

# ΓΥΜΝΑΣΙΟ ΚΑΝΑΛΙΩΝ ΜΑΓΝΗΣΙΑΣ

## ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ' ΤΑΞΗ

ΕΠΑΝΑΛΗΨΕΙΣ ΣΤΙΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ

ΣΤΑ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ



**ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ**

**ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ 2018 – 2019**

**1ο ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ**

**A. Θεωρία**

**ΘΕΜΑ 1ο**

A. Να συμπληρώσετε τις επόμενες ταυτότητες:

a.  $(a+\beta)^2 = \dots$

β.  $(a-\beta)^2 = \dots$

γ.  $(a+\beta)(a-\beta) = \dots$

B. Να αποδείξετε την ταυτότητα:  $(a-\beta)^3 = a^3 - 3a^2\beta + 3a\beta^2 - \beta^3$

**ΘΕΜΑ 2ο**

A. Να συμπληρώσετε τα επόμενα κενά , ώστε να προκύψουν τα κριτήρια ισότητας τριγώνων.

Αν δύο τρίγωνα έχουν:

α. Δύο πλευρές ίσες μία προς μία και την ..... γωνία τους ίση, τότε είναι ίσα.

β. Μία πλευρά ίση και τις ..... στην πλευρά αυτή γωνίες ίσες , τότε είναι ίσα.

γ. Τις ..... μία προς μία ίσες, τότε είναι ίσα.

B. Ποια τα είδη τριγώνων ανάλογα με το είδος των γωνιών τους και ποια τα είδη τριγώνων ανάλογα με το είδος των πλευρών τους (να γίνει ένα σχήμα για κάθε είδος)

**B. ΑΣΚΗΣΕΙΣ**

**ΘΕΜΑ 1ο**

Δίνονται οι ανισώσεις α)  $3x-5 \leq 13-3x$  β)  $\frac{x+3}{2} > \frac{x+4}{3}$

A. Να επιλύσετε τις ανισώσεις .

B. Να βρείτε τις κοινές λύσεις.

Γ. Να βρείτε τις ακέραιες λύσεις.

**ΘΕΜΑ 2ο**

Ένα ορθογώνιο οικόπεδο έχει μήκος 25m και πλάτος 20m. Θέλουμε να αυξήσουμε το μήκος του και να μειώσουμε το πλάτος του κατά τον ίδιο αριθμό μέτρων, έτσι ώστε το εμβαδόν του οικοπέδου να γίνει τελικά 350m<sup>2</sup>. Να βρείτε κατά πόσα μέτρα θα μεταβληθεί η κάθε διάσταση.

**ΘΕΜΑ 3ο**

Δίνονται τα πολυώνυμα:  $A(x)=x^2+2x$  και  $B(x)=2x+4$  .

A. Να βρείτε το πολυώνυμο:  $P(x) = [A(x)-B(x)] \cdot B(x)$  .

B. Να παραγοντοποιήσετε το  $P(x)$ .

Γ. Να βρείτε την τιμή της παράστασης:  $K = \frac{\sqrt{P(2)}}{3} + 2018$ .

2<sup>o</sup> ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

**A. Θεωρία**

**ΘΕΜΑ 1<sup>o</sup>**

- A. Να συμπληρώσετε τις επόμενες ταυτότητες  $(a-\beta)^2 = \dots\dots$   
 $(a-\beta)(a+\beta) = \dots\dots$
- B. Να αποδείξετε την ταυτότητα :  $(a+\beta)^2 = a^2 + 2a\beta + \beta^2$ .

**ΘΕΜΑ 2<sup>o</sup>**

- A. Να διατυπώσετε τα 3 κριτήρια ισότητας τριγώνων.
- B. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις με Σωστό ή Λάθος.
- α. Αν δύο τρίγωνα έχουν τις γωνίες τους μία προς μία ίσες τότε τα τρίγωνα είναι ίσα.
- β. Δύο κανονικά πεντάγωνα είναι πάντα ίσα μεταξύ τους.
- γ. Δύο ορθογώνια και ισοσκελή τρίγωνα είναι ίσα.

**B. Ασκήσεις**

**ΘΕΜΑ 1<sup>o</sup>**

Δίνεται το πολυώνυμο  $A(x) = (2x+3)^2 - (x+2)(x-2) - 17x - 11$ .

- A. Να αποδείξετε ότι  $A(x) = 3x^2 - 5x + 2$ .
- B. Να λύσετε την εξίσωση  $A(x) = 0$ .
- C. Να παραγοντοποιήσετε το τριώνυμο  $A(x)$ .
- D. Να απλοποιήσετε την παράσταση  $\frac{A(x)}{3x^2 - 3}$ .

