

# Η ΑΞΙΟΠΟΙΗΣΗ ΤΗΣ ΙΣΤΟΡΙΑΣ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΣΤΗ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΠΡΑΚΤΙΚΗ ΣΤΟ ΓΥΜΝΑΣΙΟ.

Ένα παράδειγμα συνεργατικής μαθητικής δραστηριότητας.

**Θόδωρος Πάσχος**

Υποψήφιος διδάκτορας του τομέα της Διδακτικής  
του Μαθηματικού τμήματος του Πανεπιστημίου Αθηνών

[tpaschos@math.uoa.gr](mailto:tpaschos@math.uoa.gr)

## ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η ιστορία των μαθηματικών είναι δυνατόν να αξιοποιηθεί κατάλληλα, ώστε να διαδραματίσει ουσιαστικό ρόλο στη μαθηματική εκπαίδευση. Αν τα μαθηματικά θεωρηθούν ως ένα είδος πολιτισμικής δημιουργίας, τότε η μελέτη της ιστορίας των μαθηματικών μπορεί να γίνει ένα μέσο καλύτερης κατανόησης των σχέσεων του ανθρώπινου γένους και της μαθηματικής γνώσης, στα πλαίσια ενός γενικότερου ιστορικού γίνεσθαι. Προς αυτή την κατεύθυνση, η συνεργασία διάφορων κλάδων διδακτικών αντικειμένων στο σχολικό περιβάλλον, μπορεί να βοηθήσει τους μαθητές να αναπτύξουν ερευνητικές πρωτοβουλίες, να συσχετίσουν γεγονότα, να κατανοήσουν την αλληλεξάρτηση των επιστημονικών κλάδων, και να διαπιστώσουν ότι η γνώση είναι προϊόν της ανθρώπινης δραστηριότητας στην ιστορική διαδρομή. Ακόμα, να προσεγγίσουν τα μαθηματικά ως ζωντανή διαδικασία επεξεργασιών και εξέλιξης, άμεσα συνδεδεμένης με το πολιτισμικό περιβάλλον στο οποίο αναπτύσσονται.

Η συνεργασία φιλολόγου και μαθηματικού με τους μαθητές της Β΄ τάξης του 9<sup>ου</sup> Γυμνασίου Περιστερίου, οδήγησε σε μια ερευνητική δραστηριότητα, η οποία διήρκεσε 6 μήνες, με θέμα : «*Το ιστορικό και πολιτιστικό περιβάλλον της Σάμου του 6<sup>ου</sup> – 5<sup>ου</sup> π.χ. αιώνα. Τα μεγάλα έργα και η ανάπτυξη των Μαθηματικών*». Στα πλαίσια του προγράμματος αυτού επιχειρήθηκε να αναδειχθεί η σχέση των μαθηματικών και της τεχνολογίας της εποχής ( μεγάλα έργα : Ευπαλίνειο όρυγμα, Ηραίο κ.α.). Επιπλέον, να φανεί ότι τα μαθηματικά απετέλεσαν τη βάση της ανάπτυξης της φιλοσοφικής σκέψης των Πυθαγορείων. Στο Πυθαγόρειο θεώρημα και την απόδειξή του, αφιερώθηκε ένα μεγάλο μέρος της δραστηριότητας.

Δημιουργήθηκαν ομάδες εργασίας, οι οποίες μελέτησαν και κατέγραψαν πληροφορίες από τη βιβλιογραφία που τους δόθηκε. Ο συντονισμός της δράσης των μαθητών είχε ως αποτέλεσμα, αφ' ενός τη συλλογική επεξεργασία και αφομοίωση του ιστορικού υλικού, και αφ' ετέρου την παρουσίαση και δημοσίευση της εργασίας τους. Το πρόγραμμα αυτό υλοποιήθηκε κατά τη σχολική περίοδο 1999-2000.

## ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Τα τελευταία χρόνια γίνεται ένας έντονος διάλογος για το ρόλο που μπορεί να παίζει η ενσωμάτωση της ιστορίας των μαθηματικών στη μαθηματική εκπαίδευση.

Είναι ένα ζήτημα το οποίο γεννά ερωτήματα (F. Furinghetti, 2002):

- Ποια εκπαιδευτικά οφέλη επιτυγχάνονται μέσω της ιστορίας των μαθηματικών ;
- Ποιες διδακτικές στρατηγικές πρέπει να εφαρμοστούν ;
- Πώς είναι προετοιμασμένοι οι δάσκαλοι των μαθηματικών γι' αυτή την εισαγωγή ;

Αν συμφωνήσουμε ότι οι μαθητές μας δυσκολεύονται να κατανοήσουν τα μαθηματικά, τα αντιμετωπίζουν με φόβο, κατοχυρώνουν εφήμερη και αποσπασματική γνώση με στόχο το

εξεταστικό σύστημα, θα πρέπει να αναζητήσουμε εκτός από τις πηγές της «κακοδαιμονίας» και τρόπους για τη μαθηματική κατανόηση και γνώση. Ένας από τους τρόπους αυτούς είναι, σύμφωνα με πολλούς ερευνητές, δασκάλους και ιστορικούς των μαθηματικών, η ενσωμάτωση της ιστορίας των μαθηματικών, στη μαθηματική εκπαίδευση.

Και φυσικά, δεν εννοούμε την παράθεση κάποιων ιστορικών στοιχείων στο τέλος κάθε κεφαλαίου, στα σχολικά εγχειρίδια. Γεγονός που οδηγεί τους δασκάλους να δουν την ιστορία των μαθηματικών ως ξεχωριστό τμήμα από το μαθηματικό πρόγραμμα σπουδών και ως ξένο προς την καθημερινή δραστηριότητα της τάξης. Στα ελληνικά σχολικά εγχειρίδια των μαθηματικών της μέσης εκπαίδευσης, οι ιστορικές σημειώσεις καλύπτουν 104, σε σύνολο 2500 σελίδων (Fasaneli, 2000).

### **ΓΙΑΤΙ ΝΑ ΕΝΣΩΜΑΤΩΘΕΙ Η ΙΣΤΟΡΙΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΣΤΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ;**

Σύμφωνα με την Furinghetti (1997), η λέξη **ενσωμάτωση** της ιστορίας στη διδασκαλία των μαθηματικών, εκφράζει καλύτερα την ιδέα της αποδοτικής διδασκαλίας και της αποτελεσματικής ανάλυσης των διαδικασιών μάθησης και κατανόησης.

Σταχυολογώντας τα επιχειρήματα των εισηγητών της ενσωμάτωσης της ιστορίας στη διδακτική πρακτική, σημειώνουμε ότι :

1. Μπορεί να διεγείρει και αναπτύξει τις δεξιότητες μαθηματικής επικοινωνίας, την κατανόηση των μαθηματικών συσχετίσεων και να ενισχύσει την εκτίμηση των μαθητών για τα μαθηματικά.( Tzanakis, Arcavi, 2000; van Maanen, 1997).

