

ΣΕΝΑΡΙΟ

1. Τίτλος: Επίκεντρες γωνίες, εγγεγραμμένες γωνίες και κανονικά πολύγωνα.

2. Ταυτότητα του σεναρίου

- **Συγγραφέας:** Γλαβάς Ισίδωρος
- **Γνωστική περιοχή των μαθηματικών:** Γεωμετρία.
- **Θέματα (εμπλεκόμενες έννοιες):**

Υπολογισμός γωνιών, στοιχεία κύκλου, επίκεντρη γωνία, υπολογισμός τόξων, εγγεγραμμένη γωνία, σχέση εγγεγραμμένης με αντίστοιχη επίκεντρη και αντίστοιχο τόξο, ορισμός και ιδιότητες κανονικών πολυγώνων, κατασκευή κανονικών πολυγώνων, γωνία και κεντρική γωνία κανονικού πολυγώνου.

- **Βασική ιδέα:**

Εισαγωγή της έννοιας της επίκεντρης και της εγγεγραμμένης γωνίας, της σχέσης μεταξύ τους καθώς και με το αντίστοιχο τόξο. Χρήση των παραπάνω για την κατανόηση της έννοιας των κανονικών πολυγώνων, των ιδιοτήτων τους και των μεθόδων κατασκευής τους.

3. Σκεπτικό της δραστηριότητας

- **Καινοτομίες :**

Η δυναμική αλλαγή των γωνιών και των αντίστοιχων τόξων τους σε συνδυασμό με την εμφάνιση των κατάλληλων μετρήσεων (δυνατότητες που προσφέρουν τα λογισμικά δυναμικής γεωμετρίας) δίνουν τη δυνατότητα στους μαθητές να διερευνήσουν σχέσεις, να πειραματιστούν, να κάνουν εικασίες και να καταλήξουν σε συμπεράσματα την ορθότητα των οποίων μπορούν να ελέγξουν πάλι με τη βοήθεια του λογισμικού.

Οι μαθητές εργάζονται σε ομάδες, με ελάχιστη παρέμβαση του διδάσκοντα έχοντας ως εργαλεία μάθησης το φύλλο εργασίας και τα αρχεία του λογισμικού. Δίνεται ιδιαίτερη βαρύτητα στη συνεργασία μέσα στις ομάδες, στην ανταλλαγή ιδεών, στη γενίκευση των συμπερασμάτων και την τεκμηρίωση τους.

- **Προστιθέμενη αξία :**

Με την δυναμική κίνηση των γεωμετρικών σχημάτων και την παράλληλη παρατήρηση των αντίστοιχων μετρήσεων, οι μαθητές οδηγούνται σε εικασίες, πειραματίζονται, καταλήγουν σε συμπεράσματα και ανακαλύπτουν νέες έννοιες.

- **Γνωστικά προβλήματα:**

Από τη βιβλιογραφία και την εμπειρία της τάξης, οι μαθητές δυσκολεύονται στα παρακάτω:

στη χρήση των σχέσεων $\omega=360^\circ/n$ και $\omega+\phi=180^\circ$ και περισσότερο του συνδυασμού αυτών για τον υπολογισμό στοιχείων κανονικού πολυγώνου,

στον υπολογισμό γωνίας κανονικού πολυγώνου με τη βοήθεια του αντίστοιχου τόξου της,

στη γενίκευση των συμπερασμάτων όταν από ένα κανονικό πολύγωνο πηγαίνουμε σε ένα αφηρημένο n -γωνο,

στην απόδειξη σχέσεων και συγκεκριμένα ότι η γωνία κανονικού n -γώνου είναι παραπληρωματική της κεντρικής του γωνίας,

επίσης συγχέουν τη γωνία πολυγώνου με την κεντρική γωνία πολυγώνου.

- **Διδακτικά προβλήματα:**

Οι μετρήσεις σε στατικό σχήμα (πίνακας - χαρτί) δεν παρέχει την απαιτούμενη ακρίβεια.

Με τα στατικά μέσα δεν έχουμε τη δυνατότητα λήψης πολλών στιγμιότυπων.

Με τα στατικά σχήματα δεν μπορούν εύκολα οι μαθητές να διερευνήσουν σχέσεις, να πειραματιστούν και έτσι να οδηγηθούν σε συμπεράσματα.

- **Θεωρητικό πλαίσιο**

Οι μαθητές οργανώνονται σε ομάδες 2 ή 3 ατόμων και ο διδάσκων ενθαρρύνει τη συνεργασία τόσο των μελών της ομάδας όσο και ανάμεσα στις ομάδες, στα πλαίσια της

ομαδοσυνεργατικής μάθησης. Έτσι οι μαθητές έχουν μεγαλύτερες πιθανότητες να βελτιώσουν την επίδοσή τους στα μαθηματικά σύμφωνα με τις μελέτες αρκετών ερευνητών όπως οι Davidson, Laborde, Slavin, Webb κ.α.

