ΓΥΜΝΑΣΙΟ ΚΑΝΑΛΙΩΝ ΜΑΓΝΗΣΙΑΣ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Α΄ ΤΑΞΗ

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΙ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΩΡΙΑΣ ΓΙΑ ΤΙΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ ΣΤΗΝ

ΑΛΓΕΒΡΑ

ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ 2019 – 2020

ΜΕΡΟΣ Α: Αριθμητική - Άλγεβρα

1. Ποιοι αριθμοί ονομάζονται φυσικοί και ποια είναι η χαρακτηριστική τους ιδιότητα;

Οι αριθμοί 0, 1, 2, 3, 4, …. 98, 99, 100, 101, … ονομάζονται φυσικοί αριθμοί.

Η χαρακτηριστική τους ιδιότητα είναι: « Κάθε φυσικός αριθμός έχει ένα προηγούμενο και ένα επόμενο φυσικό αριθμό εκτός από το 0 που έχει μόνο επόμενο.

2. Ποιες είναι οι δύο κατηγορίες που χωρίζονται οι φυσικοί;

Οι φυσικοί αριθμοί χωρίζονται σε δύο κατηγορίες: τους ***άρτιους ή ζυγούς*** και τους ***περιττούς ή μονούς***.

3. Ποιοι Φυσικοί αριθμοί ονομάζονται άρτιοι και ποιοι περιττοί; Άρτιοι ονομάζονται οι φυσικοί αριθμοί που διαιρούνται με το δύο. Περιττοί ονομάζονται οι φυσικοί αριθμοί που δεν διαιρούνται με το δύο.

4. Τι ονομάζουμε στρογγυλοποίηση ενός φυσικού αριθμού;

Ονομάζουμε ***στρογγυλοποίηση*** ενός φυσικού αριθμού τη διαδικασία με την οποία τον αντικαταστούμε με κάποιον άλλο φυσικό λίγο μικρότερο ή λίγο μεγαλύτερο του.

Α. 1. 2

5. Ποιες είναι οι ιδιότητες της πρόσθεσης των φυσικών ;

Οι ιδιότητες της πρόσθεσης των φυσικών είναι:

- Η ***αντιμεταθετική*** ιδιότητα σύμφωνα με την οποία μπορούμε να αλλάξουμε τη σειρά των προσθετέων ενός αθροίσματος.

  Δηλαδή αν οι α, β είναι φυσικοί αριθμοί τότε $\alpha + \beta = \beta + \alpha$
- Το άθροισμα ενός φυσικού αριθμού με το μηδέν ισούται με τον ίδιο τον αριθμό. Δηλαδή αν ο α είναι φυσικός $\alpha + 0 = 0 + \alpha = \alpha$
- Η ***προσεταιριστική*** ιδιότητα σύμφωνα με την οποία αν έχουμε ένα άθροισμα τριών προσθετέων α, β, γ ισχύει $(\alpha + \beta) + \gamma = \alpha + (\beta + \gamma)$

6. Πως ορίζεται η πράξη της αφαίρεσης στους φυσικούς και πότε αυτή μπορεί να εκτελεστεί;

- ***Αφαίρεση*** είναι η πράξη με την οποία, όταν δίνονται δυο αριθμοί, *Μ (μειωτέος)* και *Α (αφαιρετέος)* βρίσκουμε έναν αριθμό *Δ (διαφορά)*, ο οποίος όταν προστεθεί στο *Α* δίνει το **Μ**.
- Στους φυσικούς αριθμούς ο αφαιρετέος Α πρέπει να είναι πάντα μικρότερος ή ίσος του μειωτέου Μ. Σε αντίθετη περίπτωση η πράξη της αφαίρεσης δεν είναι δυνατόν να εκτελεστεί.

7. Ποιες είναι οι ιδιότητες του πολλαπλασιασμού των φυσικών;

Οι ιδιότητες του πολλαπλασιασμού των φυσικών είναι:

- Η ***αντιμεταθετική*** ιδιότητα σύμφωνα με την οποία μπορούμε να αλλάξουμε τη σειρά των παραγόντων ενός γινομένου.

  Δηλαδή αν οι α, β είναι φυσικοί αριθμοί τότε $\alpha\,\beta = \beta\,\alpha$
- Το γινόμενο ενός φυσικού αριθμού με τη μονάδα ισούται με τον ίδιο τον αριθμό. Δηλαδή αν ο α είναι

φυσικός $\alpha\, 1 = 1\, \alpha = \alpha$

- Το γινόμενο ενός φυσικού αριθμού με το μηδέν ισούται με το μηδέν. Δηλαδή αν ο ***α*** είναι φυσικός

  $\alpha\, 0 = 0\, \alpha = 0$

- Η ***προσεταιριστική*** ιδιότητα σύμφωνα με την οποία αν έχουμε ένα γινόμενο τριών παραγόντων ***α, β, γ*** ισχύει $(\alpha\beta)\, \gamma = \alpha(\beta\gamma)$

8. Τι λέει η επιμεριστική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού ως προς την πρόσθεση και τι ως προς την αφαίρεση;

$$\alpha(\beta + \gamma) = \alpha\beta + \alpha\gamma \qquad \text{και} \quad \alpha(\beta - \gamma) = \alpha\beta - \alpha\gamma$$

Α. 1. 3

9. Τι ονομάζεται νιοστή δύναμη ενός φυσικού αριθμού α, πως συμβολίζεται και πως ονομάζονται τα μέρη της;

Ονομάζεται νιοστή δύναμη ενός φυσικού αριθμού ***α,*** και συμβολίζεται με α^ν, το γινόμενο ***ν*** παραγόντων ίσων με το ***α***.

Δηλαδή αν ο ***α*** είναι φυσικός $\alpha^\nu = \underbrace{\alpha\, \alpha\, \alpha\, \alpha \ldots \alpha\, \alpha}_{\nu \text{ παράγοντες}}$

το ***α*** λέγεται ***βάση*** της δύναμης και το ***ν*** λέγεται εκθέτης της δύναμης.

10. Πως αλλιώς διαβάζονται η δεύτερη και η τρίτη δύναμη ενός φυσικού αριθμού α και με τι είναι ίσα το α^1 και το 1^ν.