2. Η διδασκαλία στην τάξη που χαρακτηρίζεται από μια ιστορικά ενσωματωμένη αντίληψη επιτρέπει στους μαθητές να αναγνωρίσουν το πολιτισμικό, πολιτικό, κοινωνικό, και οικονομικό πλαίσιο της μαθηματικής ανάπτυξης, τους σημαντικούς ρόλους που έχουν παίξει διάφοροι πολιτισμοί στην εξέλιξη των μαθηματικών (Barbin, 1991; Ernest, 1998; Swetz, 1995a; Thomaidis, 1991).

3. Οι μαθητές μπορούν να αναλογισθούν την αλληλεπίδραση μεταξύ μαθηματικών και κοινωνίας (Swetz, 1995a), που σημαίνει, πώς κοινωνικές νόρμες και πρακτικές από διαφορετικούς πολιτισμούς έχουν επιδράσει στην ανάπτυξη των μαθηματικών ( για παράδειγμα, η πολιτική και θρησκευτική επίδραση στη δουλειά του Γαλιλαίου και του Πυθαγόρα), και πώς τα μαθηματικά έχουν επιδράσει « στους τρόπους με τους οποίους οι άνθρωποι ενεργούν και σκέπτονται για τον κόσμο» (Wilson, Chauvot, 2000, p. 643),

4. Η ενσωμάτωση της ιστορίας των μαθηματικών στα σχολικά μαθηματικά είναι ένα εξαιρετικό μέσο αναγνώρισης των πολλών σχέσεων που υπάρχουν μεταξύ των διάφορων μαθηματικών περιοχών και μεταξύ των μαθηματικών και άλλων αντικειμένων (Furinghetti, Somaglia, 1998; Grugnetti, Rogers, 2000 ).

5. Οι μαθητές μπορούν να κατανοήσουν, ότι

*λάθη, ευρετικές μέθοδοι, αβεβαιότητες, αμφιβολίες, ενορατικά επιχειρήματα, αδιέξοδα, αντιπαραθέσεις, και εναλλακτικές προσεγγίσεις σε προβλήματα, δεν ήταν μόνο εύλογα ,*

*αλλά ουσιώδες τμήμα των μαθηματικών εν τώ γεννάσθαι (Tzanakis, Arcavi, 2000, σελ. 205),*

ότι η εξελικτική πορεία της μαθηματικής γνώσης, η μαθηματική γλώσσα η ίδια, η τυποποίηση, οι αναπαραστάσεις, η θεμελίωση, η αυστηρότητα, χρειάστηκαν πολύ χρόνο για να τεκμηριωθούν και να αποτελέσουν έγκυρη γνώση.

6. Προσανατολίζει το δάσκαλο στη δουλειά του.

*Είναι ένα καλό όχημα για συλλογισμούς πάνω στη γνώση και στα εκπαιδευτικά προβλήματα, για δουλειά πάνω στις αντιλήψεις των μαθητών για τα μαθηματικά... (Furinghetti, 2000a, σελ. 51).*

Εφ' όσον οι μαθητές, σε διάφορα επίπεδα, βρίσκουν μαθησιακά εμπόδια τα οποία είναι ίδια με εκείνα των μαθηματικών του παρελθόντος (Radford, Katz, Dorier, Bekker, Sierpinska, 2000; Philippou, Christou, 2001), η ιστορία των μαθηματικών εφοδιάζει την τάξη με

*δασκάλους με ένα εργαλείο πρόβλεψης ψυχολογικών προβλημάτων στη μάθηση των μαθηματικών (Ernest, 1998, σελ.. 26).*

7. Η γνώση της ιστορίας των μαθηματικών από τους μαχόμενους εκπαιδευτικούς, απαιτεί χρόνο και θυσίες. Είναι μια δουλειά δύσκολη και απαιτητική, η οποία, ωστόσο, μπορεί να βοηθήσει στην

*αλλαγή του τρόπου με τον οποίο σκέφτονται για τους μαθητές τους (Barbin, 2000, σελ.. 64),*

θεωρώντας τους ως σκεπτόμενες υπάρξεις που ενδιαφέρονται να μάθουν. Επομένως, οι πεποιθήσεις και οι πρακτικές των δασκάλων μπορούν να αλλάξουν, επιδρώντας τελικά στη μάθηση των μαθητών (Fauvel, van Maanen, 1997), αν και μια αλλαγή στις πεποιθήσεις δεν μεταφράζεται αναγκαία σε αλλαγή στη διδασκαλία (Franke, Fennema, Carpenter, 1997 ).

#### **ΚΑΠΟΙΕΣ ΑΝΤΙΡΡΗΣΕΙΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΕΝΣΩΜΑΤΩΣΗ ΤΗΣ ΙΣΤΟΡΙΑΣ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΣΤΗ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ.**

Παρ' όλα τα οφέλη που προαναφέρθηκαν, «εξερευνώντας τη σκοπιμότητα της επιδίωξης να ενσωματωθεί η ιστορία των μαθηματικών στη μαθηματική εκπαίδευση» (Tzanakis, Arcavi, 2000, σελ. 202), έχουν προκύψει κάποια επιχειρήματα εναντίον μιας τέτοιας διδακτικής προσέγγισης. Μεταξύ τέτοιων επιχειρημάτων βρίσκουμε ότι :

- (1) η ιστορία των μαθηματικών δεν είναι μαθηματικά,
- (2) η ιστορία των μαθηματικών μπορεί να προκαλέσει σύγχυση στους μαθητές, μάλλον, παρά να τους βοηθήσει στην καλλίτερη κατανόηση του αντικειμένου,
- (3) οι δάσκαλοι στερούνται καθαρών κατευθύνσεων στο πώς να ενσωματώσουν με συνέπεια ιστορικά στοιχεία προκειμένου να βοηθήσουν τους μαθητές τους και να υπερβούν σκέψεις σχετικές με τα αποτελέσματα των εξετάσεων, μια θεώρηση που την μοιράζονται με τους γονείς και τους μαθητές,
- (4) η ενσωμάτωση της ιστορίας των μαθηματικών στη διδασκαλία απαιτεί πολύ χρόνο,

(5) υπάρχει μια γενικευμένη έλλειψη πηγών για χρήση στην τάξη,

(6) η μεγάλη πλειοψηφία των μαχόμενων δασκάλων στερείται γνώσης και ειδίκευσης στην ιστορία των μαθηματικών και δεν γνωρίζει πώς μπορεί να ενσωματωθεί στη μαθηματική εκπαίδευση (Streefland, 1996; Tzanakis, Arcavi, 2000).

### **ΠΩΣ ΜΠΟΡΕΙ Η ΙΣΤΟΡΙΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΝΑ ΕΝΣΩΜΑΤΩΘΕΙ ΣΤΗΝ ΑΙΘΟΥΣΑ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ ;**

Πριν εξετάσουμε κάποιους από τους τρόπους δουλειάς που είναι κατάλληλοι για μια επαρκή ενσωμάτωση της ιστορίας των μαθηματικών στη διδασκαλία, είναι σημαντικό να αναγνωρίσουμε τα στοιχεία-κλειδιά μιας τέτοιας ενσωμάτωσης : Τα προβλήματα και η επίλυσή τους. Τα προβλήματα και η επίλυση των προβλημάτων βρίσκονται στον πυρήνα της ιστορικής ανάπτυξης των μαθηματικών (Barbin, 1996; Ernest, 1998; Swetz, 2000b).

