

# Επίκεντρες και εγγεγραμμένες γωνίες.

Τάξη: Β' Γυμνασίου.

Όνοματεπώνυμο μαθητών ομάδας: 1)..... 2).....

Καθηγητής: Ισίδωρος Γλαβάς.

**Δραστηριότητα 1.** (Προαπαιτούμενες γνώσεις)

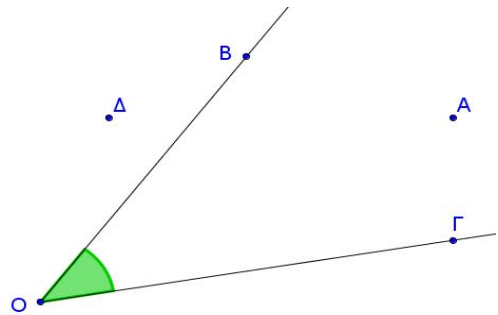
α). Ανοίξτε το αρχείο **γωνία**. Για τη γωνία αυτή να γράψετε:

I) την ονομασία της (με δύο τρόπους) .

II) την κορυφή της.

III) τις πλευρές της .

III) ποια από τα σημεία A, B, Γ και Δ είναι σημεία της γωνίας;



Μετακινήστε το δρομέα για να δείτε με ποιά περιοχή ταυτίζεται η γωνία μας.

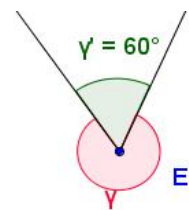
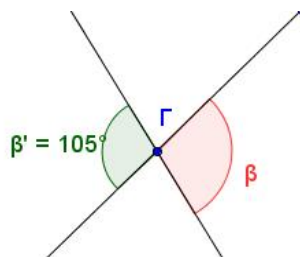
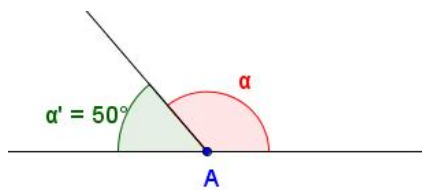
β) Ανοίξτε το αρχείο **υπλογ\_γωνιών**.

Μεταβάλλετε τη γωνία  $\alpha'$ . Τι παρατηρείτε για τις γωνίες  $\alpha$  και  $\alpha'$ ;

Μεταβάλλετε τη γωνία  $\beta'$ . Τι παρατηρείτε για τις γωνίες  $\beta$  και  $\beta'$ ;

Μεταβάλλετε τη γωνία  $\gamma'$ . Τι παρατηρείτε για τις γωνίες  $\gamma$  και  $\gamma'$ ;

Να υπολογιστούν οι γωνίες  $\alpha$ ,  $\beta$  και  $\gamma$  στο παρακάτω σχήμα δικαιολογώντας την απάντηση.



γ) Ανοίξτε το αρχείο **στοιχεία\_κύκλου**.

Να ονομάσετε καθένα από τα σχήματα που είναι σημειωμένα με κόκκινο χρώμα.

Σχήμα	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$
Όνομασία				

Σχήμα	$\epsilon$	$\zeta$	$\eta$	$\theta$
Όνομασία				

Μετακινήστε τα άκρα τους για να δείτε πως μεταβάλλονται τα σχήματα αυτά.

**Δραστηριότητα 2.** Ανοίξτε το αρχείο **επίκεντρη**.

Η γωνία AOB έχει την κορυφή της στο ..... του ..... (O,ρ). Γι' αυτό λέγεται επίκεντρη γωνία του (O,ρ).

Ποιο τόξο του κύκλου περιέχεται σε αυτή τη γωνία; .....

Το τόξο αυτό (με το κόκκινο χρώμα).λέγεται **αντίστοιχο τόξο** της επίκεντρης γωνίας AOB.

Πόσες μοίρες θα είναι το άλλο τόξο AB του κύκλου; (με το μπλε χρώμα). .....

Ο κύκλος είναι ένα τόξο ..... μοιρών.

Επιλέξτε το «κύκλος2». Τι σχέση έχει με τον προηγούμενο; .....

Ποιό είναι το αντίστοιχο τόξο της επίκεντρης γωνίας στον κύκλο αυτό; ..... Πόσες μοίρες είναι; ..

Τι παρατηρείτε σε σχέση με τα αντίστοιχα τόξα μιας επίκεντρης γωνίας σε ομόκεντρους κύκλους; .....

Δύο τόξα  $\mu^\circ$  είναι **ίσα** όταν .....

Το **τόξο** είναι ένα ..... τμήμα και μπορεί να μετρηθεί τόσο σε .....όπως η γωνία όσο και σε .....όπως ένα ευθύγραμμο τμήμα.

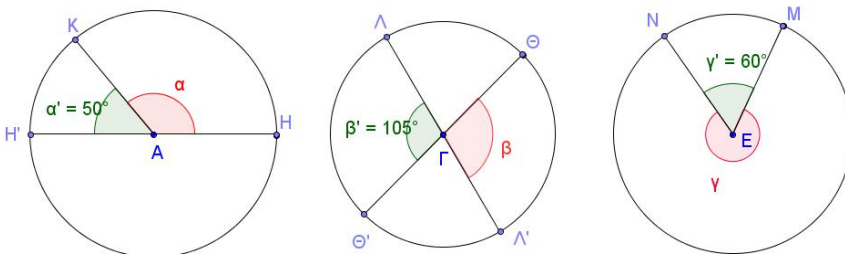
Θα λέμε ότι ένα τόξο είναι  $\mu^\circ$  αν και η **αντίστοιχη επίκεντρη γωνία** του είναι  $\mu^\circ$ .