Σύμφωνα με τη θεωρία του Vygotsky δημιουργούμε στην τάξη περιστάσεις συνεργατικής μάθησης ανάμεσα σε ομάδες με διαφορετικά επίπεδα ικανοτήτων και γνώσεων και πιο συγκεκριμένα, μαθητές που έχουν περισσότερες ικανότητες ή γνωρίζουν καλά κάτι, να το διδάσκουν σε λιγότερο ικανούς ή σε μαθητές οι οποίοι δεν το ξέρουν. Ακόμα, εφαρμόζουμε την αρχή της σταδιακής μείωσης της βοήθειας από τον εκπαιδευτικό και της σταδιακής ανάληψης όλο και μεγαλύτερης υπευθυνότητας από τους μαθητές.

Επίσης, σύμφωνα με τον J. Bruner ακολουθούμε την ανακαλυπτική προσέγγιση στη μάθηση και διδασκαλία των μαθηματικών η οποία απαιτεί ενεργή συμμετοχή του μαθητή, πειραματισμό, εξερεύνηση και έχει ως αποτέλεσμα την ανακάλυψη και την ανακατασκευή της γνώσης. Προτρέπουμε τους μαθητές να χρησιμοποιήσουν τη διαισθητική τους σκέψη η οποία συνίσταται στην ικανότητα να φτάσουν στη λύση ενός προβλήματος με μια έμπνευση της στιγμής και την ικανότητα να διαμορφώνουν εύστοχες εικασίες ή να επιλέγουν μεταξύ των πιθανών μεθόδων λύσης την πιο αποδοτική και γόνιμη. Ο εκπαιδευτικός δίνει ιδιαίτερη σημασία στην κατανόηση της δομής μιας έννοιας ή μιας ιδέας από τους μαθητές γιατί αυτό τους επιτρέπει να διερευνήσουν από μόνοι τους τα επιμέρους θέματα και τις ειδικότερες γνώσεις και να βρουν αφορμή να επεκταθούν και σε άλλα θέματα διερευνώντας, γενικεύοντας και συνδυάζοντας και γνώσεις από άλλες περιοχές. Για τους παραπάνω λόγους οι μαθητές πρέπει α) να χειρίζονται και επεξεργάζονται απ' ευθείας τα διάφορα υλικά (λογισμικό, αλλαγές σχημάτων κλπ), β) να ανακαλύπτουν κανονικότητες και πρότυπα τα οποία αντιστοιχούν στα διαισθητικά τους πρότυπα τα οποία έχουν ήδη διαμορφώσει με τις εμπειρίες τους από τον εξωτερικό κόσμο, γ) να αναδιοργανώνουν τις προϋπάρχουσες ιδέες και αντιλήψεις τους ώστε αυτές να προσαρμοστούν και να συμμορφωθούν με τις καταστάσεις της φυσικής εμπειρίας (συμφωνώντας με την άποψη του Piaget). Η μάθηση είναι μια διαδικασία αναδιοργάνωσης της προηγούμενης γνώσης και κατασκευής της καινούργιας. Η διαδικασία τροποποίησης της παλιάς γνώσης γίνεται μέσα από εμπειρίες των μαθητών, σχετικές με το αντικείμενο της μάθησης. Γι' αυτό,

δίνονται στους μαθητές κατάλληλες δραστηριότητες και προβλήματα με τα οποία αλληλεπιδρούν. Με τη χρήση του λογισμικού, οι μαθητές παρατηρούν τις μεταβολές μεγεθών και τις καταγράφουν, διατυπώνουν εικασίες, πειραματίζονται στις έννοιες που είναι επιθυμητό να κατακτήσουν, διατυπώνουν κατά ομάδες τις παρατηρήσεις τους και τεκμηριώνουν τα συμπεράσματά τους. Ο εκπαιδευτικός διευκολύνει τους μαθητές στην παραπάνω διαδικασία που έχει ως βασικό στόχο την ανακάλυψη, την αφομοίωση και την κατάκτηση της νέας γνώσης.

Η συζήτηση με ολόκληρη την τάξη χρησιμοποιείται με σκοπό την παρουσίαση και επεξήγηση της διαφορετικής μεθοδολογίας με την οποία κάθε ομάδα μαθητών έχει λύσει τα προβλήματα που δόθηκαν.