Η Furinghetti (2000 b), πρότεινε ένα μοντέλο για τα κύρια επίπεδα στη διαδικασία ενσωμάτωσης της ιστορίας των μαθηματικών στη διδασκαλία. Θεωρεί τα επίπεδα αυτά, ως εξής : (1) γνώση των πηγών, (2) επιλογή θεμάτων κατάλληλων για την τάξη, (3) ανάλυση των αναγκών της τάξης, (4) σχεδιασμός της δραστηριότητας στην τάξη, με βάση την καταλληλότητα των μέσων, τους στόχους, και το πλαίσιο της δραστηριότητας, (5) πραγματοποίηση του project, και (6) αξιολόγηση της δραστηριότητας.

Είναι ένα μοντέλο το οποίο ακολουθήσαμε, κατά το σχεδιασμό και την υλοποίηση της ερευνητικής δραστηριότητας των μαθητών.

Ας δούμε όμως κάποιους από τους τρόπους αξιοποίησης της ιστορίας των Μαθηματικών, στη διδασκαλία :

✓ Κάποιοι ερευνητές υποστηρίζουν ότι η ιστορία των μαθηματικών μπορεί να υποστηρίξει πιθανούς τρόπους εισαγωγής ενός μαθηματικού αντικειμένου κατά ένα φυσικό τρόπο, και γι' αυτό, προτείνουν μια διαισθητική προσέγγιση στη διδασκαλία, αξιοποιώντας τις ιστορικές πηγές. ( Avital, 1995; Davitt, 2000; Tzanakis, Thomaidis, 2000). Πράγματι,

*με τον ίδιο τρόπο που συμβαίνει στην ιστορία, η διδασκαλία στην οποία έχουμε μετάβαση από ειδικά παραδείγματα σε θεωρητική γενίκευση, θα βοηθήσει τους μαθητές να μεταπηδήσουν σ' ένα υψηλότερο επίπεδο (Avital, σελ. 6).*

✓ Κάποιες διδακτικές προσεγγίσεις χρησιμοποιούν ιστορικά κείμενα από πρωτότυπες ή δευτερεύουσες πηγές, ως ουσιώδες υλικό για τη διδασκαλία, θεωρώντας, εκτός των άλλων, ότι οι πρωτότυπες πηγές βοηθούν τους μαθητές να δουν τα μαθηματικά ως μια ανθρώπινη δραστηριότητα (Barbin, 1991, Furingetti, 1997, Arcavi, 1985, 1987, Arcavi, Bruckheimer, 1982, 2000).

✓ Μια άλλη πρόταση διδακτικής ανάλυσης είναι αυτή, η οποία μπορεί να ενσωματώσει ιστορικά δεδομένα στη διδακτική στρατηγική, με τέτοιο τρόπο ώστε η Ιστορία να μην είναι ορατή ως κυρίαρχο στοιχείο, στην αίθουσα διδασκαλίας. Γι' αυτό η ιστορία

*δεν είναι ένας στόχος καθ' εαυτός, αλλά ένα διδακτικό δρομολόγιο δημιουργείται....διατηρώντας πάντα στο μυαλό τον διδακτικό στόχο ( Barbin, Menghini, 2000, σελ.86).*

Μια τέτοια ενσωμάτωση της ιστορίας των μαθηματικών στη διδακτική δραστηριότητα, θέτει ως προτεραιότητα την

*...επανακατασκευή (reconstruction), στην οποία η ιστορία υπεισέρχεται σιωπηρά ...και μπορούν να χρησιμοποιηθούν έννοιες, μέθοδοι και συμβολισμοί οι οποίοι εμφανίστηκαν αργότερα [ιστορικά] από το θέμα που εξετάζεται, έχοντας κατά νου ότι ο κύριος διδακτικός στόχος είναι να κατανοηθούν τα μαθηματικά στη σύγχρονη μορφή τους (Tzanakis, Arcavi, 2000, σελ.210).*

✓ Οι δάσκαλοι μπορούν να σχεδιάσουν ερευνητικές μαθητικές δραστηριότητες με στόχο την προώθηση της ομαδικής συνεργασίας (ομάδες εργασίας). Τέτοιες δραστηριότητες επιτρέπουν στους μαθητές να κάνουν μαθηματικά με τρόπους διαφορετικούς από εκείνους που έχουν συνηθίσει και οδηγούν τους μαθητές να αναλογισθούν την αξία των εναλλακτικών λύσεων και την ισχύ των μοντέρνων μαθηματικών (van Maanen, 1991). Οι δάσκαλοι θα πρέπει να ενθαρρύνουν τους μαθητές να αποκτήσουν εμπειρία πάνω σε ιστορικά υλικά, με στόχο να αναπτύξουν περισσότερες ερευνητικές πρακτικές, που περιλαμβάνουν μελέτη, έρευνα για σχετικές πληροφορίες σε βιβλιοθήκες και στο δίκτυο, και τεκμηρίωση των ευρημάτων (Fauvel, van Maanen, 1997). Οι πραγματικά εμπνευσμένες από την ιστορία δραστηριότητες μπορούν να κάνουν τους μαθητές, αρχαιολόγους των μαθηματικών (Swetz, 1989, 2000b).

✓ Οι μαθητές μπορούν να τιμήσουν τα γενέθλια ενός μαθηματικού, ερευνώντας την ζωή και το έργο του, ακόμα και αν δεν σχετίζεται με το θέμα του μαθήματος. Εφοδιάζοντάς τους με πληροφορίες για τη ζωή τους και το έργο τους, οι μαθητές είναι ικανοί να δουν ότι η γένεση των μαθηματικών ιδεών είναι μια ανθρώπινη και διαρκώς εξελισσόμενη δραστηριότητα, και μπορούν (και πρέπει) να έχουν μια αρκετά καθαρή εικόνα των πολιτικών, οικονομικών, πολιτισμικών, και κοινωνικών πλαισίων στα οποία εκείνοι οι μαθηματικοί έζησαν και των οποίων οι μαθηματικές ιδέες γεννήθηκαν και αναπτύχθηκαν (Barbin, 1991; Swetz, 1989).

## **Ο ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΤΗΣ ΜΑΘΗΤΙΚΗΣ ΕΡΕΥΝΗΤΙΚΗΣ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑΣ**

Υπήρξε έντονος προβληματισμός για το κατά πόσο είναι δυνατόν, μαθητές, για τους οποίους υπήρχε εκτίμηση από τους διδάσκοντες ότι «είναι αδύνατοι και με περιορισμένο ενδιαφέρον», να υλοποιήσουν μια ερευνητική δραστηριότητα, η οποία μάλιστα να σχετίζεται με μαθηματικά. Θεωρήσαμε, ωστόσο, πρόκληση τόσο για τους μαθητές όσο και για τους δασκάλους, την άποψη που εκφράζουν οι ερευνητές ότι η ιστορία μπορεί, με κατάλληλο τρόπο, να ενσωματωθεί στη διδασκαλία των μαθηματικών άμεσα ή έμμεσα, σ' όλα τα ηλικιακά επίπεδα και ανεξάρτητα από το εύρος των ικανοτήτων (Fauvel, 1991; Philippou, Christou, 1998; Swetz κ.ά., 1995).