**ΘΕΜΑ 2<sup>o</sup>**

- A. Να επιλύσετε το σύστημα:  $(\Sigma_1): \begin{cases} 2x - y = 14 \\ 3x + y = 16 \end{cases}$

- B. Αν η λύση του συστήματος  $(\Sigma_1)$  είναι  $(x, y) = (6, -2)$ , να βρείτε πόσες και ποιες είναι οι ρίζες της εξίσωσης  $x \cdot \omega^2 + y \cdot \omega - 4 = 0$ .

**ΘΕΜΑ 3<sup>o</sup>**

Στα διπλανά τρίγωνα είναι:

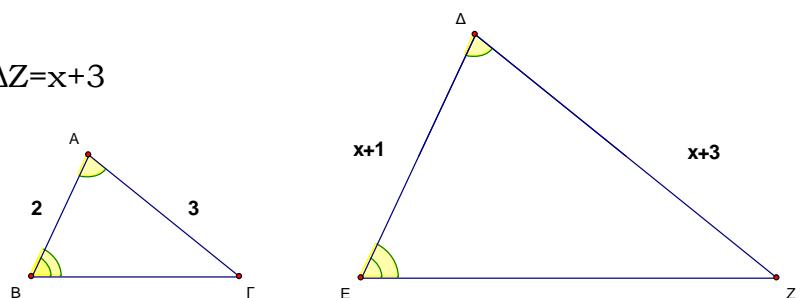
$$\hat{A} = \hat{\Delta}, \hat{B} = \hat{E}, AB = 2, AG = 3, \Delta E = x+1 \text{ και } \Delta Z = x+3$$

- A. Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα  $ABG$  και  $\Delta EZ$  είναι ίσα.

- B. Να γράψετε τους ίσους λόγους των πλευρών που προκύπτουν από την ομοιότητα των δύο τριγώνων και να υπολογίσετε το  $x$ .

- C. Να αποδείξετε ότι ο λόγος ομοιότητας λ του τριγώνου  $ABG$  ως προς το τρίγωνο  $\Delta EZ$  είναι ίσος με  $\frac{1}{2}$ .

- D. Αν  $(ABG) = 5 \text{ cm}^2$ , να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου  $\Delta EZ$ .



3<sup>o</sup> ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

**A. Θεωρία**

**ΘΕΜΑ 1ο**

- A. Πότε μια ισότητα ονομάζεται ταυτότητα;  
 B. Να αποδείξετε την ταυτότητα:  $(a+\beta)(a-\beta)=a^2-\beta^2$ .  
 Γ. Να συμπληρώσετε της παρακάτω ισότητες :  
 i)  $(a+\beta)^2=.....$     ii)  $(a-\beta)^2=.....$     iii)  $(a+\beta)^3=.....$

**ΘΕΜΑ 2<sup>o</sup>**

- A. Να γράψετε τα κριτήρια ισότητας τριγώνων.  
 B. Να γράψετε τα κριτήρια ισότητας ορθογωνίων τριγώνων.  
 Γ. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.  
 α. Αν δύο τρίγωνα έχουν τις πλευρές τους ίσες μία προς μια, τότε είναι ίσα.  
 β. Σε δύο ίσα τρίγωνα απέναντι από ίσες γωνίες βρίσκονται ίσες πλευρές.  
 γ. Αν δύο τρίγωνα έχουν δύο πλευρές ίσες μια προς μια και μια γωνία ίση, τότε είναι ίσα.  
 δ. Αν δύο τρίγωνα έχουν τις γωνίες τους ίσες μια προς μια, τότε είναι ίσα.

**B. ΑΣΚΗΣΕΙΣ**

**ΘΕΜΑ 1<sup>o</sup>**

- A. Να επιλύσετε την εξίσωση  $(3x+1)^2+x(x-5)=4$ .  
 B. Αν η μια από την λύση της παραπάνω εξίσωσης είναι το συνημίτονο της αμβλείας γωνίας ω, να βρείτε τους υπόλοιπους τριγωνομετρικούς αριθμούς (ημω, εφω ) της αμβλείας γωνίας ω.