4. Πλαίσιο εφαρμογής

- **Σε ποιους απευθύνεται:** Το σενάριο απευθύνεται σε μαθητές Β΄ Γυμνασίου.
- **Χρόνος υλοποίησης :** Για την υλοποίηση του σεναρίου απαιτούνται συνολικά 5 διδακτικές ώρες.
- **Χώρος υλοποίησης :** Οι μαθητές θα εργαστούν στο εργαστήριο Η/Υ ή εναλλακτικά στην αίθουσα διδασκαλίας με διαδραστικό πίνακα και netbooks.
- **Προαπαιτούμενες γνώσεις μαθητών:**

Έννοια και τρόποι ονομασίας γωνίας .

Είδη γωνιών, παραπληρωματικές, κατακορυφήν γωνίες, υπολογισμοί γωνιών και κατασκευές γωνιών. Έννοια και στοιχεία κύκλου (ακτίνα, χορδή, διάμετρος, τόξο).

Γνώση βασικών εργαλείων του λογισμικού Geogebra .

- **Απαιτούμενα βοηθητικά υλικά και εργαλεία.**

Φύλλα εργασίας με τις δραστηριότητες.

Έτοιμα αρχεία του λογισμικού Geogebra.

- **Κοινωνική ενορχήστρωση της τάξης.**

Οι μαθητές εργάζονται ανά δύο σε κάθε υπολογιστή. Σε κάθε ομάδα δύο μαθητών δίνεται ένα φύλλο διδασκαλίας, όπου ο ένας από τους δύο μαθητές καταγράφει τις απαντήσεις και ο άλλος χειρίζεται το ποντίκι. Κάθε μία διδακτική ώρα γίνεται αλλαγή ρόλων.

Οι μαθητές συνεργάζονται στις ομάδες, πειραματίζονται με τα εργαλεία του λογισμικού, συζητούν, διαπραγματεύονται και αφού καταλήξουν στις απαντήσεις τους, όταν κληθούν, τις ανακοινώνουν στην ολομέλεια της τάξης.

Ο εκπαιδευτικός περιφέρεται στις ομάδες και ενθαρρύνει τους μαθητές. Συντονίζει την εργασία εντός κάθε ομάδας και παρεμβαίνει όπου θεωρεί απαραίτητο να γίνουν διορθωτικές κινήσεις. Μετά το τέλος κάθε δραστηριότητας συντονίζει την ανακοίνωση των ευρημάτων κάθε ομάδας, βοηθά τους μαθητές στην τεκμηρίωση των απαντήσεων, επιβεβαιώνει την ορθότητα ή μη των αποτελεσμάτων, εισάγει τη νέα ορολογία όπου είναι απαραίτητο και οδηγεί τους μαθητές στην ανακάλυψη και την κατάκτηση της νέας γνώσης.

- **Στόχοι**

- **Διδακτικοί στόχοι:**

Οι μαθητές επιδιώκεται :

να γνωρίσουν την έννοια της επίκεντρης γωνίας και του αντίστοιχου τόξου της,

να μάθουν τη σχέση του μέτρου μιας επίκεντρης γωνίας και του μέτρου του αντίστοιχου τόξου,

να γνωρίσουν την έννοια της εγγεγραμμένης γωνίας και να σχεδιάζουν τέτοιες γωνίες,

να κατανοήσουν τη σχέση του μέτρου μιας εγγεγραμμένης γωνίας και του μέτρου του αντίστοιχου τόξου,

να αναγνωρίσουν την ισότητα εγγεγραμμένων γωνιών που βαίνουν στο ίδιο τόξο ή σε ίσα τόξα,

να μπορούν να «μεταφέρουν» ίσες εγγεγραμμένες γωνίες,

να διαχειρίζονται τη σχέση μεταξύ εγγεγραμμένης , αντίστοιχης επίκεντρης γωνίας και αντίστοιχου τόξου,

να γνωρίσουν τον ορισμό του κανονικού πολυγώνου,

να γνωρίσουν ότι ένα κανονικό πολύγωνο εγγράφεται σε κύκλο,

να αποκτήσουν ευχέρεια στον υπολογισμό της γωνίας και της κεντρικής γωνίας n -γώνου,

να μπορούν να κατασκευάζουν απλά κανονικά πολύγωνα χρησιμοποιώντας τον υπολογισμό της κεντρικής γωνίας τους,

να συσχετίζουν τη γωνία ή την κεντρική γωνία ενός κανονικού πολυγώνου με το πλήθος των πλευρών του.

- **Παιδαγωγικοί στόχοι (Κοινωνικο-πολιτισμικοί στόχοι) :**

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει κατάλληλα την τάξη και το υλικό που χρησιμοποιεί έτσι ώστε:

Οι μαθητές να κάνουν παρατηρήσεις, να πειραματιστούν, να διερευνήσουν, να κάνουν εικασίες και να βγάλουν συμπεράσματα.