Αφετηρία για την εργασία αυτή των μαθητών της Β' τάξης του 9<sup>ου</sup> Γυμνασίου, απετέλεσαν, αφ' ενός μεν η διδασκαλία του Πυθαγορείου Θεωρήματος στο μάθημα των Μαθηματικών, αφ' ετέρου δε, το κείμενο « Η τεχνολογία στη Σάμο» του βιβλίου « Αρχαία Ελλάδα- ο τόπος και οι άνθρωποι», που διδάχθηκε στο μάθημα των Αρχαίων Ελληνικών από μετάφραση.

Σύμπραξη, λοιπόν, φιλολογίας και μαθηματικών, για μια ιστορική προσέγγιση της ανάπτυξης του πολιτισμού και των μαθηματικών στη Σάμο του 6<sup>ου</sup> – 5<sup>ου</sup> π.χ. αιώνα αλλά και των συνεχιστών του Πυθαγόρα (σε ότι αφορά στα μαθηματικά).

Η εργασία αυτή εντάχθηκε στα πλαίσια του πολιτιστικού προγράμματος με τίτλο «*Το ιστορικό και πολιτιστικό περιβάλλον της Σάμου του 6<sup>ου</sup> – 5<sup>ου</sup> π.χ. αιώνα. Τα μεγάλα έργα και η ανάπτυξη των Μαθηματικών*». Η προσπάθεια διήρκεσε 6, περίπου, μήνες. Τα αποτελέσματα της

δραστηριότητας αυτής τυπώθηκαν σε περιορισμένο αριθμό αντιτύπων και παρουσιάστηκαν από τους ίδιους τους μαθητές, σε μια εκδήλωση η οποία πραγματοποιήθηκε στο τέλος της σχολικής χρονιάς στο σύνολο των μαθητών της τάξης τους. Ακόμα, παρουσιάστηκαν στα πλαίσια ενός forum μαθητικών δραστηριοτήτων, που οργάνωσε η τοπική αυτοδιοίκηση.

Στην αρχική συζήτηση που έγινε με τους μαθητές σχετικά με το περιεχόμενο και τους στόχους της έρευνας, συμφωνήθηκαν τα εξής:

1. Να καταδειχτεί ότι η ανάπτυξη της τεχνολογίας και των επιστημών ( και ιδιαιτέρως των Μαθηματικών) στη Σάμο του 6<sup>ου</sup> – 5<sup>ου</sup> π.χ. αιώνα δεν ήταν ανεξάρτητη από τις ιστορικές, οικονομικές, πολιτικές και κοινωνικές συνθήκες αυτής της περιόδου στο νησί και γενικότερα στην Ιωνία.

2. Να καταδειχθεί η σχέση των μαθηματικών και της τεχνολογίας της εποχής ( μεγάλα έργα : Ευπαλίνειο όρυγμα, Ηραίο κ.α.) και να φανεί ότι τα μαθηματικά αποτελέσαν τη βάση της ανάπτυξης της φιλοσοφικής σκέψης των Πυθαγορείων.

3. Να παρουσιαστούν σε γενικές γραμμές, οι απόψεις των Πυθαγορείων για τους αριθμούς, τη μουσική, τη φιλοσοφία, τη δικαιοσύνη κ.α.. και να γίνει αναφορά στους επιφανέστερους Πυθαγορείους και στο έργο τους.

4. Να δοθεί βιβλιογραφία στους μαθητές, πέρα από την έρευνα που οι ίδιοι θα έκαναν, προσφεύγοντας σε βιβλιοθήκες, στο διαδίκτυο κλπ. Επισημάνθηκε η ανάγκη αναφοράς των πηγών κατά την εκπόνηση της έρευνας, ώστε η εργασία να αποτελέσει ένα έγκυρο και αξιόπιστο κείμενο.

5. Συμφωνήθηκε ακόμα, να καταγραφούν πληροφορίες και μαθηματικές σχέσεις, τις οποίες οι μαθητές δεν θα ήταν σε θέση να κατανοήσουν πλήρως, που θα έδιναν ωστόσο επάρκεια και σχετική πληρότητα στην παρουσίαση της έρευνας. Ο καθηγητής των μαθηματικών δεσμεύτηκε να δώσει εξηγήσεις και πρόσθετες πληροφορίες σε μαθηματικά ζητήματα τα οποία οι μαθητές δεν θα μπορούσαν να κατανοήσουν.

### **ΜΕ ΠΟΙΟ ΤΡΟΠΟ ΔΟΥΛΕΨΕ Η ΟΜΑΔΑ**

□ Δήλωσαν συμμετοχή στο πρόγραμμα και πήραν μέρος στην έρευνα συνολικά 28 μαθητές της Β΄ Γυμνασίου. Τέθηκε ως πρώτος στόχος η διερεύνηση της σχετικής βιβλιογραφίας η οποία τους δόθηκε και η καταγραφή του υλικού. Παρά την επιφυλακτική στάση την οποία είχαμε αρχικά, ως προς τη δυνατότητα των μαθητών να αξιοποιήσουν μια βιβλιογραφία η οποία δεν ενδείκνυται για την ηλικίας τους, αποφασίσαμε να τους δώσουμε φωτοτυπημένα αποσπάσματα των βιβλίων σε συγκεκριμένες περιοχές (πχ. Το Πυθαγόρειο Θεώρημα και οι αποδείξεις του από το κείμενο του Eves, «Οι μεγάλες στιγμές των Μαθηματικών», ο σχεδιασμός του Ευπαλίνειου ορύγματος από το βιβλίο του Van der Waerden, «Η αφύπνιση της Επιστήμης», η φιλοσοφία των Πυθαγορείων και οι απόψεις τους για τους αριθμούς, τη μουσική κ.ά., από το βιβλίο των Τσέλλερ – Νεστλέ, «Η Ιστορία της Ελληνικής Φιλοσοφίας», κλπ.), ώστε να μη χαθούν σε δυσνόητα μονοπάτια και άλλη θεματολογία. Τα βιβλία παρέμειναν στη διάθεσή τις για πρόσθετες πληροφορίες.