**ΘΕΜΑ 2<sup>o</sup>**

- A. Να επιλύσετε το σύστημα  $(\Sigma)$ :  $\begin{cases} 3a + 2\beta = \alpha + 6 \\ 3\alpha + 4\beta = 3\beta + 7 \end{cases}$

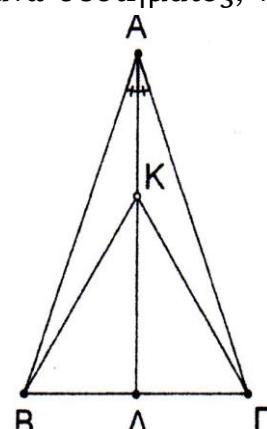
και να αποδείξετε ότι  $\alpha=2$  και  $\beta=1$ .

- B. Για τις τιμές των α και β που βρήκατε από την λύση του παραπάνω συστήματος, να επιλύσετε την εξίσωση:  $5x^2+13\beta x+3\alpha=0$  .

**ΘΕΜΑ 3<sup>o</sup>**

Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο  $ABG$  είναι ισοσκελές με  $AB=AG$  και  $AΔ$  διχοτόμος της γωνίας  $A$ . Αν  $K$  τυχαίο σημείο πάνω στην  $AΔ$ .

- A. Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα  $AKB$  και  $AKG$  είναι ίσα.  
 B. Να δικαιολογήσετε γιατί το τρίγωνο  $BKG$  είναι ισοσκελές.



**4<sup>ο</sup> ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ**

**A. Θεωρία**

**ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>**

Να συμπληρώσετε τις επόμενες ταυτότητες:

A.  $(\alpha+\beta)^2 = \dots$

B.  $(\alpha+\beta)(\alpha-\beta) = \dots$

Γ.  $(\alpha+\beta)^3 = \dots$

**ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>**

Να συμπληρώσετε τις ισότητες για τις παραπληρωματικές γωνίες ω και  $180^\circ - \omega$ .

A.  $\eta\mu(180^\circ - \omega) = \dots$

B.  $\sigma\upsilon\eta(180^\circ - \omega) = \dots$

Γ.  $\varepsilon\varphi(180^\circ - \omega) = \dots$

**B. ΑΣΚΗΣΕΙΣ**

**ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>**

A. Να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

$$\alpha = \sqrt{25 - 4\sqrt{11 + \sqrt{25}}} \quad \beta = \sqrt{2\sqrt{8\sqrt{4}}} \quad \gamma = \sqrt{3 - \sqrt{2}} \cdot \sqrt{3 + \sqrt{2}}$$

B. Να δείξετε ότι το τρίγωνο με πλευρές τα  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  δεν είναι ορθογώνιο.

**ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>**

Να επιλύσετε το σύστημα ( $\Sigma 1$ ):  $\begin{cases} 3x + y = 6 \\ 5x - 2y = -1 \end{cases}$  με 3 τρόπους.

**ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup>**

Δίνονται τα ευθ. τμήματα ΒΕ και ΓΔ που τέμνονται κάθετα στα μέσα τους Α με  $AB = AE$  και  $AG = AD$ .

A. Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα  $ABG$  και  $AGE$  είναι ίσα.

B. Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά που προκύπτουν από την ισότητα των πιο πάνω τριγώνων.  $BG = \dots$ ,  $\hat{\Gamma} = \dots$ ,  $\hat{B} = \dots$

Γ. Να δείξετε ότι  $BGEΔ$  ρόμβος και να βρεθεί το εμβαδόν του.

5<sup>ο</sup> ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

## A. Θεωρία

### ΘΕΜΑ 1ο

- A. Τι ονομάζουμε ταυτότητα;  
 B. Να γράψετε τα αναπτύγματα στις παρακάτω παραστάσεις, ώστε οι τιστήτες που θα προκύψουν να είναι ταυτότητες.  
 i)  $(a + b)^2 = \dots$       ii)  $(a - b)^3 = \dots$       iii)  $(a + b)(a - b) = \dots$

### ΘΕΜΑ 2ο

- A. Να αναφέρετε τρία κριτήρια τιστήτας τριγώνων  
 B. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.  
 a. Δύο τρίγωνα που έχουν τις αντίστοιχες γωνίες τους ίσες είναι πάντα ίσα.  
 β. Δύο ορθογώνια τρίγωνα που έχουν ίσες υποτείνουσες και μία αντίστοιχη οξεία γωνία ίση, είναι ίσα.

## B. ΑΣΚΗΣΕΙΣ

### ΘΕΜΑ 1ο

Δίνεται το πολυώνυμο:  $P(x) = (3-2x)^2 + (3-x)(x+3) - 2x(x-1) + 6$ .