Να γίνει διάλογος που βοηθά μαθητές στη διατύπωση των σκέψεων τους, στην τεκμηρίωση των απόψεων τους και την επιχειρηματολογία.

Να δοθούν ευκαιρίες για συνεργασία των μαθητών σε ομάδες.

Να συνδέσουν οι μαθητές τα μαθηματικά με θέματα της καθημερινής ζωής.

- **Στόχοι ως προς τη χρήση των εργαλείων .**

Να εξοικειωθούν οι μαθητές με τα εργαλεία της κίνησης σημείου, της μέτρησης τμήματος και γωνίας.

5. Ανάλυση της δραστηριότητας

Η ροή εφαρμογής των δραστηριοτήτων :

Το σενάριο πραγματοποιείται σε 3 φάσεις.

Στην αρχή κάθε διδακτικής ώρας προτείνεται γίνεται υπενθύμιση των κυριότερων στοιχείων του προηγούμενου μαθήματος. Μετά το τέλος κάθε δραστηριότητας ανακοινώνονται τα ευρήματα κάθε ομάδας στην ολομέλεια της τάξης και διορθώνονται οι λανθασμένες απαντήσεις. Επίσης στο τέλος κάθε διδακτικής ώρας γίνεται ανακεφαλαίωση και αξιολόγηση σε ό,τι προηγήθηκε.

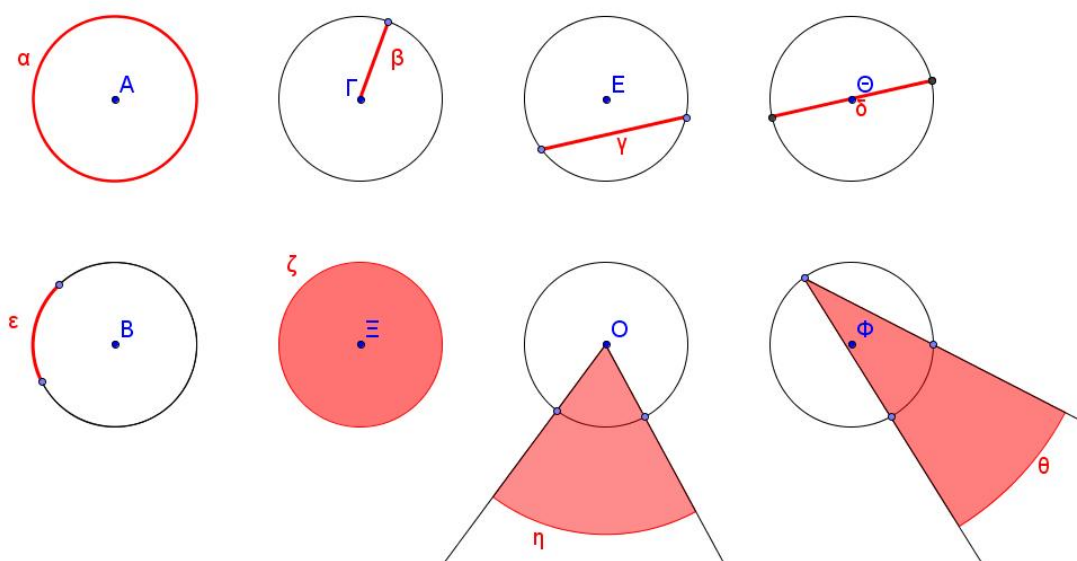
α' φάση . Προαπαιτούμενες γνώσεις, επίκεντρη γωνία και αντίστοιχο τόξο της.

Διάρκεια: 1 διδακτική ώρα περίπου.

Στο φύλλο εργασίας δίνεται μια δραστηριότητα για να θυμηθούν οι μαθητές την έννοια της γωνίας και τα στοιχεία της . Με τη χρήση του λογισμικού οι μαθητές μετακινούν ένα δρομέα και διαπιστώνουν με ποια περιοχή ταυτίζεται η γωνία .

Επίσης οι μαθητές αλληλεπιδρούν με γωνίες παραπληρωματικές, κατακορυφήν, κυρτές και μη κυρτές που έχουν άθροισμα 360° , τις μεταβάλλουν δυναμικά, παρατηρούν ταυτόχρονα τις μεταβολές των μέτρων τους και έτσι κατανοούν τις έννοιες αυτές και τις σχέσεις που έχουν μεταξύ τους .