□ Δημιουργήθηκαν έξι (6) ομάδες μαθητών-μαθητριών και επεξεργάστηκαν διαφορετικές θεματολογικές ενότητες. Οι ενότητες και το περιεχόμενό τους αποτελέσαν και τα κεφάλαια της εργασίας όπως καταγράφονται παρακάτω στη δομή της εργασίας. Το σύνολο των κειμένων που βρέθηκαν από την έρευνα των παιδιών ( βιβλιοθήκες, διαδίκτυο, σχολικά και άλλα βιβλία), δόθηκαν σε όλες τις ομάδες για μελέτη, κρίση και επιλογή του προς δημοσίευση υλικού. Οι ομάδες συνεδρίαζαν κάθε βδομάδα, ανεξάρτητα η μία από την άλλη. Με ευθύνη της ομάδας

υπήρχε καταμερισμός εργασιών στο κάθε μέλος της ομάδας. Οι συνεδριάσεις αυτές γίνονταν είτε στο χώρο του σχολείου (πριν την έναρξη των μαθημάτων της απογευματινής βάρδιας), ή εκτός σχολείου. Κάθε βδομάδα επίσης, οι καθηγητές που είχαν την ευθύνη του προγράμματος, σε κοινή συνεδρίαση με τους μαθητές συντόνιζαν τις ομάδες, έκαναν υποδείξεις και έθεταν ερωτήματα για περαιτέρω επεξεργασία. Οι συναντήσεις αυτές γίνονταν στο χώρο του σχολείου, σε ώρες εκτός του ωρολογίου προγράμματος.

□ Συγκροτήθηκε βμελής συγγραφική ομάδα με στόχο να καταγράψει τις παρατηρήσεις και το υλικό που συγκεντρώθηκε από τις ομάδες και να παρουσιάσει ένα προσχέδιο της εργασίας.

□ Τέλος μια επιτροπή 5 μαθητών επιμελήθηκε το τελικό κείμενο και είχε την ευθύνη της έκδοσης. Τα κείμενα πληκτρολογήθηκαν από τα μέλη της συγγραφικής ομάδας, τους επιμελητές και άλλους μαθητές που πήραν μέρος στο πρόγραμμα. Οι υπεύθυνοι καθηγητές βοήθησαν στο «στήσιμο» του τελικού κειμένου, για να προχωρήσει η έκδοση.

### Η ΔΟΜΗ ΤΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Η εργασία περιλαμβάνει επτά ενότητες :

1. Στον πρόλογο, αναφέρονται οι στόχοι και η μεθοδολογία της έρευνας.
2. Το ιστορικό, πολιτικό και πολιτιστικό πλαίσιο της Σάμου και της Ιωνίας του 6<sup>ου</sup> – 5<sup>ου</sup> π. Χ. αιώνα.
3. Τα μεγάλα έργα τα οποία έγιναν στη Σάμο τον 6<sup>ο</sup> π. Χ. αιώνα, από τον τύραννο Πολυκράτη, με ιδιαίτερη αναφορά στο ναό της Ήρας και στο Ευπαλίνειο όρυγμα ( με αναφορές στη μαθηματική σχεδιάσή του).
4. Τη γένεση των μαθηματικών στον Ελλαδικό χώρο.
5. Τον Πυθαγόρα και τους Πυθαγόρειους ( με βιογραφικά στοιχεία και πληροφορίες για τον Πυθαγόρα από τους Έλληνες φιλοσόφους της εποχής, τους σπουδαιότερους Πυθαγορείους και το έργο τους, πληροφορίες για τη φιλοσοφία, τη μουσική, τα αριθμητικά των Πυθαγορείων).
6. Το Πυθαγόρειο Θεώρημα. Κάποιες από τις αποδείξεις και σχόλια, όπως καταγράφονται στο βιβλίο του Eves «Οι μεγάλες στιγμές των Μαθηματικών».
7. Τα παραρτήματα, όπου παρουσιάζονται, τα αντίστοιχα αποσπάσματα των σχολικών βιβλίων της Β΄ τάξης του Γυμνασίου και της Β΄ τάξης του Λυκείου, τα οποία αφορούν στο Πυθαγόρειο Θεώρημα.

### ΣΧΟΛΙΑ ΚΑΙ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

Αφορμή για τον σχεδιασμό και την υλοποίηση αυτής της δραστηριότητας, στάθηκε η αντίδραση κάποιου μαθητή, στο εισαγωγικό μάθημα του Πυθαγορείου Θεωρήματος. «Τι μας νοιάζει εμάς, κύριε, τι έκανε ο Πυθαγόρας ; Γιατί να παιδευόμαστε με πράγματα που έγιναν πριν 3000 χρόνια;». Είναι μια στάση με την οποία βρισκόμαστε συχνά αντιμέτωποι στην αίθουσα διδασκαλίας. Και πολλές φορές δυσκολευόμαστε να εξηγήσουμε τόσο τη χρηστικότητα του αντικειμένου που διδάσκουμε, όσο και να ερμηνεύσουμε τη στάση και τις αντιλήψεις των μαθητών μας για τα μαθηματικά. Αντιλήψεις οι οποίες εκπορεύονται από την πεποίθηση ότι τα μαθηματικά δεν έχουν σχέση με τις άλλες πτυχές της ανθρώπινης δραστηριότητας, δεν προκύπτουν ως αποτέλεσμα μιας επίπονης και μακρόχρονης προσπάθειας να αντιμετωπιστούν προβλήματα και προκλήσεις που θέτει, σε κάθε ιστορική περίοδο, το οικονομικό, πολιτισμικό και ιστορικό γίγνεσθαι.

Τα μαθηματικά, για ένα μεγάλο αριθμό μαθητών, είναι αποτέλεσμα κάποιων «σπουδαίων αλλά νοσηρών» εγκεφάλων που γράφουν δυσνόητα πράγματα, τα οποία μπορεί να έχουν αξία για «προχωρημένα πράγματα τα οποία εμείς δεν καταλαβαίνουμε» και θα μπορούσαν να ενδιαφέρουν μόνο εκείνους που «πάνε για μαθηματικοί». Αυτά μου είπαν αρκετοί μαθητές, όταν κλήθηκαν να δώσουν απάντηση στην ερώτηση «τι νομίζετε ότι είναι τα μαθηματικά ;»

Η αφορμή δόθηκε από τους μαθητές και ο μαθηματικός και φιλόλογος, προτίμησαν αντί της «καθιερωμένης αγορεύσεως δια την χρησιμότητα της επιστήμης και του μαθήματος», να προκαλέσουν το ενδιαφέρον των μαθητών.

Οι μαθητές δυσκολεύτηκαν στην αρχή να πιστέψουν ότι είναι ικανοί να ερευνήσουν μαθηματικές περιοχές άγνωστες σ' αυτούς. Αιτιολόγησαν την αρχική δυσπιστία τους, λέγοντας ότι δυσκολεύονται να κατανοήσουν το μάθημα το οποίο διδάσκεται, πόσο μάλλον να τους ζητηθεί «κολύμπι σε βαθιά νερά». Κάποιοι εξάρτησαν τη συμμετοχή τους από το αν θα βαθμολογηθεί ή όχι η δραστηριότητα. Κάποιοι άλλοι συμμετείχαν για να κάνουν καλή εντύπωση στο μαθηματικό και τον φιλόλογο. Κάποιοι δήλωσαν πως δεν έχουν χρόνο λόγω πολλών εξωσχολικών δραστηριοτήτων.

Στην πορεία ζήτησαν να ενταχθούν και άλλοι ( μεταξύ αυτών και δύο από τους μαθητές οι οποίοι είχαν αντιδράσει αρνητικά στην αρχή ). Κάποιοι οι οποίοι δεν δούλεψαν, ζήτησαν να μη συμπεριληφθούν στη δημοσίευση ( στάση ευθύνης απέναντι σε μια ομαδική δουλειά).