A. Κάνοντας το ανάπτυγμα, να δείξετε ότι:  $P(x) = x^2 - 10x + 24$ .

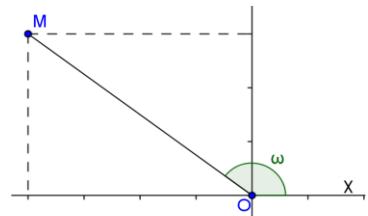
B. Να λύσετε την εξίσωση  $x^2 - 10x + 24 = 0$  και να παραγοντοποιηθεί το τριώνυμο  $x^2 - 10x + 24$ .

### ΘΕΜΑ 2ο

- A. Χρησιμοποιώντας μια από τις αλγεβρικές μεθόδους, να αποδείξετε ότι η λύση του συστήματος ( $\Sigma$ ): 
$$\begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ 5x + 4y = -8 \end{cases}$$
 είναι το ζεύγος  $(-4, 3)$ .

B. Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας  $\omega = xOM$ , όπου  $M$  είναι το σημείο με συντεταγμένες  $M(-4, 3)$ , όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

Γ. Να υπολογίσετε την  $\epsilon\varphi(180^\circ - \omega)$  και το  $\eta\mu(180^\circ - \omega)$ , όπου  $\omega$  η γωνία του ερωτήματος (B).



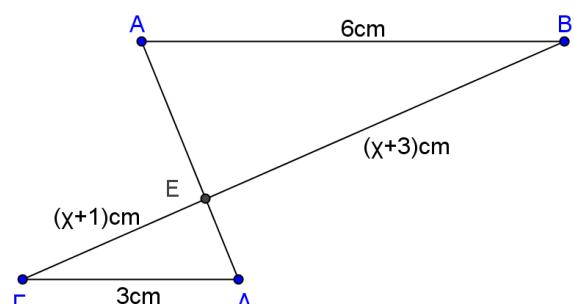
### ΘΕΜΑ 3ο

Στο διπλανό σχήμα είναι  $AB // \Gamma\Delta$ ,  $\Gamma\Delta = 3\text{cm}$  και  $AB = 6\text{cm}$ .

A. Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα  $ABE$  και  $\Gamma\Delta E$  είναι ίσων.

B. Να γράψετε τους ίσους λόγους των πλευρών και να βρεθεί ο λόγος ομοιότητας των δύο τριγώνων.

Γ. Να υπολογισθεί το  $x$  αν  $\Gamma E = x+1$  και  $EB=x+3$ .



**6<sup>ο</sup> ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ**

**A. Θεωρία**

**ΘΕΜΑ 1ο**

- A. Τι ονομάζουμε ρητή αλγεβρική παράσταση;
- B. Ποιες τιμές δεν μπορούν να πάρουν οι μεταβλητές μιας ρητής αλγεβρικής παράστασης;
- C. Πότε και με ποιον τρόπο είναι δυνατό να απλοποιήσουμε μια ρητή αλγεβρική παράσταση;

**ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>**

- A. Να συμπληρώσετε τις παρακάτω ισότητες: i)  $\eta\mu(180^\circ-\omega)=\dots$  ii)  $\sigma\mu(180^\circ-\omega)=\dots$  iii)  $\varepsilon\mu(180^\circ-\omega)=\dots$
- B. Να σχεδιάσετε ένα τρίγωνο με κορυφές τα σημεία A, B και C. Αφού ονομάσετε τις απέναντι πλευρές με τα κατάλληλα γράμματα, να γράψετε το νόμο των συνημιτόνων για την πλευρά γ.

**B. ΑΣΚΗΣΕΙΣ**

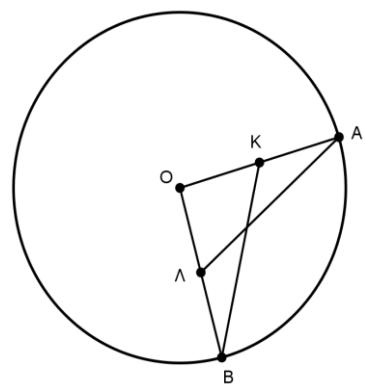
**ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>**

- A. Αν σε τρίγωνο ABC ισχύει η σχέση  $a - 2\beta\sigma\mu\Gamma = 0$ , να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές.

- B. Να αποδείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο ABC ισχύει:  $\frac{\alpha + \beta}{\gamma} = \frac{\eta\mu A + \eta\mu B}{\eta\mu \Gamma}$ .

**ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>**

- A) Να επιλύσετε γραφικά το  $(\Sigma)$ :  $\begin{cases} 2x + y = 12 \\ 3x - y = 13 \end{cases}$
- B) Στη συνέχεια να γίνει επαλήθευση με αλγεβρική επίλυση.
- C) Να επιλύσετε την εξίσωση  $y\omega^2 - x\omega + y = 0$ .



**ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup>**

Στο επόμενο σχήμα φαίνεται ένας κύκλος κέντρου O και οι ακτίνες του OA και OB. Ονομάζουμε K το μέσο της OA και L το μέσο της OB.

- A. Να αποδείξετε ότι  $AL = BK$ .
- B. Να αποδείξετε ότι οι γωνίες  $AKB$  και  $ALB$  είναι ίσες.

7<sup>ο</sup> ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

**A. Θεωρία**

**ΘΕΜΑ 1ο**

- A. Να αποδείξετε την ταυτότητα:  $(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$   
B. Να συμπληρώσετε τα επόμενα κενά με τα κατάλληλα μονώνυμα, ώστε να ισχύουν οι ταυτότητες:  
a.  $(a+b)^2= \dots + \dots + \dots$     b.  $(\dots - \dots)(\dots + \dots) = a^2 - b^2$     γ.  $(\dots - \dots)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

**ΘΕΜΑ 2ο**

- A. Να διατυπώσετε τα τρία (3) κριτήρια ισότητας δύο τριγώνων .  
B. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.  
a. Δύο όμοια τρίγωνα είναι πάντα ίσα.  
β. Δύο ορθογώνια τρίγωνα με δύο πλευρές ίσες είναι πάντα ίσα.  
γ. Δύο τρίγωνα με δύο πλευρές και μια γωνία ίσες είναι πάντα ίσα.

**B. ΑΣΚΗΣΕΙΣ**

**ΘΕΜΑ 1ο**

Σε μία τάξη υπάρχουν 20 αγόρια και 9 κορίτσια. Το 1/4 των αγοριών και το 1/3 των κοριτσιών είναι άριστοι στα μαθηματικά. Καλούμε ένα για εξέταση. Ποια είναι η πιθανότητα:

- α) να μην είναι άριστο στα μαθηματικά.  
β) να είναι κορίτσι.  
γ) να είναι κορίτσι άριστο στα μαθηματικά.  
δ) να είναι κορίτσι ή να μην είναι άριστο στα μαθηματικά.

**ΘΕΜΑ 2ο**

Δίνεται η δευτεροβάθμια εξίσωση  $2x^2 - 9x + 7 = 0$ .

1. Να βρεθεί η Διακρίνουσα της εξίσωσης.
2. Βρείτε τις πραγματικές λύσεις ( ρίζες ) της εξίσωσης.
3. Να παραγοντοποιήσετε την παράσταση  $2x^2 - 9x + 7$
4. Να απλοποιήσετε το κλάσμα  $K = \frac{2x^2 - 9x + 7}{2x^2 - 2}$

**ΘΕΜΑ 3ο**

Δίνεται  $\eta \mu \omega = \frac{3}{5}$  με  $90^\circ < \omega < 180^\circ$  .

- A. Να υπολογίσετε το συνω και την εφω .  
B. Να υπολογίσετε τις παραστάσεις:  $\eta \mu (180^\circ - \omega)$  ,  $\sin(180^\circ - \omega)$  και  $\epsilon \varphi(180^\circ - \omega)$ .  
Γ. Να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης  
 $\Pi = 4 \eta \mu (180^\circ - \omega) - 8 \sin(180^\circ - \omega) + 6 \epsilon \varphi(180^\circ - \omega)$ .

8<sup>ο</sup> ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

**A. Θεωρία**

**ΘΕΜΑ 1ο**

- A. Τι ονομάζεται ταυτότητα ;  
 B. Να συμπληρώσετε τις παρακάτω ταυτότητες :  $(a+b)^2=.....$   
 $(a-b)^2=.....$   $(a+b)(a-b)=.....$

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις ισότητες που ακολουθούν με Σωστό ή Λάθος.  
 α.  $(k+\lambda)^2=k^2+\lambda^2$  β.  $(\mu-\nu)^2=(\nu-\mu)^2$  γ.  $(x-1)^2=x^2-1$  δ.  $(3x-1)^2=(1-3x)^2$

**ΘΕΜΑ 2ο**

- A. Να διατυπώσετε τα τρία κριτήρια ισότητας τριγώνων.  
 B. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις με Σωστό ή Λάθος.  
 α. Σε ίσα τρίγωνα απέναντι από ίσες πλευρές βρίσκονται ίσες γωνίες.  
 β. Αν δυο ορθογώνια τρίγωνα έχουν δυο πλευρές ίσες μια προς μια είναι ίσα.  
 γ. Κάθε ύψος ενός ισοσκελούς τριγώνου είναι και διάμεσός του.