**Εφαρμογή 1.** Ανοίξτε το αρχείο **υπολογ\_τόξων**.

α) Πως θα σχεδιάσουμε ένα τόξο: α)  $60^\circ$ , β)  $90^\circ$ , γ)  $180^\circ$ .

.....

β) Να βρείτε πόσες μοίρες είναι καθένα από τα κυρτά τόξα των παρακάτω σχημάτων.



Τόξο	KH'	HK	H'H	ΛΘ'	Λ'Θ	ΘΛ	Θ'Λ'	NM	NM μή κυρτό
Μοίρες									

### Δραστηριότητα 3.

Ανοίξτε το αρχείο **εγγεγραμμένη**.

Είναι η γωνία ΓΔΒ επίκεντρη; .....

Μια γωνία ΓΔΒ που η κορυφή της ..... είναι πάνω στον κύκλο (Ο,ρ) και οι πλευρές της ..... και ..... τέμνουν τον κύκλο, λέγεται **εγγεγραμμένη** γωνία στον κύκλο (Ο,ρ). Το τόξο ΒΓ του κύκλου (Ο,ρ) που ..... στην εγγεγραμμένη γωνία λέγεται ..... της.

Λέμε επίσης ότι η εγγεγραμμένη γωνία ΓΔΒ **βαίνει** στο τόξο ΒΓ.

Μετακινήστε την κορυφή Δ της γωνίας ΓΔΒ. Τι παρατηρείτε; .....

Ποιο γενικό συμπέρασμα προκύπτει; .....

Έχετε αναρωτηθεί ποτέ γιατί τα αρχαία θέατρα , όπως της Επιδαύρου έχουν «κυκλικό» σχήμα;

Επιλέξτε το «**θέατρο**» και μετακινήστε πάλι την κορυφή Δ.

Μπορείτε τώρα να απαντήσετε στην προηγούμενη ερώτηση; .....

### Δραστηριότητα 4.

Ανοίξτε το αρχείο **σχ\_εγγ\_επικ**.

Να επιλέξετε «τόξο». Πόσες μοίρες είναι το κυρτό τόξο ΒΓ και πόσες το μη κυρτό ΒΓ; Να δικαιολογήσετε την απάντησή.

Να επιλέξετε «εγγεγραμμένη». Να μετακινήσετε τη κορυφή Α της εγγεγραμμένης γωνίας

Τι παρατηρείτε για τα μέτρα:

α) της εγγεγραμμένης γωνίας ΒΑΓ και του αντίστοιχου τόξου ΒΓ; .....

β) της εγγεγραμμένης γωνίας ΒΑΓ και της αντίστοιχης επίκεντρης γωνίας ΒΟΓ που βαίνει στο ίδιο τόξο; .....

Ποιο **γενικό συμπέρασμα** προκύπτει; .....

Αν φέρουμε την κορυφή Α της εγγεγραμμένης γωνίας ΒΑΓ πάνω στο κόκκινο τόξο ΒΓ, μπορείτε να

πείτε πόσες μοίρες θα είναι η γωνία αυτή; ..... Να επαληθεύσετε την απάντησή σας και να τη δικαιολογήσετε .  
 .....

### Εφαρμογή 2.

Να συμπληρωθεί ο πίνακας

Εγγεγραμμένη ΒΑΓ	20					100
Αντίστοιχο. τόξο ΒΓ		70	180			
Αντίστοιχη επίκεντρη ΒΟΓ				90	270	

### Εφαρμογή 3. Ανοίξτε το αρχείο ημικόκλιο.

Το ευθύγραμμο τμήμα AB είναι ..... του κύκλου .

Η γωνία ΑΚΒ είναι ..... μοίρες . Το τόξο AB είναι ..... μοίρες.

Η γωνία ΑΓΒ είναι ..... μοίρες, γιατί .....

Εμφανίστε την τιμή της γωνίας ΑΓΒ και μετακινήστε το σημείο Γ . Τι παρατηρείτε;  
 .....

Ποιο γενικό συμπέρασμα προκύπτει; .....  
 .....

**Εφαρμογή 4.** Ανοίξτε το αρχείο **ίσα\_τόξα**. Έχουμε χωρίσει τον κύκλο σε  $a$  ίσα τόξα (όπου  $a$  παίρνει τις τιμές 3, 4, 5, 6, 7, 8) Συμπληρώστε καθεμιά από τις στήλες του παρακάτω πίνακα. Για κάθε στήλη μετακινήστε κατάλληλα το δρομέα. Για την τελευταία γραμμή του πίνακα θα χρειαστεί να τσεκάρετε την επιλογή «εγγεγραμμένη». (Το σημείο M να περιέχεται στο κυρτογώνιο τόξο ΑΓ).

Ίσα μέρη $a$	3	4	5	6	7	8
Τόξο AB σε μοίρες						
Γωνία ΑΒΓ						
Γωνία ΑΜΒ						