### **ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΤΗΣ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑΣ**

Η αξιολόγηση της δραστηριότητας και οι διαπιστώσεις που ακολουθούν δεν προέκυψαν από μια συστηματική ανάλυση των δεδομένων ( ερωτηματολόγια, ατομικές συνεντεύξεις). Είναι αποτέλεσμα παρατήρησης της στάσης των μαθητών, τόσο κατά τη διάρκεια υλοποίησης της δραστηριότητας, όσο και στο μάθημα. Είναι συμπεράσματα που προέκυψαν από το διάλογο που αναπτύχθηκε μεταξύ δασκάλων και μαθητών σ' αυτήν την εξάμηνη πορεία. Ενός διαλόγου που δημιούργησε, κατά την γνώμη μας, ένα θετικό κλίμα στο, κατά τα άλλα, ανταγωνιστικό σχολικό περιβάλλον. Είναι οι διαπιστώσεις τόσο των παιδιών, όπως διατυπώνονταν στη διάρκεια των συνεδριάσεων, όπως καταγράφηκαν σ' ένα πρόχειρο ημερολόγιο των συζητήσεων, όσο και των δασκάλων τους που συμμετείχαν σ' αυτές.

Κωδικοποιώντας τα οφέλη αυτής της προσπάθειας, σημειώνουμε :

1. Η πλειοψηφία των μαθητών που συμμετείχαν στο πρόγραμμα παρουσίασε μια αξιολόγηση ερευνητική δραστηριότητα. Ερεύνησαν τη σχολική βιβλιοθήκη, αξιοποίησαν τη βιβλιογραφία που τους δόθηκε, διασταύρωσαν πληροφορίες, αξιολόγησαν το υλικό που βρήκαν στο δίκτυο και το συνέκριναν με τις πηγές τις οποίες θεώρησαν αξιόπιστες. Ταξινόμησαν το υλικό το οποίο κατέγραψαν και το αξιολόγησαν στις συνεδρίες των ομάδων εργασίας. Καθόρισαν τη δομή της εργασίας ώστε να αποτελέσει ένα πλήρες σύνολο με χαρακτηριστικά επιστημονικού κειμένου ( αναφορές στη βιβλιογραφία κλπ.).
2. Οι μαθητές συνειδητοποίησαν ότι τα διάφορα επιστημονικά πεδία δεν είναι ανεξάρτητα και άσχετα μεταξύ τους. Η ιστορική έρευνα έφερε στο προσκήνιο την άμεση αλληλεπίδραση των μαθηματικών, της φιλοσοφίας, της θεολογίας, των τεχνών και των εφαρμοσμένων επιστημών. Κατανόησαν ότι αυτή η σχέση δεν υπήρξε μόνο στο παρελθόν για να ξαντληθεί στην πορεία, ως αποτέλεσμα της διεύρυνσης και της εξειδίκευσης των επιστημονικών περιοχών. Είναι μια σχέση η οποία συνδέεται άμεσα με το «σώμα» του υλικού και πνευματικού πολιτισμού ο οποίος εξελίσσεται και αλλάζει στη πορεία του χρόνου.



3. Για πρώτη φορά, κατά δήλωσή τους, οι μαθητές αντιμετώπισαν τα μαθηματικά όχι ως μάθημα, αλλά ως «πολιτισμικό αγαθό», ως προϊόν της ανθρώπινης σκέψης στα πλαίσια ενός συγκεκριμένου κοινωνικοοικονομικού περιβάλλοντος. Η εικόνα την οποία έχουν, ότι τα μαθηματικά είναι ένα σύνολο συμβόλων, σχέσεων, τύπων και διαδικασιών οι οποίες λειτουργούν ως «συνταγές» για την αντιμετώπιση του μαθήματος και των σχολικών ασκήσεων, δέχτηκε ισχυρό πλήγμα. Δεν πρέπει, ωστόσο, να υπάρχουν αυταπάτες ότι μπορούν εύκολα να αλλάξουν οι αντιλήψεις των μαθητών, όταν η κυρίαρχη στάση απέναντι στα μαθηματικά είναι αυτή η οποία τα θεωρεί ως «αναγκαίο κακό προκειμένου να πάρει κάποιος απολυτήριο Λυκείου ή να περάσει στο Πανεπιστήμιο».
4. Στην εργασία καταγράφονται πολλές νέες έννοιες, τις οποίες υπογράμμισαν οι μαθητές και ζήτησαν εξηγήσεις. Ενδιαφέρθηκαν να μάθουν για τα άλυτα προβλήματα της Αρχαιότητας, τη σχέση μουσικής και μαθηματικών, για τους τρίγωνα, τετράγωνα και πεντάγωνα αριθμούς, τους τέλειους και τους φίλιους αριθμούς, για την κατασκευή των πυθαγόρειων τριάδων κ.ά. Ασχολήθηκαν δηλ. με θέματα τα οποία μάλλον δεν θα ξανασυναντήσουν στην εκπαιδευτική τους διαδρομή, σε οποιαδήποτε βαθμίδα.
5. Σημαντικό όφελος για τους μαθητές, από αυτή τη διαπραγμάτευση, υπήρξε η αποδοχή εκ μέρους τους της αναγκαιότητας για αποδεικτικές προσεγγίσεις. Επιχείρησαν να καταγράψουν αποδείξεις του πυθαγορείου θεωρήματος, μέσα από τη βιβλιογραφία, και να τις κατανοήσουν (μερικοί μαθητές τα κατάφεραν θαυμάσια). Με αφορμή όμως αυτές τις αποδεικτικές προσεγγίσεις, έγινε έντονος διάλογος για την ανάγκη της μαθηματικής απόδειξης, ως ουσιώδους στοιχείου στην ανάπτυξη και εξέλιξη των μαθηματικών και όχι μόνο.
6. Η θεματολογία της δραστηριότητας, έφερε στο προσκήνιο μαθηματικά αντικείμενα τα οποία ξεφεύγουν από την διδακτέα ύλη της Β΄ Γυμνασίου. Ο σχεδιασμός του Ευπαλίνειου ορύγματος με όμοια τρίγωνα δημιούργησε ερωτηματικά και απασχόλησε κάποιους μαθητές. Αυτοί ζήτησαν να επεκταθούμε πέραν του αναλυτικού προγράμματος, ώστε να κατανοήσουν το μαθηματικό μοντέλο του σχεδιασμού. Χωρίς να παραγνωρίζουμε τον κίνδυνο μιας εσφαλμένης διαπίστωσης, δεν θα ήταν άσκοπο να πούμε ότι η απαίτηση αυτή των μαθητών, αν μη τι άλλο, εμπεριέχει στοιχεία μοντελοποίησης, αναγνώρισης ότι μπορούμε να λύσουμε πραγματικά προβλήματα, κατασκευάζοντας και επιλύοντας το αντίστοιχο μαθηματικό μοντέλο.
7. Θα πρέπει με ιδιαίτερη έμφαση να σημειώσουμε τον ομαδικό, κοινωνικό χαρακτήρα της δραστηριότητας. Οι μαθητές έδρασαν ως ομάδα, χωρίς τη στείρα αντιπαράθεση της βαθμοθηρίας, ( η δραστηριότητα δεν συμπεριελήφθη στη βαθμολογία του μαθήματος), σε πλαίσια συνεργασίας. Τα μέλη της ομάδας ελέγχονταν από την ομάδα, η οποία συνεδρίαζε σε τακτά χρονικά διαστήματα τόσο για να αξιολογήσει το έργο των μελών της (υλοποίηση συγκεκριμένου έργου στα πλαίσια του καταμερισμού εργασιών, όπως η καταγραφή πληροφοριών από συγκεκριμένη πηγή, η πληκτρολόγηση και επεξεργασία κειμένων, η μελέτη και κωδικοποίηση των πληροφοριών των άλλων ομάδων, κ.ά). Η ανάπτυξη πρωτοβουλιών σε όλα τα στάδια της υλοποίησης της δραστηριότητας ( μελέτη, καταγραφή πληροφοριών, αξιολόγηση κειμένων, επιμέλεια έκδοσης, προετοιμασία παρουσίασης), ανέδειξε τα κοινωνικά χαρακτηριστικά της συνεργατικής μάθησης, την αλληλεπίδραση στα πλαίσια της ομαδικής εργασίας, την ανάπτυξη της ατομικής και συλλογικής ευθύνης.
8. Παρατηρήθηκε μια αλλαγή στάσης απέναντι στο μάθημα των μαθηματικών. Αυξήθηκε η συμμετοχή και η διάθεση διαλόγου και διαπραγμάτευσης στην αίθουσα διδασκαλίας. Μάλλον πρέπει να συσχετίσουμε αυτή την αλλαγή, με την ερευνητική δραστηριότητα και