Στη συνέχεια ανοίγουν το αρχείο «στοιχεία κύκλου» όπου υπάρχει μια ομάδα από σχήματα και σε κάθε σχήμα υπάρχει χρωματισμένο ένα από τα στοιχεία του κύκλου . Οι μαθητές ονομάζουν καθένα από τα στοιχεία αυτά και στη συνέχεια μεταβάλλουν το αντίστοιχο σχήμα για να παρατηρήσουν εποπτικά τις ιδιότητες του κάθε στοιχείου που παραμένουν αναλλοίωτες .



Ακόμα, ο εκπαιδευτικός με τη βοήθεια του αρχείου «επίκεντρη», εισάγει την έννοια της επίκεντρης γωνίας και του αντίστοιχου τόξου της. Ορίζει το μέτρο ενός τόξου σε

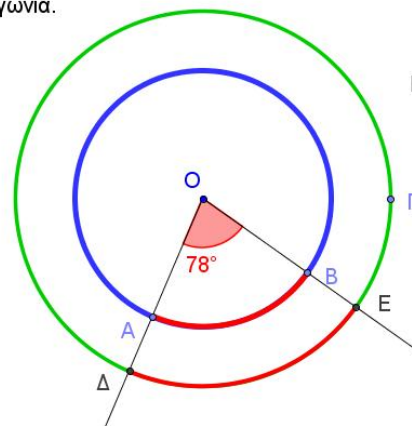
μοίρες, κάνει σαφή διάκριση μεταξύ κυρτού και μη κυρτού τόξου που προκύπτουν αν πάρουμε δυο σημεία πάνω στον κύκλο .

Οι μαθητές συμπληρώνουν τα αντίστοιχα στοιχεία στο φύλλο εργασίας τους και στη συνέχεια πειραματίζονται σε τόξα ομόκεντρων κύκλων και συμπεραίνουν τότε δυο τόξα είναι ίσα .

Μετακινήστε το σημείο A ή B για να μεταβάλλετε τη γωνία.

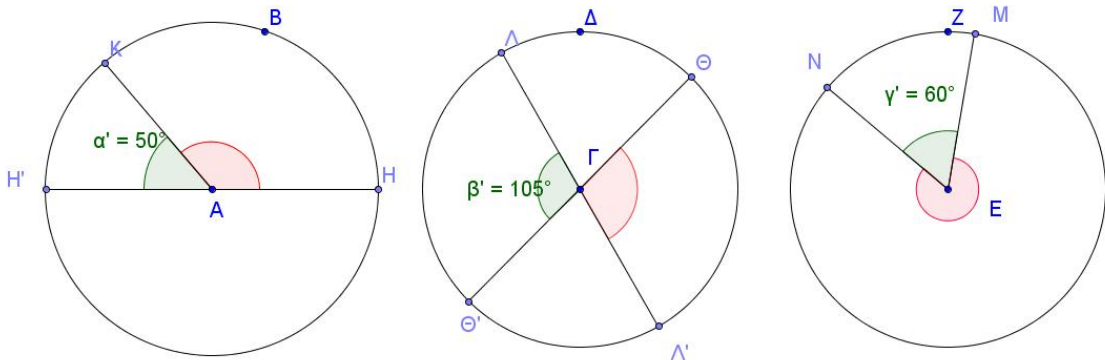
κύκλος2

τόξο2



Μετακινήστε το σημείο Γ για να μεταβάλλετε την ακτίνα του 2ου κύκλου.

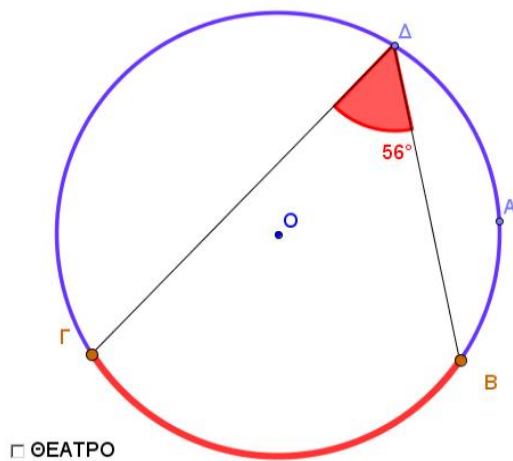
Τέλος, οι μαθητές ανοίγουν το αρχείο «υπολογ_τόξων» όπου εφαρμόζουν τους ορισμούς και τα συμπεράσματα που προηγήθηκαν και σχεδιάζουν τόξα με γνωστά μέτρα και υπολογίζουν τόξα με χρήση επίκεντρων γωνιών.



Β' φάση. Εγγεγραμμένη γωνία, σχέση εγγεγραμμένης και επίκεντρης, υπολογισμός εγγεγραμμένων γωνιών και αντίστοιχων τόξων. Διάρκεια: 2 διδακτικές ώρες περίπου.