**B. ΑΣΚΗΣΕΙΣ**

**ΘΕΜΑ 1ο**

Δίνονται οι εξισώσεις  $x^2-7x+6=0$  και  $x^2+7x+6=0$ .

- A. Να επιλυθούν οι παραπάνω εξισώσεις και μετά να παραγοντοποιηθούν τα τριώνυμα:  $x^2-7x+6$  και  $x^2+7x+6$ .

B. Δίνονται οι παραστάσεις:  $A=\frac{x^2-7x+6}{x^2-36}$  και  $B=\frac{x^2+7x+6}{x^2-1}$ .

- α. Να βρεθούν οι τιμές του  $x$  για τις οποίες ορίζονται οι παραστάσεις  $A$  και  $B$  και μετά να τις απλοποιήσετε.  
 β. Να αποδείξετε ότι η παράσταση  $(A+B)^2-(A-B)^2$  είναι ανεξάρτητη του  $x$ .

**ΘΕΜΑ 2ο**

1) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης  $A = \frac{3\eta\mu45^\circ \cdot \sigma\nu\nu135^\circ}{2\varepsilon\phi45^\circ} - \frac{\eta\mu60^\circ \cdot \sigma\nu\nu150^\circ}{\varepsilon\phi45^\circ}$

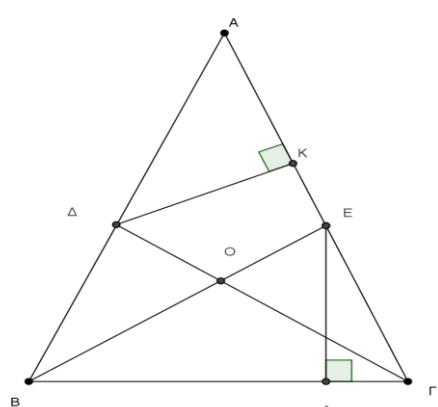
- 2) Να αποδειχθεί η ταυτότητα :  $(\sigma\nu\nu150^\circ - \sigma\nu\nu30^\circ)^2 + (\eta\mu45^\circ + \eta\mu135^\circ)^2 = 5$ .

**ΘΕΜΑ 3ο**

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο  $ABG$  με  $AB=AG$  και διχοτόμους τις  $BE$  και  $\Gamma\Delta$ . Φέρνουμε την  $E\Lambda$  κάθετη στην  $BG$  και την  $\Delta K$  κάθετη στην  $AG$ .

Να αποδείξετε ότι:

- A. Τα τρίγωνα  $BE\Gamma$  και  $B\Delta G$  είναι ίσα.  
 B. Τα τρίγωνα  $B\Gamma E$  και  $\Gamma\Delta K$  είναι ίσα.  
 Γ. Τα τρίγωνα  $\Delta OB$  και  $\Delta BG$  είναι όμοια



9<sup>ο</sup> ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

**A. Θεωρία**

**ΘΕΜΑ 1ο**

- A. Τι ονομάζουμε μονώνυμο;
- B. Να αποδείξετε την ταυτότητα  $(\alpha+\beta)^2=\alpha^2+2\alpha\beta+\beta^2$
- Γ. Αν  $\Delta$  είναι η διακρίνουσα της εξίσωσης  $\alpha x^2+\beta x+\gamma=0$  με  $\alpha \neq 0$ , τότε να αντιστοιχίσετε τις δύο στήλες.

ΣΤΗΛΗ Α	ΣΤΗΛΗ Β
a. $\Delta > 0$	1. Η εξίσωση έχει μία διπλή λύση.
β. $\Delta = 0$	2. Η εξίσωση έχει δύο άνισες λύσεις.
γ. $\Delta < 0$	3. Η εξίσωση είναι αδύνατη.
	4. Τίποτα από τα παραπάνω

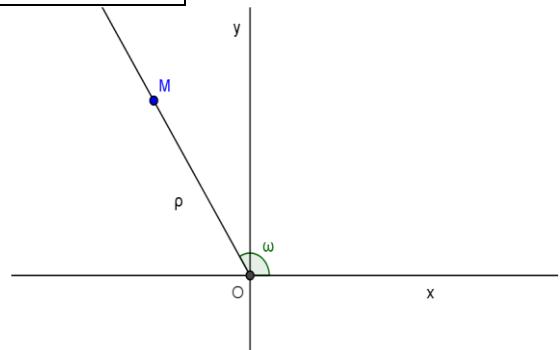
**ΘΕΜΑ 2ο**

Στο διπλανό ορθοκανονικό σύστημα αξόνων είναι σχεδιασμένη μία γωνία  $\omega$ .