Η δεύτερη δύναμη ενός φυσικού αριθμού ***α*** δηλαδή το α^2 διαβάζεται και ***τετράγωνο του α*** ή ***α στο τετράγωνο***

Η τρίτη δύναμη ενός φυσικού αριθμού ***α*** δηλαδή το α^3 διαβάζεται και ***κύβος του α*** ή ***α στον κύβο.***

Είναι $\alpha^1 = \alpha$ και $1^\nu = 1$

11. Τι ονομάζεται αριθμητική παράσταση και τι τιμή αριθμητικής παράστασης;

Ονομάζεται αριθμητική παράσταση μια παράσταση που περιέχει πράξεις με αριθμούς.

Ονομάζεται τιμή μιας αριθμητικής παράστασης ο αριθμός που προκύπτει όταν εκτελέσουμε όλες τις πράξεις που περιέχονται σ' αυτήν.

Α. 1. 4

12. Τι ονομάζεται Ευκλείδεια διαίρεση;

Ονομάζεται Ευκλείδεια διαίρεση η διαδικασία εκείνη κατά την οποία μας δίνονται δύο φυσικοί αριθμοί, οι ***Δ (διαιρετέος)*** και ***δ≠ 0 (διαιρέτης)***, και βρίσκουμε δύο άλλους φυσικούς αριθμούς τους ***π (πηλίκο)*** και ***υ(υπόλοιπο)***, έτσι ώστε να ισχύει:

$$\Delta = \delta\, \pi + \upsilon \qquad 0 < \upsilon < \delta$$

13. Πότε η Ευκλείδεια διαίρεση λέγεται τέλεια και ποιες είναι οι ιδιότητες της ;

Μια Ευκλείδεια διαίρεση ονομάζεται ***τέλεια*** όταν το υπόλοιπο της είναι ίσο με μηδέν. Ισχύει τότε $\Delta = \delta\pi$.

Οι ιδιότητες της τέλειας διαίρεσης είναι:

- Στους φυσικούς αριθμούς η ***τέλεια διαίρεση*** είναι πράξη ***αντίστροφη*** του πολλαπλασιασμού, δηλαδή αν $\Delta = \delta\ \pi$ τότε $\Delta : \delta = \pi$ ή $\Delta : \pi = \delta$
- $\alpha : \alpha = 1$ (*γιατί* $\alpha 1 = \alpha$)
- $\alpha : 1 = \alpha$ (*γιατί* $1\ \alpha = \alpha$)
- ***αν*** $\alpha \neq 0$ ***τότε*** $0 : \alpha = 0$ (*γιατί* $\alpha \neq 0$)
- ***αν*** $\alpha \neq 0$ $\alpha : 0$ ***αδύνατη*** (***γιατί αν είναι*** π ***το πηλίκο*** $\pi\, 0 = 0\ \alpha$)
- $0 : 0$ ***αόριστη*** (***γιατί ισχύει*** $0 : \pi = 0$ ***όποιο και αν είναι το πηλίκο*** π)

A. 1. 5

14.Τι ονομάζονται πολλαπλάσια ενός φυσικού αριθμού;

Ονομάζονται πολλαπλάσια ενός φυσικού αριθμού οι αριθμοί που προκύπτουν όταν τον πολλαπλασιάσουμε διαδοχικά με όλους τούς Φυσικούς αριθμούς.

15.Ποιες ιδιότητες ισχύουν για τα πολλαπλάσια ενός φυσικού αριθμού;

- Κάθε φυσικός αριθμός διαιρεί τα πολλαπλάσια του.
- Κάθε φυσικός αριθμός που διαιρείται από έναν άλλο φυσικό είναι πολλαπλάσιο του.
- Αν ένας φυσικός αριθμός διαιρεί έναν άλλο θα διαιρεί και τα πολλαπλάσια του.

16.Τι ονομάζεται ελάχιστο κοινό πολλαπλάσιο (ΕΚΠ) δύο η περισσοτέρων αριθμών διαφορετικών του μηδενός;

Ονομάζεται Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο (ΕΚΠ) δύο η περισσοτέρων αριθμών διαφορετικών του μηδενός το μικρότερο από τα κοινά τους πολλαπλάσια που είναι διαφορετικό από το μηδέν;

17. Ποιοι ονομάζονται διαιρέτες ενός φυσικού αριθμού;

Ονομάζονται διαιρέτες ενός φυσικού αριθμού οι αριθμοί που τον διαιρούν ακριβώς.

18.Ποιοι αριθμοί ονομάζονται πρώτοι και ποιοι σύνθετοι;

Πρώτοι αριθμοί ονομάζονται οι φυσικοί αριθμοί, εκτός του 1, που έχουν διαιρέτες μόνο τον εαυτό τους και την μονάδα.

Σύνθετοι αριθμοί ονομάζονται οι φυσικοί αριθμοί που δεν είναι πρώτοι, δηλαδή οι φυσικοί αριθμοί που έχουν και άλλους διαιρέτες εκτός από τον εαυτό τους και την μονάδα.

19.Τι ονομάζεται μέγιστος κοινός διαιρέτης δύο φυσικών αριθμών; ΜΚΔ(α, β).

Ονομάζεται μέγιστος κοινός διαιρέτης δύο φυσικών αριθμών α, β και συμβολίζεται ΜΚΔ(α, β), ο μεγαλύτερος από τους κοινούς τους διαιρέτες.

20.Πότε δύο φυσικοί αριθμοί ονομάζονται πρώτοι μεταξύ τους;

Δύο φυσικοί αριθμοί ονομάζονται πρώτοι μεταξύ τους όταν ο μέγιστος κοινός διαιρέτης τους είναι η μονάδα.

21.Ποια είναι τα κριτήρια της διαιρετότητας;

- Ένας φυσικός αριθμός διαιρείται με το 10 αν το τελευταίο του ψηφίο είναι το 0
- Ένας φυσικός αριθμός διαιρείται με το 2 αν το τελευταίο του ψηφίο είναι το 0 ή το 2 ή το 4 ή το 6 ή το 8.
- Ένας φυσικός αριθμός διαιρείται με το 5 αν το τελευταίο του ψηφίο είναι το 0 ή το 5.
- Ένας φυσικός αριθμός διαιρείται με το 3 ή το 9 αν το άθροισμα των ψηφίων του είναι

πολλαπλάσιο του 3 ή του 9 αντίστοιχα.

- Ένας φυσικός αριθμός διαιρείται με το 4 ή το 25 αν τα δύο τελευταία ψηφία είναι αριθμός που διαιρείται με το 4 ή το 25.