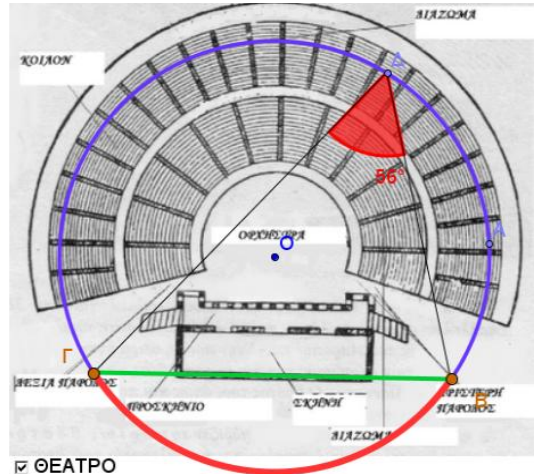
Ο εκπαιδευτικός με τη βοήθεια του αρχείου «εγγεγραμμένη» , εισάγει τον ορισμό της γωνίας αυτής καθώς και του αντίστοιχου τόξου της. Οι μαθητές μετακινούν την κορυφή της γωνίας, παρατηρούν ότι σε ένα δοσμένο τόξο βαίνουν άπειρες εγγεγραμμένες γωνίες και συμπεραίνουν την ισότητα εγγεγραμμένων γωνιών που βαίνουν στο ίδιο τόξο. Για να γίνει καλύτερα αντιληπτό το παραπάνω συμπέρασμα ή για να καταλήξουν

οι μαθητές πιο εύκολα σε αυτό, με τη βοήθεια του κατάλληλου κουμπιού εμφανίζουν ένα αρχαίο θέατρο που το κέντρο της σκηνής του ταυτίζεται με το κέντρο του κύκλου και η εγγεγραμμένη γωνία του κύκλου αντιστοιχεί στη γωνία με την οποία ο θεατής βλέπει τη σκηνή. Οι μαθητές μετακινούν και πάλι την κορυφή της γωνίας.



☐ ΘΕΑΤΡΟ

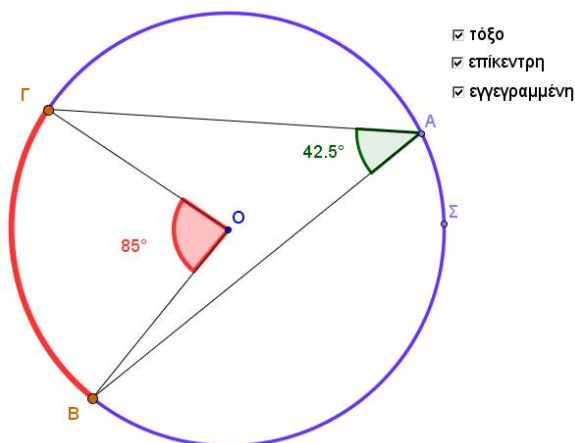
προσαρμόστε τη χορδή ΓΔ στη θέση της σκηνής.
Αλλάξτε διάζωμα μετακινώντας το σημείο Α.



☑ ΘΕΑΤΡΟ

προσαρμόστε τη χορδή ΓΔ στη θέση της σκηνής.
Αλλάξτε διάζωμα μετακινώντας το σημείο Α.

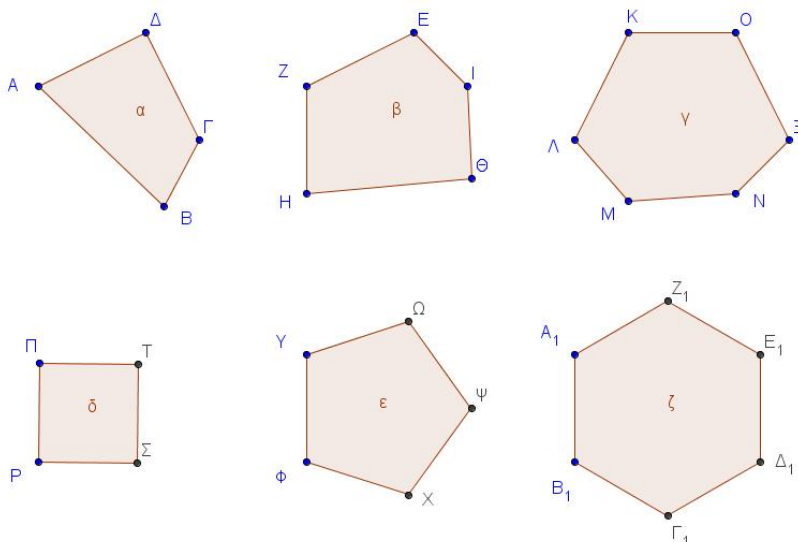
Στη συνέχεια, οι μαθητές ανοίγουν το αρχείο «σχ_εγγ_επικ». Μετακινούν την κορυφή της εγγεγραμμένης γωνίας, παρατηρούν το μέτρο της καθώς επίσης τα μέτρα του αντίστοιχου τόξου και της αντίστοιχης επίκεντρης, πειραματίζονται και συμπεραίνουν τη σχέση που υπάρχει μεταξύ τους .