Το σημείο  $M(x,y)$  είναι ένα τυχαίο σημείο της τελικής πλευράς της γωνίας  $\omega$ .

Με τη βοήθεια του σχήματος να δείξετε ότι  $\eta\mu^2\omega + \sigma\nu^2\omega = 1$

Β. Να αντιστοιχίσετε σε κάθε τριγωνομετρικό αριθμό της στήλης A τον ίσο του τριγωνομετρικό αριθμό από τη στήλη B.



**B. ΑΣΚΗΣΕΙΣ**

**ΘΕΜΑ 1ο**

A. Να επιλύσετε την εξίσωση  $x^2 - 8x + 7 = 0$ .

B. Να επιλύσετε την ανίσωση  $\frac{x+3}{2} - \frac{16}{5} > \frac{11-x}{5} + \frac{3x-1}{20}$

Γ Να εξετάσετε αν οι λύσεις της εξίσωσης είναι και λύσεις της ανίσωσης.

**ΘΕΜΑ 2ο**

A. Να λυθεί το σύστημα:  $\begin{cases} 3a - 2\beta = 36 \\ \alpha + 3\beta = -10 \end{cases}$  και να δείξετε ότι  $\alpha = 8$  και  $\beta = -6$

B. Αν  $\alpha$  και  $\beta$  οι αριθμοί που προέκυψαν από το ερώτημα (A) και εφω  $= \frac{\beta}{\alpha}$ , με ω αμβλεία γωνία, να υπολογίσετε το ημιω και το συνω.

Γ. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης  $\Pi = (\eta\mu\omega - \sigma\nu\omega)^2 + (\eta\mu\omega + \sigma\nu\omega)^2$ .

**ΘΕΜΑ 3ο**

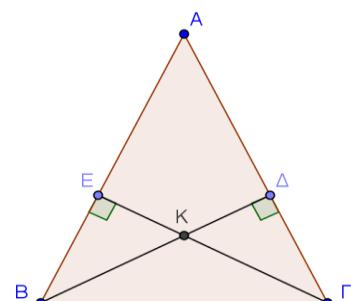
Δίνεται το ισοσκελές τρίγωνο  $ABG$  με  $AB = AG$ .

Αν  $B\Delta$  και  $GE$  ύψη του τριγώνου και  $K$  το σημείο τομής τους, να αποδείξετε ότι:

A. Τα τρίγωνα  $BEG$  και  $B\Delta G$  είναι ίσα.

B. Τα τρίγωνα  $KEB$  και  $K\Delta G$  είναι ίσα.

Γ. Το τρίγωνο  $KBG$  είναι ισοσκελές.



**10<sup>ο</sup> ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ**

**A. Θεωρία**

**ΘΕΜΑ 1ο**

Να μεταφέρετε στην κόλλα σας και να συμπληρώστε τις ισότητες ώστε να προκύψουν οι γνωστές ταυτότητες:

$$(a + \beta).(a - \beta) = \dots \quad a^2 + 2a\beta + \beta^2 = \dots \quad (a + \beta)^3 = \dots$$

και να αποδείξετε την  $(a - \beta)^2 = a^2 - 2a\beta + \beta^2$

**ΘΕΜΑ 2ο**

- A. Πότε δύο πολύγωνα λέγονται ίσα;
- B. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις με Σωστό ή Λάθος.
  - a. Δύο ορθογώνια τρίγωνα είναι ίσα, όταν έχουν δύο αντίστοιχες πλευρές ίσες μία προς μία.
  - β. Τα τρίγωνα του διπλανού σχήματος είναι ίσα.
  - γ. Δύο τρίγωνα που έχουν τις γωνίες τους ίσες μία προς μία, είναι ίσα.

**B. ΑΣΚΗΣΕΙΣ**

**ΘΕΜΑ 1ο**

Δίνονται οι παραστάσεις :  $\alpha = x+3+3x^2-2x-2(x^2+1)$ ,  $\beta = (x-4)(x+4)-x(x-6)$  και  $\gamma = (x-1)^2-1$ .