την πορεία υλοποίησής της. Δεν μπορούμε να απαντήσουμε αν και κατά πόσο οι μαθητές έγιναν «ικανότεροι» στο μάθημα των μαθηματικών, ωστόσο το θετικό κλίμα που δημιουργήθηκε, τους έδωσε τη δυνατότητα να αμφισβητήσουν, να κάνουν εικασίες χωρίς το φόβο της απόρριψης, να πειραματιστούν, να κρίνουν.

## ΣΥΖΗΤΗΣΗ

Τα πολλά οφέλη της κατάλληλης ενσωμάτωσης της ιστορίας των μαθηματικών είναι, κατά την γνώμη μας, αναμφισβήτητα. Συμφωνούμε με τον Fauvel (1991), όταν παρότρυνε τους δασκάλους να κατανοήσουν πως

*... η επιπλέον δουλειά η οποία μπορεί να χρειάζεται κατ' αρχάς, απαιτεί μεγάλο χρονικό διάστημα αποζημίωσης ως προς την βελτίωση της επίτευξης των στόχων της μαθηματικής εκπαίδευσης. Αν και οι αλλαγές δεν θα ακολουθήσουν αμέσως από την ενσωμάτωση της ιστορίας των μαθηματικών στην διδασκαλία, μακροπρόθεσμα, η πρόοδος των μαθητών και τα κίνητρα για μάθηση θα βελτιωθούν.*

Δεν είναι εύκολη η επιλογή ιστορικού υλικού, ώστε να ενσωματωθεί στην τρέχουσα διδακτική πρακτική, όπως αυτή καθορίζεται από το αναλυτικό πρόγραμμα σπουδών. Απαιτείται κατ' αρχήν, επαρκής γνώση της ιστορίας των μαθηματικών από τους δασκάλους των μαθηματικών. Απαιτείται υποστήριξη ενός τέτοιου προσανατολισμού από τα προγράμματα σπουδών, σαφώς και συγκεκριμένα. Απαιτούνται βοηθήματα, για κάθε ηλικιακό επίπεδο, με αποδέκτες δάσκαλους και μαθητές, ώστε η ενσωμάτωση της ιστορίας στο μάθημα των μαθηματικών να βοηθάει στην κατανόηση, να κάνει το μάθημα πιο ελκυστικό, να καταδεικνύει την ανθρώπινη διάσταση της μαθηματικής εξέλιξης και όχι να μετατραπεί σε ένα ακόμα φορτίο στην πλάτη των μαθητών και των δασκάλων.

Το ιστορικό φορτίο της πατρίδας μας, δίνει τη δυνατότητα να συνδέσουμε τα σχολικά μαθηματικά με την ιστορία των μαθηματικών. Να συνδέσουμε πολλούς επιστημονικούς κλάδους και να συσχετίσουμε την ανάπτυξη των μαθηματικών με την φιλοσοφία, τις τέχνες, τον υλικό πολιτισμό. Να δείξουμε ότι τα μαθηματικά δεν είναι ένα κλειστό, τελειωμένο, αυστηρό και δυσνόητο σύστημα γνώσης, το οποίο έχει ελάχιστους αποδέκτες, αλλά ένα θαυμάσιο, διαρκώς εξελισσόμενο προϊόν του παγκόσμιου πνευματικού πολιτισμού.

Ίσως θα πρέπει να σκεφτούμε σοβαρά, την πρόταση που κατέθεσαν πολλοί ερευνητές (την χαρακτήρισαν πρώτης προτεραιότητας) και καταγράφεται στην διεθνή βιβλιογραφία (Fauvel, van Maanen, 1997; Furinghetti, 1997), για την συγκρότηση μιας ομάδας εργασίας αποτελούμενη από ιστορικούς των μαθηματικών, σχεδιαστές αναλυτικών προγραμμάτων και μαχόμενους εκπαιδευτικούς όλων των βαθμίδων, με στόχο την επεξεργασία ενός πλαισίου για την ενσωμάτωση της ιστορίας των μαθηματικών στη μαθηματική εκπαίδευση. Ενός πλαισίου, το οποίο, εκτός από τη φιλοσοφία ενός τέτοιου προσανατολισμού, θα καταγράφει, θα συνδέει και θα συγκεκριμενοποιεί «στιγμές» της ιστορίας με τα τρέχοντα αναλυτικά προγράμματα. Ο τομέας της διδακτικής του μαθηματικού τμήματος, μπορεί να διαδραματίσει καταλυτικό ρόλο σε μια τέτοια προσπάθεια, έχοντας τον συντονισμό της ομάδας εργασίας, προσανατολίζοντας τους μεταπτυχιακούς φοιτητές της διδακτικής στη μελέτη και αξιοποίηση της ιστορίας των μαθηματικών στη διδασκαλία, ενισχύοντας την σχετική έρευνα (διπλωματικές εργασίες, διδακτορικές διατριβές), θεσμοθετώντας προγράμματα επιμόρφωσης των εκπαιδευτικών στην ιστορία των μαθηματικών.