Κεφάλαιο 2ο: Κλάσματα

Α. 2. 1

22. Τι ονομάζεται κλασματική μονάδα ;

Ονομάζεται ***κλασματική μονάδα*** το σύμβολο της μορφής $\frac{1}{\nu}$ ***(ν φυσικός ≠ 0)*** που εκφράζει το ένα από τα ν ίσα μέρη στα οποία χωρίσθηκε μια ποσότητα.

23.Τι ονομάζεται κλάσμα ή κλασματικός αριθμός και τι διακρίνουμε σ' αυτό;

Ονομάζεται ***κλάσμα ή κλασματικός αριθμός*** ένα σύμβολο της μορφής $\frac{\kappa}{\nu}$ όπου οι αριθμοί ***κ, ν*** είναι φυσικοί αριθμοί και ο $\nu \neq 0$.

Οι αριθμοί ***κ, ν*** λέγονται όροι του κλάσματος.

Ο αριθμός ***κ***, λέγεται αριθμητής του κλάσματος.

Ο αριθμός ***ν***, λέγεται παρονομαστής του κλάσματος.

24.Τι παριστάνει ένα κλάσμα;

Ένα κλάσμα παριστάνει το ακριβές πηλίκο μιας διαίρεσης στην οποία ο αριθμητής του είναι ο διαιρετέος και ο παρονομαστής του ο διαιρέτης.

25. Μπορεί ένας φυσικός αριθμός να γραφεί σαν κλάσμα;

Κάθε φυσικός αριθμός γράφεται σαν κλάσμα με αριθμητή τον ίδιο τον φυσικό και παρονομαστή την μονάδα.

Δηλαδή αν ***α*** φυσικός τότε $\alpha = \frac{\alpha}{1}$

Α. 2. 2

26.Πότε δύο κλάσματα λέγονται ισοδύναμα ή ίσα;

Δύο ή περισσότερα κλάσματα λέγονται ισοδύναμα η ίσα όταν εκφράζουν το ίδιο μέρος ενός μεγέθους.

27.Ποιες είναι οι ιδιότητες των ισοδυνάμων κλασμάτων;

- Αν πολλαπλασιάσουμε και τους δύο όρους ενός κλάσματος με τον ίδιο, διάφορο του μηδενός, φυσικό προκύπτει ισοδύναμο του κλάσμα.

Δηλαδή αν $\lambda \neq 0$ τότε $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\lambda \cdot \alpha}{\lambda \cdot \beta}$

- Αν διαιρέσουμε και τους δύο όρους ενός κλάσματος με ένα κοινό διαιρέτη τους προκύπτει ισοδύναμο κλάσματα

Δηλαδή $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\alpha : \lambda}{\beta : \lambda}$

- Η διαδικασία αυτή λέγεται ***απλοποίηση*** του κλάσματος και έχει ως αποτέλεσμα τη δημιουργία κλάματος ίσου με το αρχικό αλλά με μικρότερους όρους.
- Το κλάσμα που δεν μπορεί να απλοποιηθεί λέγεται ***ανάγωγο.***

- Αν δύο κλάσματα $\frac{\alpha}{\beta}$ και $\frac{\gamma}{\delta}$ είναι ισοδύναμα τότε τα χιαστί γινόμενα $\alpha\delta$ και $\beta\gamma$ είναι ίσα και αντιστρόφως.

Δηλαδή αν $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta}$ ***τότε*** $\alpha\delta = \beta\gamma$

28.Πότε δύο ή περισσότερα κλάσματα λέγονται ομώνυμα και πότε ετερώνυμα;

Δύο ή περισσότερα κλάσματα λέγονται ομώνυμα όταν έχουν τον ίδιο παρονομαστή.

Δύο ή περισσότερα κλάσματα λέγονται ετερώνυμα όταν δεν έχουν τον ίδιο παρονομαστή.

A. 2. 3

29.Πως συγκρίνουμε δύο κλάσματα;

- Αν δύο κλάσματα είναι ομώνυμα μεγαλύτερο είναι εκείνο που έχει μεγαλύτερο αριθμητή.
- Αν δύο κλάσματα έχουν τον ίδιο αριθμητή μεγαλύτερο είναι εκείνο που έχει τον μικρότερο παρονομαστή.
- Αν δύο κλάσματα είναι ετερώνυμα τα τρέπουμε πρώτα σε ομώνυμα και τότε μεγαλύτερο είναι εκείνο που έχει μεγαλύτερο αριθμητή.

A. 2. 4

30.Τι ονομάζεται μικτός αριθμός;

Ονομάζεται ***μεικτός αριθμός*** ένα σύμβολο της μορφής της μορφής $\kappa\frac{\lambda}{\nu}$ που παριστάνει το άθροισμα του φυσικού αριθμού κ με το κλάσμα $\frac{\lambda}{\nu}$

Δηλαδή, $\kappa\frac{\lambda}{\nu} = \kappa + \frac{\lambda}{\nu}$

A. 2. 5

31.Πότε δύο κλάσματα λέγονται αντίστροφα;

Δύο κλάσματα λέγονται αντίστροφα όταν το γινόμενο τους είναι ίσο με την μονάδα.

A. 2. 6

32.Πότε ένα κλάσμα λέγεται σύνθετο;

Ένα κλάσμα λέγεται σύνθετο όταν ένας τουλάχιστον από τους όρους του είναι κλάσμα.

Κεφάλαιο 3ο:

Α.3.1 Δεκαδικοί αριθμοί

33.Πότε ένα κλάσμα λέγεται δεκαδικό;

Ένα κλάσμα λέγεται δεκαδικό όταν έχει παρανομαστή μια δύναμη του 10.

34.Πως γράφεται ως δεκαδικός αριθμός κάθε δεκαδικό κλάσμα;

Για να γράψουμε ένα δεκαδικό κλάσμα ως δεκαδικό αριθμό γράφουμε τον αριθμητή και τοποθετούμε την υποδιαστολή τόσες θέσεις προς τα αριστερά όσα και τα μηδενικά ψηφία που έχει ο παρονομαστής.

35. Ποια μορφή έχει κάθε δεκαδικός αριθμός;

Κάθε δεκαδικός αριθμός έχει υποδιαστολή η οποία διαχωρίζει το ακέραιο μέρος του αριθμού από το δεκαδικό μέρος.