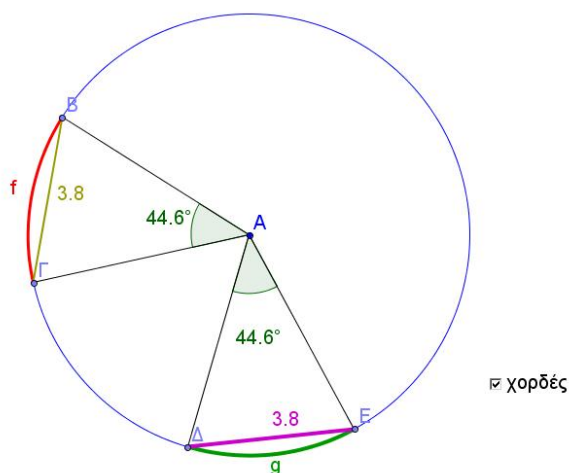
Μετά ακολουθούν τρεις εφαρμογές όπου οι μαθητές καλούνται ,συνεργαζόμενοι σε ομάδες, να εφαρμόσουν τις προηγούμενες σχέσεις και να υπολογίσουν τόξα ή γωνίες για να εμπεδώσουν και να κατακτήσουν τη νέα γνώση .

Γ΄ φάση. Κανονικά πολύγωνα. Ορισμός και ιδιότητες κανονικού πολυγώνου, κατασκευή κανονικού πολυγώνου, κεντρική γωνία κανονικού πολυγώνου, γωνία κανονικού πολυγώνου και σχέση μεταξύ τους. Διάρκεια: 2 διδακτικές ώρες περίπου.

Αρχικά οι μαθητές ανοίγουν το αρχείο «polygona». Βλέπουν 6 πολύγωνα, μετακινούν τις κορυφές τους και παρατηρούν ότι σε μερικά από αυτά κατά τη μετακίνηση όλες οι πλευρές και οι γωνίες τους παραμένουν ίσες. Έτσι ο εκπαιδευτικός εισάγει την έννοια του κανονικού πολυγώνου.



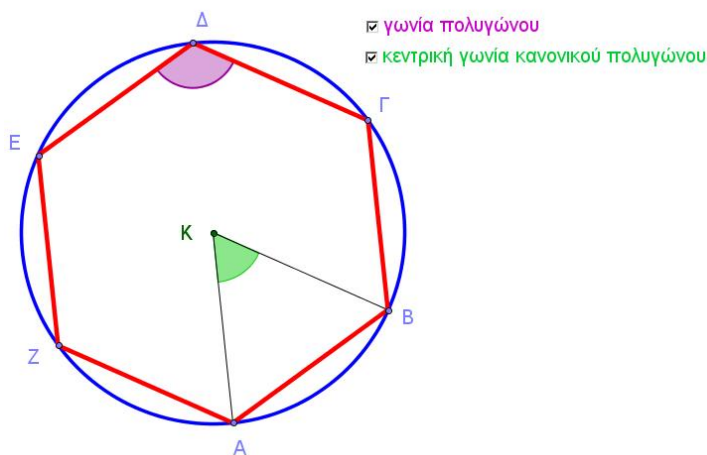
Έπειτα οι μαθητές ανοίγουν το αρχείο «isa_toksa_chordes» στο οποίο βλέπουν δύο ίσα τόξα. Φέρνουν τις αντίστοιχες χορδές τους και τις συγκρίνουν. Μεταβάλλουν τα τόξα και συγκρίνουν και πάλι τις χορδές. Έτσι, συμπεραίνουν τη σχέση μεταξύ τόξων και αντίστοιχων χορδών που είναι χρήσιμο στην κατασκευή κανονικών πολυγώνων.



Στη συνέχεια οι μαθητές καλούνται να χωρίσουν έναν κύκλο σε έξι ίσα τόξα, να συγκρίνουν τις αντίστοιχες χορδές τους, καθώς και τις γωνίες του πολυγώνου που σχηματίζεται από αυτές, δικαιολογώντας τις απαντήσεις τους. Έτσι, διαπιστώνουν ότι έχουν σχηματίσει ένα κανονικό εξάγωνο. Μετά περιγράφουν τη διαδικασία που θα

ακολουθήσουν για την κατασκευή κανονικού πενταγώνου και γενικεύουν τα παραπάνω με τα βήματα κατασκευής κανονικού n -γώνου.