- A. a. Να κάνετε τις πράξεις και τις αναγωγές ομοίων όρων στις παραστάσεις  $\alpha$  και  $\beta$ .
  - β. Να παραγοντοποιήσετε την παράσταση  $(\gamma)$ .
- B. Χρησιμοποιώντας τις τελικές μορφές των παραστάσεων  $\alpha$ ,  $\beta$  και  $\gamma$  που βρήκατε στο (A) ερώτημα να επιλύσετε την εξίσωση:  $2\alpha + \beta = \gamma - 19$ .

**ΘΕΜΑ 2ο**

$$\text{Δίνεται το } (\Sigma): \begin{cases} (x-3)^2 + 5y = -2x(x+5) + 3x^2 \\ \frac{x-2}{3} - \frac{1}{2} = 1 - \frac{2y-3}{2} \end{cases} \quad \text{Να φέρετε το } (\Sigma) \text{ στη μορφή} \begin{cases} 4x + 5y = -9 \\ 2x - 6y = 4 \end{cases} \text{ και}$$

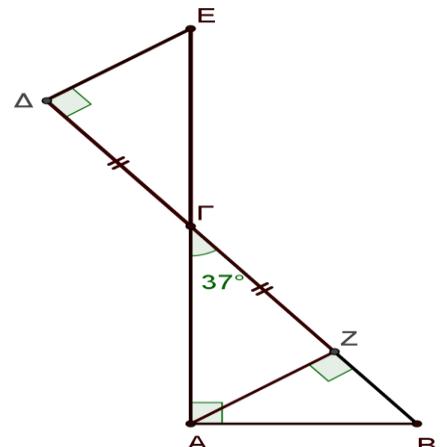
να το επιλύσετε με όποια αλγεβρική μέθοδο θέλετε.

**ΘΕΜΑ 3ο**

Στο διπλανό σχήμα τα τρίγωνα  $ABG$  και  $\Delta EΓ$  είναι ορθογώνια με  $\hat{A} = 90^\circ$  και  $\hat{\Delta} = 90^\circ$  αντίστοιχα,  $A\hat{G}B = 37^\circ$ ,  $AZ \perp BG$  και  $\Delta G = \Gamma Z$ .  
 A. Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα  $AZG$  και  $E\Delta G$  είναι ίσα και στη συνέχεια να συμπληρώσετε τις ισότητες :  $\Delta E = \dots$  και  $E\Gamma = \dots$

B. Αφού υπολογίσετε τις γωνίες  $\hat{E}$  και  $\hat{B}$ , να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα  $AZB$  και  $\Gamma \Delta E$  είναι ίσα.

G. Αν  $AZ = 6\text{cm}$  και  $\Delta G = 8\text{cm}$ , να συμπληρώσετε τους λόγους  $\frac{AZ}{...} = \frac{BZ}{...} = \frac{AB}{...}$  και να υπολογίσετε το μήκος του  $BZ$ .



## Τελευταίες συμβουλές

### 1η Συμβουλή

Μην πανηγυρίζετε την ώρα που δίνονται τα θέματα. Ενδεχόμενα να κρύβουν κάποιες παγίδες που με την πρώτη ματιά δεν φαίνονται.

### 2η Συμβουλή

Να είστε ψύχραιμοι κατά την διάρκεια των εξετάσεων για να αποδώσετε στο μέγιστο της προετοιμασίας σας.

### 3η Συμβουλή

Μην απογοητεύεστε αν τυχόν σας φαίνονται άγνωστα τα θέματα. Θα ακολουθήσουν 2 ώρες που μπορείτε να κάνετε τα πάντα. Σίγουρα είναι θέματα που κάπου, κάποτε τα έχετε διδαχθεί.

### 4η Συμβουλή

Μην συζητάτε με άλλους συνυποψήφιούς σας για τις λύσεις των θεμάτων μετά το τέλος της εξέτασης. Το μόνο που θα σας προσφέρει μια τέτοια κουβέντα είναι προβληματισμός. Αν θέλετε να συμβουλευτείτε κάποιον, μιλήστε με τον υπεύθυνο καθηγητή.

### 5η Συμβουλή

Μην επηρεάζεστε από ενδεχόμενη αποτυχία σε κάποιο μάθημα. Σκεφθείτε ότι είναι καλύτερα να έχετε αποτύχει σε ένα μάθημα παρά σε δύο ή περισσότερα.

.....και μετά ,



**Εύχομαι επιτυχία στους στόχους σας!!!!!!!!!!!!!!**