36. Τι ονομάζεται τυποποιημένη μορφή ενός μεγάλου αριθμού;

Ένας μεγάλος αριθμός μπορεί να γραφεί στη μορφή α.10ν , δηλαδή ως γινόμενο ενός αριθμού με μία δύναμη του 10. Τη μορφή αυτή την ονομάζουμε τυποποιημένη.

Α. 3. 2

37.Πως πολλαπλασιάζουμε ένα δεκαδικό αριθμό με 0,1, 0,01, 0,001 … ;

Για να πολλαπλασιάσουμε ένα δεκαδικό αριθμό με 0,1, 0,01, 0,001 … μεταφέρουμε την υποδιαστολή προς τα ***αριστερά*** μία, δύο, τρείς … αντίστοιχα θέσεις.

38.Πως πολλαπλασιάζουμε ένα δεκαδικό αριθμό με 10, 100, 1000 … ;

Για να πολλαπλασιάσουμε ένα δεκαδικό αριθμό με 10, 100, 1000 … μεταφέρουμε την υποδιαστολή προς τα ***δεξιά*** μία, δύο, τρείς … αντίστοιχα θέσεις.

39. Πως διαιρούμε ένα δεκαδικό αριθμό με τους αριθμούς 10, 100, 1000 … και πως με τους αριθμούς 0,1 0,01 0,0001;

Για να διαιρέσουμε ένα δεκαδικό αριθμό με τους αριθμούς 10, 100, 1000 … μεταφέρουμε την υποδιαστολή προς τα ***αριστερά*** μία, δύο, τρείς … αντίστοιχα θέσεις.

Για να διαιρέσουμε ένα δεκαδικό αριθμό με 0,1 0,01 0,001 … μεταφέρουμε την υποδιαστολή προς τα ***δεξιά***μία, δύο, τρείς … αντίστοιχα θέσεις.

Α. 3. 5

40.Ποιες είναι οι μονάδες μέτρησης μήκους και ποια η σχέση τους με το μέτρο (1m) που είναι η βασική μονάδα μέτρησης μήκους;

Υποπολλαπλάσια του μέτρου (1m) είναι:

- Το δεκατόμετρο ή παλάμη (1dm) $1dm = \frac{1}{10} m = 0,1m$
- Το εκατοστόμετρο ή πόντος (1cm) $1cm = \frac{1}{100} m = 0,01m$
-
- Το χιλιοστόμετρο ή χιλιοστό (1mm) $1mm = \frac{1}{1000} m = 0,001m$

Πολλαπλάσια του μέτρου
(1m) είναι:

- Το δεκάμετρο (1dam) 1dam = 10m
- Το εκατόμετρο (1hm) 1hm = 100m
- Το χιλιόμετρο (1mm) 1km = 1000m
- Το ναυτικό μίλι 1 ναυτ. μίλι = 1852 m

41.Τι ονομάζεται: τετραγωνικό μέτρο, τετραγωνικό δεκατόμετρο, τετραγωνικό εκατοστόμετρο, τετραγωνικό χιλιοστόμετρο, και πως συνδέονται μεταξύ τους;

- Ονομάζεται τετραγωνικό μέτρο, (m^2) το εμβαδόν ενός τετραγώνου με πλευρά 1m.
- Ονομάζεται τετραγωνικό δεκατόμετρο, ($1dm^2$) το εμβαδόν ενός τετραγώνου με πλευρά 1dm.
- Ονομάζεται τετραγωνικό εκατοστόμετρο, ($1cm^2$) το εμβαδόν ενός τετραγώνου με πλευρά 1cm.
- Ονομάζεται τετραγωνικό χιλιοστόμετρο, ($1mm^2$) το εμβαδόν ενός τετραγώνου με πλευρά 1mm.

$$1m^2 = 100dm^2 = 10000cm^2 = 1000000mm^2$$

42.Τι ονομάζεται κυβικό μέτρο, κυβικό δεκατόμετρο, κυβικό εκατοστόμετρο, κυβικό χιλιοστόμετρο και πως συνδέονται μεταξύ τους;

- Ονομάζεται κυβικό μέτρο, ($1m^3$) ο όγκος ενός κύβου με ακμή 1m.
- Ονομάζεται κυβικό δεκατόμετρο, ($1dm^3$) ο όγκος ενός κύβου με ακμή 1dm.
- Ονομάζεται κυβικό εκατοστόμετρο, ($1cm^3$) ο όγκος ο όγκος ενός κύβου με ακμή 1cm.
- Ονομάζεται κυβικό χιλιοστόμετρο, ($1mm^3$) ο όγκος ενός κύβου με ακμή 1mm.

$$1m^3 = 1000dm^3 = 1000000cm^3 = 1000000000mm^3$$

43.Ποιες είναι οι μονάδες μέτρησης χρόνου και ποια η σχέση τους με το δευτερόλεπτο (1s) που είναι η βασική μονάδα μέτρησης χρόνου;

Πολλαπλάσια του δευτερόλεπτου (1s) είναι:

Το λεπτό (1min) 1min = 60s

Η ώρα (1h) 1h = 60 min = 3600s

Η μέρα 1μέρα = 24h = 1.440min = 86.400s

44.Ποιες είναι οι μονάδες μέτρησης μάζας και ποια η σχέση τους με το χιλιόγραμμο ή κιλό (1Kg) που είναι η βασική μονάδα μέτρησης μάζας;

Υποπολλαπλάσια του χιλιόγραμμου

(1Kg) είναι: Το γραμμάριο(1gr) 1gr = 0, 001Kg

Το χιλιοστόγραμμο (1mg) 1mg = 0, 001gr

= 0, 000001Kg Πολλαπλάσιο του χιλιόγραμμου

(1Kg) είναι:

Ο τόνος (1t) 1t = 1000 Kg

Κεφάλαιο 4ο: Εξισώσεις και προβλήματα

Α. 4. 1

45.Τι είναι εξίσωση, τι λύση (*ή ρίζα)* μιας εξίσωσης και τι επίλυση μιας εξίσωσης;

- Η εξίσωση είναι μια ισότητα που περιέχει αριθμούς και ένα άγνωστο (μια μεταβλητή). Λύση (ή ρίζα) μιας εξίσωσης είναι ο αριθμός που όταν αντικαταστήσει τον άγνωστο, επαληθεύει την ισότητα.
- Επίλυση μιας εξίσωσης είναι η διαδικασία που κάνουμε για να βρούμε την λύση (ρίζα) της.