Έπειτα οι μαθητές ανοίγουν το αρχείο « $\text{gonia_kentriki_gonia}$ » και βλέπουν ένα εξάγωνο εγγεγραμμένο σε κύκλο. Ο εκπαιδευτικός εισάγει τον ορισμό της κεντρικής γωνίας, εστιάζει στη διαφοροποίηση αυτής από τη γωνία του πολυγώνου και οι μαθητές υπολογίζουν την καθεμιά από τις παραπάνω γωνίες στο κανονικό εξάγωνο. Στη συνέχεια γενικεύουν τη διαδικασία υπολογισμού.



Ακολουθεί μια εφαρμογή της προηγούμενης δραστηριότητας όπου οι μαθητές υπολογίζουν την κεντρική γωνία ω και τη γωνία ϕ κανονικού n -γώνου αν το n είναι 8, 10 και 12 αντίστοιχα. Επίσης υπολογίζουν το άθροισμα $\omega + \phi$ και βγάζουν ένα πρώτο συμπέρασμα για τη σχέση των δυο αυτών γωνιών.

Τέλος, το παραπάνω συμπέρασμα καλούνται να αποδείξουν και αλγεβρικά με χρήση ισοσκελών τριγώνων.

6. Επέκταση του σεναρίου

Το σενάριο μπορεί να επεκταθεί σε θέματα όπως τα παρακάτω:

Στη διαδικασία κάλυψης ενός επιπέδου με κανονικά πολύγωνα, χωρίς να υπάρχουν επικαλύψεις. Το παραπάνω πρόβλημα μπορεί να γίνει τόσο με ένα είδος κανονικού πολυγώνου όσο και με περισσότερα του ενός.

Στη χρήση κανονικών πολυγώνων στη φύση, την τέχνη και την επιστήμη.

Στον υπολογισμό του μήκους της πλευράς κανονικού πολυγώνου, καθώς και του εμβαδού του αν γνωρίζουμε την ακτίνα του περιγεγραμμένου κύκλου. Εδώ, είναι δυνατόν να συνδέσουμε τη γεωμετρία με την τριγωνομετρία και την άλγεβρα.

7. Αξιολόγηση μετά την εφαρμογή.

- Ως προς τις επιδιώξεις του σεναρίου

Για τον έλεγχο της κατανόησης των μαθητών στις έννοιες που προηγήθηκαν , αλλά και για την καλύτερη αφομοίωσή τους, προτείνεται να δοθούν ασκήσεις στις οποίες πρέπει:

α) Να υπολογίσουν επίκεντρη γωνία, εγγεγραμμένη ή αντίστοιχο τόξο τους αν γνωρίζουν ένα από τα παραπάνω.

β) Να υπολογίσουν την γωνία ϕ ή την κεντρική γωνία ϕ ή το πλήθος των πλευρών n ενός κανονικού n -γώνου αν γνωρίζουν ένα στοιχείο από τα παραπάνω χρησιμοποιώντας τις σχέσεις που τα συνδέουν $\omega=360^\circ/n$ και $\omega+\phi=180^\circ$.

γ) Να κατασκευάσουν κανονικό n -γωνο με τη βοήθεια κύκλου.

Αρκετοί μαθητές ταυτίζουν τον υπολογισμό με τη μέτρηση.

Οι μαθητές δεν έχουν εξοικειωθεί στο να συζητούν , να ανταλλάσσουν απόψεις και να συνεργάζονται.

- Ως προς τα εργαλεία

Οι μαθητές έχουν μεγάλη ευχέρεια στη χρήση των εργαλείων του λογισμικού, και εύκολα καταφεύγουν σε μετρήσεις είτε πλευρών είτε γωνιών .

Τα παραπάνω ίσως είναι δύσκολο να παρουσιαστούν με τον παραδοσιακό τρόπο μολύβι-χαρτί, κιμωλία-πίνακα , όμως με το λογισμικό η διαδικασία είναι γρήγορη και ακριβής.

- Ως προς τη διαδικασία υλοποίησης

Οι μαθητές αντιμετωπίζουν δυσκολίες στην ανάγνωση και την κατανόηση γενικά των κειμένων και κατά συνέπεια των οδηγιών του φύλλου εργασίας.

Οι μαθητές επιδιώκουν τον πειραματισμό και τη διερεύνηση αλλά δυσκολεύονται στην επιχειρηματολογία και την τεκμηρίωση των συμπερασμάτων τους.