## ΑΝΑΦΟΡΕΣ

- Arcavi, A., 1985, *History of Mathematics as a component of Mathematics Teachers background*, Ph.D. Thesis, Rehovot: Weizmann Institute of Science.
- Arcavi, A., 1987, "Using Historical Materials in the Mathematics Classroom", *Arithmetic Teacher* **35** (4), 13-16.
- Arcavi, A., Bruckheimer, M., Ben-Zvi, R., 1982, "Maybe a Mathematics Teacher can Profit from the Study of the History of Mathematics", *For the Learning of Mathematics*, **3** (No1) 30-37.
- Arcavi, A., Bruckheimer, M., 2000 "Didactical uses of primary sources from the History of Mathematics", *Themes in Education*, **1** (No1) 55-74
- Avital, S. (1995). "*History of mathematics can help improve instruction and learning*". In F. Swetz, J. Fauvel, O. Bekken, B. Hohansson, & V. Katz (Eds.), *Learn from the masters*, (pp. 3 – 23). Washington DC: The Mathematical Association of America.
- Barbin, E. (1991). "*The reading of original texts: How and why to introduce a historical perspective*". *For the Learning of Mathematics* **11**(2), 12 – 14.
- Barbin, E. & Menghini, M. (2000). "*On potentialities, limits, and risks*". In J. Fauvel & J. van Maanen (Eds.), *History in Mathematics Education: The ICMI Study*", p(p. 86 – 90). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Barbin, E. (1996). "*The role of problems in the history and teaching of mathematics*". In R. Calinger (Ed.), *Vita mathematica: Historical research and integration with teaching*, (pp. 17 – 25). Washington, DC: The Mathematical Association of America.
- Barbin, E. (2000). "*Integrating history*": Research perspectives. In J. Fauvel & J. van Maanen (Eds.), *History in Mathematics Education: The ICMI Study*", (pp. 63 – 90). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Davitt, R. M. (2000). "*The evolutionary character of mathematics*". *Mathematics Teacher* **93**(8), 692 – 694.
- Ernest, P. (1998). "*The history of mathematics in the classroom*". *Mathematics in School*, **27**(4), 26 – 31.
- Fasanelli, F. (2000). "*The political context*". In J. Fauvel & J. van Maanen (Eds.), *History in mathematics education: An ICMI book*, (pp. 1 – 38). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Fauvel, J. (1991). "*Using history in mathematics education*". *For the Learning of Mathematics*, **11**(2), 3 – 6.
- Fauvel, J. & van Maanen, J. (1997). "*The role of the history of mathematics in the teaching and learning of mathematics*": Discussion document for an ICMI study (1997 – 2000). *Mathematics in School*, **26**(3), 10 – 11.
- Fauvel, J. & van Maanen, J. (Eds.). (2000). "*History in Mathematics Education: The ICMI study*". Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Furinghetti, F. (1997). "*History of mathematics, mathematics education, school practice: Case studies in linking different domains*". *For the Learning of Mathematics*, **17**(1), 55 – 61.
- Furinghetti, F. (2000b). "*The long tradition of history in mathematics teaching*". In V. Katz (Ed.), *Using history to teach mathematics: An international perspective*, (pp. 49– 58). Washington, DC: The Mathematical Association of America.
- Furinghetti, F. & Somaglia, A. (1998). "*History of mathematics in school across disciplines*". *Mathematics in School*, **27**(4), 48 – 51.
- Furinghetti, F. (2002). "*On the role of the history of mathematics in mathematics education*", lecture at 2<sup>nd</sup> ICTM, Crete, Greece.
- Grugnetti, L. & Rogers, L. (2000). "*Philosophical, multicultural, and interdisciplinary issues*". In J. Fauvel & J. van Maanen (Eds.), "*History in Mathematics Education: The ICMI Study*", (pp. 39 – 62). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Franke, M. L., Fennema, E., & Carpenter, T. (1997). "*Teachers creating change: Examining evolving beliefs and classroom practices*". In E. Fennema & B. Scott Nelson (Eds.), *Mathematics teachers in transition*, (pp. 255 – 282). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.
- Philippou, G. & Christou, C. (2001). "*History of mathematics in a preservice program and some results*". In P. Radelet-de-Grave (Ed.), *Proceedings of the Third European Summer University on History and Epistemology in Mathematics Education: From Play School to University*, (Vol. 1, pp. 271 – 286). Louvain-la-Neuve and Leuven, Belgium, July 15 – 21, 1999.
- Radford, L., Katz, V., Dorier, J-P., Bekken, O., & Sierpiska, A. (2000). "*The role of historical analysis in predicting and interpreting students' difficulties in mathematics*". In J. Fauvel & J. van Maanen (Eds.), "*History in Mathematics Education: The ICMI Study*", (pp. 149 – 154). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

- Streefland, L. (1996). “*Negative numbers: Reflections of a learning researcher*”. Journal of Mathematical Behavior, 15(1), 57 – 77.
- Swetz, F. (1995a). “*Some not so random thoughts about the history of mathematics – its teaching, learning, and textbooks*”. PRIMUS, 5(2), 97 – 107.
- Swetz, F. (2000b). „*Problem solving from the history of mathematics*”. In V. Katz (Ed.), Using history to teach mathematics: An international perspective, (pp. 59 – 65). Washington, DC: The Mathematical Association of America.
- Thomaidis, Y. (1991). “*Historical digressions in Greek geometry lessons*”. For the Learning of Mathematics, 11(2), 37 – 43.
- Tzanakis, C. & Arcavi, A. (2000). “*Integrating history of mathematics in the classroom: An analytic survey*”. In J. Fauvel & J. van Maanen (Eds.), “History in Mathematics Education: The ICMI Study”, (pp. 201 – 240). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Tzanakis, C. & Thomaidis, Y. (2000). “*Integrating the close historical development of mathematics and physics in mathematics education: Some methodological and epistemological remarks*”. For the Learning of Mathematics, 20(1), 44 – 55.
- van Maanen, J. (1997). “*New maths may profit from old methods*”. For the Learning of Mathematics, 17(2), 39 – 46.
- Wilson, P. S. & Chauvot, J. B. (2000). « *Who? How? What? A strategy for using history to teach mathematics*”. Mathematics Teacher, 93(8), 642 – 645.

### ABSTRACT

The history of Mathematics can play a crucial role in high school education. In a broader historical process, Mathematics can be perceived as a form of civilization creativity. The study of the history of Mathematics is a tool for understanding better the relation between the humanity and the mathematical knowledge. To this end, interconnecting different subjects can be helpful in various aspects; in the development of pupils’ research activities, in the improvement of their correlation ability and in the understanding of the interdependence of scientific domains. The pinnacle of the aforementioned aspects is the pupils’ comprehension that in the course of time, mathematics is a major product of human development.

Furthermore, pupils are able to realize that mathematics is not a closed, strict, finished knowledge, but a vital and lively process of transformation and development.

The cooperation of mathematics and literature teachers with 2<sup>nd</sup> year high school students (14 years old), led to a research activity, which lasted for 6 months; its theme was “ **The History and the cultural environment of Samos in the 6<sup>th</sup>- 5<sup>th</sup> B.C. The great works and the development of Mathematics**”. The activity included the creation of working groups, within which the pupils studied and understood the history of mathematics as embedded in the historical and cultural context in which they were developed; ever since their work is going to be published. The aforementioned research was conducted during the academic year 1999-2000.