46. Πως λύνονται οι εξισώσεις, x + α = β, x − α = β, α − x = β, α x = β, x:α = β, α:x = β *βάσει των ορισμών των πράξεων;*

Βάσει των ορισμών των πράξεων

- η εξίσωση $x + \alpha = \beta$ έχει λύση την $x = \beta - \alpha$
- η εξίσωση $x - \alpha = \beta$ έχει λύση την $x = \beta + \alpha$
- η εξίσωση $\alpha - x = \beta$ έχει λύση την $x = \alpha - \beta$
- η εξίσωση $\alpha\, x = \beta$ έχει λύση την $x = \beta : \alpha$
- η εξίσωση $x{:}\alpha = \beta$ έχει λύση την $x = \alpha\ \beta$
- η εξίσωση $\alpha{:}x = \beta$ έχει λύση την $x = \alpha : \beta$

47.Πότε μια εξίσωση λέγεται αδύνατη και πότε αόριστη;

- Μια εξίσωση λέγεται αδύνατη όταν η τελική μορφή της είναι:

$$0\,x = \beta \ (\beta \neq 0)$$

- Μια εξίσωση λέγεται αόριστη (η ταυτότητα) όταν η τελική μορφή της είναι:

$$0\,x = 0$$

ΠΟΣΟΣΤΑ

48.Τι ονομάζεται ποσοστό επί τοις εκατό η απλά ποσοστό και τι ποσοστό επί τοις χιλίοις;

- Ονομάζεται ποσοστό επί τοις εκατό η απλά ποσοστό το σύμβολο $\alpha\,\% = \dfrac{\alpha}{100}$

- Ονομάζεται ποσοστό επί τοις χιλίοις το σύμβολο α ‰

$$\alpha ‰ = \frac{\alpha}{1000}$$

6ο Κεφάλαιο – Ανάλογα ποσά & αντιστρόφως ανάλογα ποσά

49. Τι λέγεται διατεταγμένο ζεύγος; Τι ονομάζονται συντεταγμένες ενός σημείου Α;

Διατεταγμένος ζεύγος είναι κάθε ζευγάρι αριθμών που έχει καθορισμένη σειρά (ποιος αριθμός είναι πρώτος και ποιος δεύτερος). Π.χ. (α,β).

Κάθε διατεταγμένο ζεύγος (α,β) προσδιορίζει ένα σημείο Α σε ένα σύστημα αξόνων. Οι αριθμοί α και β λέγονται συνταταγμένες του σημείου Α και γράφουμε Α(α,β). Ειδικότερα ο α λέγεται τετμημένη του Α και ο β λέγεται τεταγμένη του β.

50. Τι ονομάζουμε λόγο δύο ομοειδών μεγεθών;

Λόγος δύο ομοειδών μεγεθών, που εκφράζονται με την ίδια μονάδα μέτρησης είναι το πηλίκο των μέτρων τους.

51. Τι ονομάζουμε αναλογία;

Αναλογία ονομάζεται η ισότητα δύο λόγων.

52. Τι ονομάζουμε κλίμακα;

Ο λόγος της απόστασης δύο σημείων μιας εικόνας, προς τη πραγματική απόσταση των σημείων αυτών ονομάζεται κλίμακα.

53. Ποια ποσά ονομάζονται ανάλογα;

Δύο ποσά λέγονται ανάλογα εάν μεταβάλλονται με τέτοιο τρόπο, που όταν οι τιμές του ενός πολλαπλασιάζονται με έναν αριθμό, τότε και οι αντίστοιχες τιμές του άλλου να πολλαπλασιάζονται με τον ίδιο αριθμό.

54. Πότε δύο ποσά είναι ανάλογα;

Δύο ποσά και είναι ανάλογα εάν έχουν πάντα το ίδιο πηλίκο.

55. Ποια ποσά ονομάζονται αντιστρόφως ανάλογα;

Δύο ποσά λέγονται αντιστρόφως ανάλογα εάν μεταβάλλονται με τέτοιο τρόπο, που όταν οι τιμές του ενός πολλαπλασιάζονται με έναν αριθμό, τότε και οι αντίστοιχες τιμές του άλλου να διαιρούνται με τον ίδιο αριθμό.

56. Πότε δύο ποσά είναι ανάλογα;

Δύο ποσά και είναι ανάλογα εάν έχουν πάντα το ίδιο γινόμενο.

Κεφάλαιο 7ο Θετικοί και Αρνητικοί αριθμοί

57.Τι είναι τα πρόσημα και πως χαρακτηρίζονται οι αριθμοί από αυτά;

Τα σύμβολα «+» και«–» που λέγονται ***πρόσημα,*** γράφονται πριν από τους αριθμούς και τους χαρακτηρίζουν, αντίστοιχα, ως ***θετικούς*** ή ***αρνητικούς.*** Το μηδέν δεν είναι ούτε θετικός ούτε αρνητικός αριθμός.

58. Πότε δύο ή περισσότεροι αριθμοί λέγονται ομόσημοι και πότε ετερόσημοι; Δύο ή περισσότεροι αριθμοί λέγονται ***ομόσημοι*** όταν έχουν το ίδιο πρόσημο και ***ετερόσημοι*** όταν έχουν διαφορετικό πρόσημο.

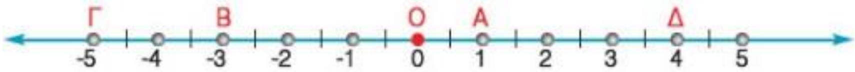
59.Ποιοι είναι οι ακέραιοι και ποιοι οι ρητοί αριθμοί;

Ακέραιοι αριθμοί είναι οι φυσικοί αριθμοί μαζί με τους αντίστοιχους αρνητικούς αριθμούς.

Ρητοί αριθμοί είναι όλοι οι γνωστοί μας έως τώρα αριθμοί φυσικοί, κλάσματα και δεκαδικοί μαζί με τους αντίστοιχους αρνητικούς αριθμούς.

