδραυλικός ανυψωτήρας, με χρήση νερού, όπου τα δύο έμβολα A και B, κυλινδρικού σχήματος, έχουν διατομές  $A_1=2 \text{cm}^2$  και  $A_2=40 \text{cm}^2$  αντίστοιχα και ισορροπούν στο ίδιο ύψος. Το έμβολο A έχει βάρος  $w_1=10 \text{N}$ .



- α. Ποιο το βάρος του εμβόλου B;  
β. Τοποθετούμε πάνω στο έμβολο B, ένα σώμα Σ μάζας  $200 \text{kg}$ . Πόση κατακόρυφη δύναμη F πρέπει να ασκήσουμε στο A έμβολο, ώστε να μην μετακινηθούν τα έμβολα;  
Αυξάνοντας το μέτρο της ασκούμενης δύναμης F μετακινούμε το A έμβολο κατά  $h_1=80 \text{cm}$ , φέρνοντάς το να ισορροπεί σε μια νέα θέση.

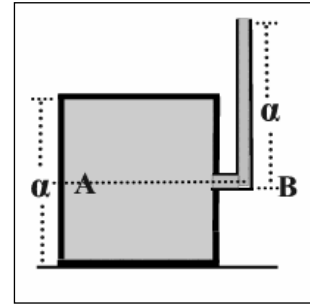


- γ. Πόσο θα ανέβει το σώμα Σ;  
δ. Ποια η τελική τιμή της δύναμης  $F_1$ ;  
ε. Να υπολογιστεί το έργο που παράγει η ατμόσφαιρα, επί του συστήματος.  
στ. Να υπολογιστεί το έργο της δύναμης F. Το έργο του βάρους της στήλης του νερού που μετακινήθηκε να μη ληφθεί υπόψη.

Δίνονται η ατμοσφαιρική πίεση  $p_{\text{atm}}=10^5 \text{N/m}^2$  το  $g=10 \text{m/s}^2$  και η πυκνότητα του νερού  $\rho=10^3 \text{kg/m}^3$  ενώ οι κινήσεις των εμβόλων γίνονται χωρίς τριβές.

α.  $200 \text{N}$ , β.  $100 \text{N}$ , γ.  $4 \text{cm}$ , δ.  $101,68 \text{N}$ , ε.  $0$ , στ.  $W=80 \text{J}$ .

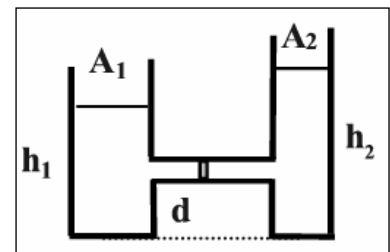
**Γ1.9** Το δοχείο κυβικού σχήματος πλευράς  $a=2\text{m}$  είναι γεμάτο με νερό και ισορροπεί σε οριζόντιο επίπεδο. Στο μέσον της μιας έδρας του υπάρχει σωλήνας, όπου το νερό φτάνει σε ύψος επίσης  $a$ .



α. Να υπολογίσετε τη δύναμη που ασκεί το νερό στην πάνω και κάτω έδρα του κύβου, αν  $g=10\text{m/s}^2$ ,  $\rho=10^3\text{kg/m}^3$  και  $p_{\text{atm}}=10^5\text{N/m}^2$ .  
 β. Τοποθετούμε αβαρές έμβολο στην ελεύθερη επιφάνεια του νερού, φράζοντας τον σωλήνα. Αν το εμβαδόν του σωλήνα είναι  $A_1=10\text{cm}^2$  και ασκήσουμε στο έμβολο μια κατακόρυφη δύναμη με φορά προς τα κάτω μέτρου  $F=20\text{N}$ , να βρεθεί ξανά η δύναμη στις παραπάνω έδρες του δοχείου.

α.  $4 \cdot 10^5\text{N}$  και  $5,2 \cdot 10^5\text{N}$ . β.  $5,2 \cdot 10^5\text{N}$  και  $6 \cdot 10^5\text{N}$

**Γ1.10** Το ανοικτό δοχείο (1) περιέχει νερό ενώ το (2) οινόπνευμα σε ύψη  $h_1=0,6\text{m}$  και  $h_2$  αντίστοιχα. Τα εμβαδά βάσης είναι  $A_1=0,5\text{m}^2$  και  $A_2=0,2\text{m}^2$ . Τα δύο δοχεία συνδέονται με λεπτό οριζόντιο σωλήνα ο οποίος φράζεται στο εσωτερικό του με μικρό έλασμα που ισορροπεί λόγω των δυνάμεων που δέχεται από τα ρευστά. Το έλασμα δεν έχει τριβές με το σωλήνα. Ο σωλήνας είναι προσαρμοσμένος σε ύψος  $d=0,2\text{m}$ . Να υπολογιστούν:



α. Το μέτρο της δύναμης που ασκείται από το νερό στον πυθμένα του δοχείου (1).

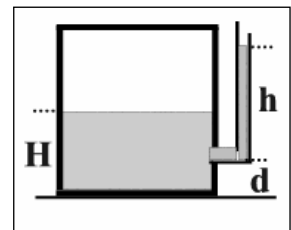
β. Το ύψος  $h_2$  της στάθμης του δοχείου (2).

γ. Το μέτρο της δύναμης που δέχεται από το οινόπνευμα ο πυθμένας του δοχείου (2).

Δίνονται οι πυκνότητες οινοπνεύματος  $\rho_v=800\text{kg/m}^3$  και νερού  $\rho_n=1000\text{kg/m}^3$ , η ατμοσφαιρική πίεση  $p_{\text{atm}}=10^5\text{Pa}$  και  $g=10\text{m/s}^2$ .

α.  $F_1=53000\text{N}$ , β.  $h_2=0,7\text{m}$ , γ.  $F_2=21120\text{N}$

**Γ1.11** Κλειστό κυλινδρικό δοχείο περιέχει υγρό σε ύψος  $H=0,4\text{m}$  και στο πάνω μέρος του αέρα σε πίεση  $p=110\text{kPa}$ . Στην πλευρική επιφάνεια του δοχείου και σε ύψος  $d=20\text{cm}$  είναι προσαρμοσμένος λεπτός ανοικτός σωλήνας ύψους  $h=70\text{cm}$ , όπως φαίνεται στο σχήμα.



Να υπολογιστούν:

α. Η πυκνότητα του υγρού,  $\rho$ .

β. Την ολική πίεση που ασκείται εσωτερικά στον πυθμένα του δοχείου.

γ. Τη μεταβολή ύψος  $\Delta h$  που φτάνει το υγρό μέσα στο σωλήνα αν η πίεση στον αέρα αυξηθεί κατά 10%.

Η στάθμη του υγρού μέσα στο δοχείο θεωρείται αμετάβλητη μετά την αύξηση της πίεσης.

Δίνονται η  $p_{\text{atm}}=10^5\text{Pa}$  και  $g=10\text{m/s}^2$ .

α.  $\rho=2 \cdot 10^3\text{kg/m}^3$ , β.  $p=1,8 \cdot 10^5\text{Pa}$ , γ.  $\Delta h=0,55\text{m}$