60. Τι είναι ο άξονας των ρητών αριθμών;

Άξονα των ρητών αριθμών εννοούμε την ευθεία, κάθε σημείο της οποίας παριστάνει κι ένα ρητό αριθμό. Πάνω στην ευθεία αυτή παίρνουμε το σημείο Ο (αρχή του άξονα) που παριστάνει τον αριθμό μηδέν. Τοποθετούμε στα δεξιά της αρχής τους θετικούς αριθμούς και στα αριστερά τους αρνητικούς αριθμούς, όπως φαίνεται στο σχήμα:



Α. 7. 2

61.Τι εκφράζει η απόλυτη τιμή ενός ρητού αριθμού α και πως συμβολίζεται;

Η ***απόλυτη τιμή*** ενός ρητού αριθμού ***α*** εκφράζει την απόσταση του σημείου με τετμημένη ***α*** από την αρχή ***Ο*** του άξονα και συμβολίζεται με $|\alpha|$.

62.Πότε δύο ρητοί αριθμοί λέγονται αντίθετοι;

Δύο αριθμοί ονομάζονται ***αντίθετοι*** όταν είναι ετερόσημοι και έχουν την ίδια απόλυτη τιμή.

63.Ποιος είναι ο αντίθετος του αριθμού x;

Ο αντίθετος του **x** είναι ο **−x.**

64.Πως ορίζεται η απόλυτη τιμή ενός ρητού αριθμού;

- Η ***απόλυτη τιμή*** ενός ***θετικού ρητού αριθμού*** είναι ο ***ίδιος ο αριθμός.***
- Η ***απόλυτη τιμή*** ενός ***αρνητικού ρητού αριθμού*** είναι ο ***αντίθετος του.***
- ***Η απόλυτη τιμή του μηδενός*** είναι το μ***ηδέν.***

Α. 7. 3

65.Πως προσθέτουμε δύο ρητούς αριθμούς;

- Για να ***προσθέσουμε δύο ομόσημους ρητούς*** αριθμούς, ***προσθέτουμε*** τις απόλυτες τιμές τους και στο άθροισμα βάζουμε το πρόσημο τους.
- Για να ***προσθέσουμε δύο ετερόσημους ρητούς*** αριθμούς, ***αφαιρούμε*** από τη μεγαλύτερη τη μικρότερη απόλυτη τιμή και στη διαφορά βάζουμε το πρόσημο του ρητού με τη μεγαλύτερη απόλυτη τιμή.

66. Ποιες είναι οι ιδιότητες της πρόσθεσης των ρητών ;

Οι ιδιότητες της πρόσθεσης των ρητών είναι:

- Η ***αντιμεταθετική*** ιδιότητα σύμφωνα με την οποία μπορούμε να αλλάξουμε τη σειρά δύο προσθετέων ενός αθροίσματος.

  Δηλαδή αν οι $\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}$ είναι ρητοί αριθμοί τότε $\boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{\beta} = \boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\alpha}$

- Η ***προσεταιριστική*** ιδιότητα σύμφωνα με την οποία αν έχουμε ένα άθροισμα τριών προσθετέων $\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\gamma}$

  ισχύει $(\boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{\beta}) + \boldsymbol{\gamma} = \boldsymbol{\alpha} + (\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\gamma})$

- Το άθροισμα ενός ρητού αριθμού με το μηδέν ισούται με

  τον ίδιο τον ρητό. Δηλαδή αν ο $\boldsymbol{\alpha}$ είναι ρητός

  $\boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{0} = \boldsymbol{0} + \boldsymbol{\alpha} = \boldsymbol{\alpha}$

- Το άθροισμα δύο αντίθετων ρητών είναι μηδέν

  Δηλαδή αν ο $\boldsymbol{\alpha}$ και ο $-\boldsymbol{\alpha}$ είναι αντίθετοι ρητοί $\boldsymbol{\alpha} + (-\boldsymbol{\alpha}) = (-\boldsymbol{\alpha}) + \boldsymbol{\alpha} = \boldsymbol{0}$

67. Πως συγκρίνουμε τους ρητούς αριθμούς;

Γενικά, μεταξύ δύο ρητών, μεγαλύτερος είναι εκείνος που βρίσκεται δεξιότερα στον άξονα των αριθμών.

Έτσι, προκύπτουν τα ακόλουθα:

- Το μηδέν είναι μικρότερο από κάθε θετικό αριθμό και μεγαλύτερο από κάθε αρνητικό αριθμό.
- Ο μεγαλύτερος από δύο θετικούς ρητούς είναι εκείνος που έχει την μεγαλύτερη απόλυτη τιμή.
- Ο μεγαλύτερος από δύο αρνητικούς ρητούς είναι εκείνος που έχει τη μικρότερη απόλυτη τιμή.

68. Πως προσθέτουμε δύο ρητούς αριθμούς;

- Για να προσθέσουμε δύο ομόσημους ρητούς αριθμούς, προσθέτουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο άθροισμα βάζουμε το κοινό τους πρόσημο.
- Για να προσθέσουμε δύο ετερόσημους ρητούς αριθμούς, αφαιρούμε από τη μεγαλύτερη τα μικρότερη απόλυτη τιμή και στη διαφορά βάζουμε το πρόσημο του ρητού με τη μεγαλύτερη απόλυτη τιμή.

69. Ποιες είναι οι ιδιότητες της πρόσθεσης ρητών αριθμών;

- Το είναι ουδέτερο στοιχείο:
- Αντιμεταθετική ιδιότητα:
- Προσεταιριστική ιδιότητα:
- Οι αντίθετοι έχουν άθροισμα

56. Πως κάνουμε απαλοιφή παρενθέσεων;

Σε παραστάσεις που εμφανίζονται αριθμοί με τα πρόσημά τους μέσα σε παρενθέσεις, μπροστά από τις οποίες υπάρχουν τα πρόσημα « » ή « », τότε μπορούμε να απαλείψουμε τις παρενθέσεις χρησιμοποιώντας τα παρακάτω:

- Όταν μια παρένθεση έχει μπροστά της το (ή δεν έχει πρόσημο), μπορούμε να την απαλείψουμε μαζί με το (αν έχει) και να γράψουμε τους όρους που περιέχει με τα πρόσημά τους.
- Όταν μια παρένθεση έχει μπροστά της το , μπορούμε να την απαλείψουμε μαζί με το

  και να γράψουμε τους όρους που περιέχει με αντίθετα πρόσημα.

Α. 7. 4

70. Πως αφαιρούμε δύο ρητούς αριθμούς;

Για να **αφαιρέσουμε** από το ρητό αριθμό **α** το ρητό αριθμό **β, προσθέτουμε** στον **α** τον **αντίθετο** του **β.**

Δηλαδή αν οι α, β είναι ρητοί αριθμοί τότε $\alpha - \beta = \alpha + (-\beta)$

A. 7. 5

71. Πως πολλαπλασιάζουμε δύο ρητούς αριθμούς;

Για να πολλαπλασιάσουμε δύο ομόσημους ρητούς αριθμούς, πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο γινόμενο βάζουμε το πρόσημο «+».

Για να πολλαπλασιάσουμε δύο ετερόσημους ρητούς αριθμούς, πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο γινόμενο βάζουμε το πρόσημο «–».

72. Ποιες είναι οι ιδιότητες του πολλαπλασιασμού των ρητών ;

Οι ιδιότητες του πολλαπλασιασμού των ρητών είναι:

- Η αντιμεταθετική ιδιότητα σύμφωνα με την οποία μπορούμε να αλλάξουμε τη σειρά δύο παραγόντων ενός γινομένου.

  Δηλαδή αν οι α, β είναι ρητοί αριθμοί τότε $\alpha\beta = \beta\alpha$

- Η προσεταιριστική ιδιότητα σύμφωνα με την οποία αν έχουμε ένα γινόμενο τριών παραγόντων α, β, γ

  ισχύει $(\alpha \ \beta) \ \gamma = \alpha(\beta \ \gamma)$

- Το γινόμενο ενός ρητού αριθμού με τη μονάδα

  ισούται με τον ίδιο τον ρητό. Δηλαδή αν

  ο α είναι ρητός $\alpha 1 = 1 \ \alpha = \alpha$

- Επιμεριστική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού ως προς την πρόσθεση και την αφαίρεση:

  $\alpha(\beta + \gamma) = \alpha\beta + \alpha\gamma$ και $\alpha(\beta - \gamma) = \alpha\beta - \alpha\gamma$

- Το γινόμενο ενός ρητού αριθμού επί το μηδέν ισούται με το μηδέν.

  Δηλαδή αν ο α είναι ρητός $\alpha \ 0 = 0 \ \alpha = 0$

73. Πότε δύο ρητοί αριθμοί λέγονται αντίστροφοι;

- Δύο ρητοί αριθμοί ***α, β*** λέγονται αντίστροφοι όταν το γινόμενο τους είναι ίσο με την μονάδα.
- Ο καθένας από τους ***α*** και ***β*** είναι αντίστροφος του άλλου.

74 Πώς εργαζόμαστε όταν έχουμε να υπολογίσουμε ένα γινόμενο με περισσότερους από δύο παράγοντες;

Για να υπολογίσουμε ένα γινόμενο πολλών παραγόντων (που κανένας δεν είναι μηδέν), πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο γινόμενο βάζουμε:
Το πρόσημο , αν το πλήθος των αρνητικών παραγόντων είναι άρτιο (ζυγό). Το πρόσημο , αν το πλήθος των αρνητικών παραγόντων είναι περιττό (μονό).
Αν τουλάχιστον ένας παράγοντας είναι μηδέν, τότε και το γινόμενο είναι ίσο με μηδέν

Α. 7. 6

75.Πως διαιρούμε δύο ρητούς αριθμούς;

Για να διαιρέσουμε δύο ρητούς αριθμούς, διαιρούμε τις απόλυτες τιμές τους και στο πηλίκο βάζουμε:

- το πρόσημο , αν είναι ομόσημοι. Δηλαδή: και
- το πρόσημο , αν είναι ετερόσημοι. Δηλαδή: και

76. Ποιοι δεκαδικοί αριθμοί ονομάζονται περιοδικοί ;

Περιοδικοί δεκαδικοί λέγονται οι δεκαδικοί που έχουν άπειρα δεκαδικά ψηφία και ένα τμήμα των ψηφίων τους μετά τη υποδιαστολή επαναλαμβάνεται συνέχεια ακριβώς το ίδιο. Το επαναλαμβανόμενο αυτό τμήμα ονομάζεται περίοδος.

Α. 7. 8

77. Τι ονομάζεται δύναμη με βάση το ρητό αριθμό α, και εκθέτη το φυσικό αριθμό ν ≥ 1 και πως συμβολίζεται;

Ονομάζεται δύναμη με βάση το ρητό αριθμό ***α,*** και εκθέτη το φυσικό αριθμό ***ν*** ≥ ***1*** και συμβολίζεται με α^{ν}, το

γινόμενο ***ν*** παραγόντων ίσων με το ***α***.

Δηλαδή αν ο ***α*** είναι ρητός και ο ν φυσικός με ν ≥ 1 $\alpha^{\nu} = \underbrace{\alpha\,\alpha\,\alpha\,\alpha \ldots \alpha\alpha}_{\nu \text{ παράγοντες}}$

78.Ποιο είναι το πρόσημο της δύναμης α^{ν} με βάση το ρητό αριθμό α, και εκθέτη το φυσικό αριθμό ν ≥ 1

για τις διάφορες τιμές του α;

- Η δύναμη α^{ν} με βάση α θετικό ρητό και εκθέτη φυσικό ν ≥ 1, είναι θετικός αριθμός.

Δηλαδή, αν $\alpha > 0$, τότε $\alpha^{\nu} > 0$

- Η δύναμη α^{ν} με βάση α αρνητικό ρητό και εκθέτη άρτιο είναι θετικός αριθμός.

Δηλαδή αν $\alpha < 0$ και ν άρτιος, τότε $\alpha^{\nu} > 0$

- Η δύναμη α^{ν} με βάση α αρνητικό ρητό και εκθέτη περιττό είναι αρνητικός αριθμός.

Δηλαδή, αν $\alpha < 0$ και ν περιττός,τότε $\alpha^{\nu} < \mathbf{0}$

79.Ποιες είναι οι ιδιότητες των δυνάμεων ρητών με εκθέτη φυσικό ;

- Για να πολλαπλασιάσουμε δυνάμεις με την ίδια βάση, αφήνουμε την ίδια βάση και βάζουμε εκθέτη το άθροισμα των εκθετών Δηλαδή, $\alpha^{\mu}\ \alpha^{\nu} = \alpha^{\mu+\nu}$

- Για να διαιρέσουμε δυνάμεις με την ίδια βάση, αφήνουμε την ίδια βάση και βάζουμε εκθέτη τη διαφορά του εκθέτη του διαιρέτη από τον εκθέτη του διαιρετέου.

Δηλαδή, $\alpha^{\mu} : \alpha^{\nu} = \alpha^{\mu-\nu}$

- Για να υψώσουμε ένα γινόμενο σε εκθέτη, υψώνουμε κάθε παράγοντα του γινομένου στον εκθέτη αυτό.

Δηλαδή, $(\alpha\ \beta)^{\nu} = \alpha^{\nu}\ \beta^{\nu}$

- Για να υψώσουμε ένα πηλίκο σε έναν εκθέτη, υψώνουμε καθένα από τους όρους του πηλίκου στον εκθέτη αυτό.

Δηλαδή, $(\alpha : \beta)^{\nu} = \alpha^{\nu} : \beta^{\nu}$

- Για να υψώσουμε μία δύναμη σε έναν εκθέτη, υψώνουμε τη βάση της δύναμης στο γινόμενο των εκθετών.

Δηλαδή, $(\alpha^{\mu})^{\nu} = \alpha^{\mu\nu}$

Α. 7. 9

80.Πως ορίζουμε τη δύναμη με βάση το ρητό αριθμό α, και εκθέτη ακέραιο ;

- Η δύναμη κάθε αριθμού, διάφορου του μηδενός με εκθέτη το μηδέν είναι ίση με μονάδα.

Δηλαδή, $\alpha^{0} = 1$

- Η δύναμη κάθε αριθμού, διάφορου του μηδενός, με εκθέτη αρνητικό είναι ίση με κλάσμα που έχει αριθμητή τη μονάδα και παρονομαστή τη δύναμη του αριθμού αυτού με αντίθετο εκθέτη.

81.Ποιες είναι οι ιδιότητες των δυνάμεων ρητών με εκθέτη ακέραιο;

- Για να πολλαπλασιάσουμε δυνάμεις με την ίδια βάση, αφήνουμε την ίδια βάση και βάζουμε εκθέτη το άθροισμα των εκθετών.

Δηλαδή, $\alpha^{\mu}\ \alpha^{\nu} = \alpha^{\mu+\nu}$

- Για να διαιρέσουμε δυνάμεις με την ίδια βάση, αφήνουμε την ίδια βάση και βάζουμε εκθέτη τη διαφορά του εκθέτη του διαιρέτη από τον εκθέτη του διαιρετέου.

Δηλαδή, $\alpha^{\mu} : \alpha^{\nu} = \alpha^{\mu-\nu}$

- Για να υψώσουμε ένα γινόμενο σε εκθέτη, υψώνουμε κάθε παράγοντα του γινομένου στον εκθέτη αυτό.

Δηλαδή, $(\alpha\ \beta)^{\nu} = \alpha^{\nu}\ \beta^{\nu}$

- Για να υψώσουμε ένα πηλίκο σε έναν εκθέτη, υψώνουμε καθένα από τους όρους του πηλίκου στον εκθέτη αυτό.

Δηλαδή, $(\alpha : \beta)^{\nu} = \alpha^{\nu} : \beta^{\nu}$

- Για να υψώσουμε μία δύναμη σε έναν εκθέτη, υψώνουμε τη βάση της δύναμης στο γινόμενο των εκθετών.

Δηλαδή, $(\alpha^{\mu})^{\nu} = \alpha^{\mu\nu}$

emails:**raidosi@yahoo.gr**
http://blogs.sch.gr/iraidos/ **iraidos@gmail.com**

Υπάρχουν 3 βασικές κατηγορίες σκοπών για τους οποίους μαθαίνουμε Μαθηματικά:

Ι. Πρακτικοί σκοποί: Για να είμαστε ειλικρινείς, ακόμα κι αν δεν μας κοροϊδεύει ο μπακάλης, χρειαζόμαστε κάποια βασικά μαθηματικά με τα οποία μπορούμε να επεξεργαζόμαστε τη ζωή γύρω μας, να αναλύουμε γεγονότα που συμβαίνουν δίπλα μας.

ΙΙ. Μορφωτικοί σκοποί: Υπάρχει αυτό που λέμε «διανοητική καλλιέργεια». Το σύνολο, δηλαδή, των γνωρισμάτων του ατόμου που συμβάλουν στο «επίπεδό» του, στη συνολική του «μόρφωση». Έτσι, άμεσα ή έμμεσα, τα μαθηματικά συμβάλουν στη μεταφορά αυτών των γνωρισμάτων σε άλλους τομείς, σε άλλες καταστάσεις της προσωπικής, κοινωνική ή επαγγελματικής ζωής στις οποίες είναι πολύτιμα. Για παράδειγμα:
α. Η ανάπτυξη της ικανότητας για καθαρή και στοχευμένη σκέψη.
β. Η ικανότητα διαμόρφωσης κρίσης και λογικής σκέψης.
γ. Η ικανότητα αναγνώρισης λογικών σχέσεων μεταξύ ανεξάρτητων γεγονότων.
δ. Η γενική ικανότητα της αφαιρετικής σκέψης αλλά και της γενίκευσης.
ε. Η απόκτηση πολύτιμων διανοητικών στάσεων, που δύσκολα κατακτούνται, όπως: πειθαρχία, ακρίβεια, σαφήνεια, υπομονή, επιμονή.
στ. Η ικανότητα κατάστρωσης σχεδίου, στρατηγικής για την επίλυση ενός προβλήματος (το οποίο σήμερα είναι το εμβαδόν μιας επιφάνειας, αύριο όμως μπορεί να είναι κάποιο επαγγελματικό, οικογενειακό πρόβλημα κλπ).

ΙΙΙ. Πολιτισμικοί σκοποί: Εδώ έχουμε διανοητικούς, αισθητικούς, πνευματικούς σκοπούς. Τα μαθηματικά είναι ασφαλώς πολιτισμικό αγαθό και με τη μελέτη τους αναπτύσσουμε πολύπλευρα την προσωπικότητά μας. Για παράδειγμα μαθαίνουμε:
α. Να αναγνωρίζουμε την ομορφιά, το ωραίο, το καλαίσθητο.
β. Να αναζητάμε και να αναγνωρίζουμε την τελειότητα.
γ. Να αναγνωρίζουμε την αξία της οργάνωσης, της τάξης, της αρμονίας.

Να κάνουμε περήφανους ΤΟΥΣ ΓΟΝΕΙΣ ΜΑΣ
ΤΟΝ ΕΑΥΤΟ ΜΑΣ
ΤΟΥΣ ΚΑΘΗΓΗΤΕΣ ΜΑΣ

Εύχομαι επιτυχία στους στόχους σας.!!!!!!!!!!!!!!!!