

Θέματα προσομοίωσης για τις προαγωγικές εξετάσεις

**1ο ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΒΟΛΟΥ ΜΑΓΝΗΣΙΑΣ**  
**ΤΑΞΗ Β΄**  
**ΕΠΑΝΑΛΗΨΕΙΣ ΣΤΙΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ**  
**ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ**  
**ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ**  
**ΣΤΗΝ**  
**ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ**



***ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ***

**ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ 2018 – 2019**

1<sup>ο</sup> ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

ΘΕΜΑ Α

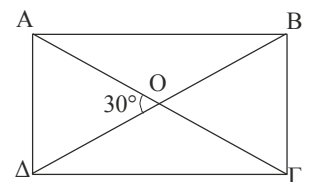
**A1)** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Το τρίγωνο ΑΒΓ είναι αμβλυγώνιο. Ισχύει  $\alpha^2 > \beta^2 + \gamma^2 - 2\beta\gamma$ .
2. Αν  $\gamma$  η μεγαλύτερη πλευρά τριγώνου ΑΒΓ με πλευρές  $\alpha, \beta, \gamma$  και  $\gamma^2 > \alpha^2 + \beta^2$ , τότε αυτό είναι αμβλυγώνιο.
3. Αν δύο τρίγωνα έχουν ίσα εμβαδά, τότε τα τρίγωνα αυτά είναι ίσα.
4. Ο τύπος  $E = \frac{\delta_1 \cdot \delta_2}{2}$  όπου  $\delta_1, \delta_2$  οι διαγώνιοι ενός τετραπλεύρου ισχύει σε κάθε τετράπλευρο με κάθετες διαγώνιους.
5. Δύο κανονικά πολύγωνα είναι όμοια.

**A2)** Να αποδειχθεί ότι το εμβαδόν τραπεζίου ισούται με  $E = \frac{\beta_1 + \beta_2}{2} \cdot \upsilon$  όπου  $\beta_1, \beta_2$  οι βάσεις του και  $\upsilon$  το ύψος του.

ΘΕΜΑ Β

Ενός ορθογωνίου παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ το εμβαδόν του είναι ίσο με  $\frac{ΑΓ^2}{4}$ , όπου ΑΓ η μία διαγώνιός του. Δείξτε ότι η οξεία γωνία ΑΟΔ των διαγωνίων του είναι  $30^\circ$ .



ΘΕΜΑ Γ

Ενός τριγώνου ΑΒΓ τα μήκη των πλευρών του είναι 5 cm, 3 cm και 7 cm.

**Γ1)** Να προσδιοριστεί το είδος του ως προς τις γωνίες του

**Γ2)** Να υπολογιστεί σε μοίρες η γωνία του τριγώνου που βρίσκεται απέναντι από τη μεγαλύτερη πλευρά του.

ΘΕΜΑ Δ

Σε κάθε κανονικό πεντάγωνο ΑΒΓΔΕ να αποδείξετε ότι :

**Δ1)** Κάθε διαγώνιος χωρίζει το πεντάγωνο σε ένα ισοσκελές τραπέζιο και σε ένα ισοσκελές τρίγωνο.

**Δ2)** Από τα σχήματα, στα οποία χωρίζεται το πεντάγωνο με δύο διαγώνιους του που δεν έχουν κοινό άκρο, το ένα είναι ρόμβος.

**Δ3)** Αν Ζ είναι το σημείο τομής της ΑΓ με τη ΒΔ, τότε είναι  $AZ^2 = ΑΓ \cdot ΖΓ$

2<sup>ο</sup> ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

**ΘΕΜΑ Α**

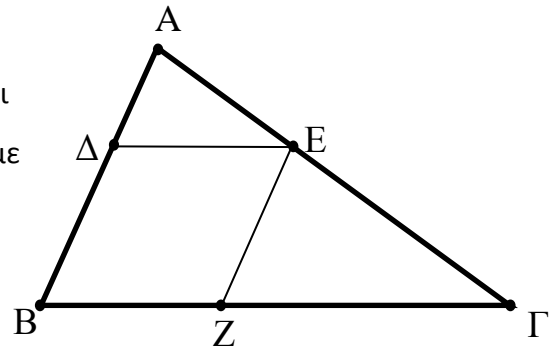
**A1)** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Το τρίγωνο ABΓ είναι ορθογώνιο στο A. Ισχύει  $\beta^2 < \alpha^2 + \gamma^2$ .
2. Δύο κυκλικοί τομείς του ίδιου κύκλου έχουν ίσα εμβαδά.
3. Η γωνία εγγεγραμμένου ν-γώνου είναι  $\omega_n = \frac{360^\circ}{n}$ .
4. Η περίμετρος κανονικού πολυγώνου πλευράς  $\lambda_n$  δίνεται από τον τύπο  $P_n = n \cdot \lambda_n$
5. Ένα τόξο  $\alpha$  rad έχει μήκος  $\alpha \cdot R$ .

**A2)** Να αποδείξετε ότι, σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο, το τετράγωνο της υποτεινουσας ισούται με το άθροισμα των τετραγώνων των κάθετων πλευρών του.

**ΘΕΜΑ Β**

Δίνεται τρίγωνο ABΓ και τα σημεία Δ και E των πλευρών AB και AΓ αντίστοιχα ώστε  $\frac{A\Delta}{AB} = \frac{AE}{A\Gamma} = \frac{1}{3}$ . Από το σημείο E φέρνουμε παράλληλη προς την AB, η οποία τέμνει την BΓ στο σημείο Z.



Να αποδείξετε ότι :

- B1)** Τα τρίγωνα ABΓ και AΔE είναι όμοια.  
**B2)**  $3BZ = B\Gamma$ .

**ΘΕΜΑ Γ**

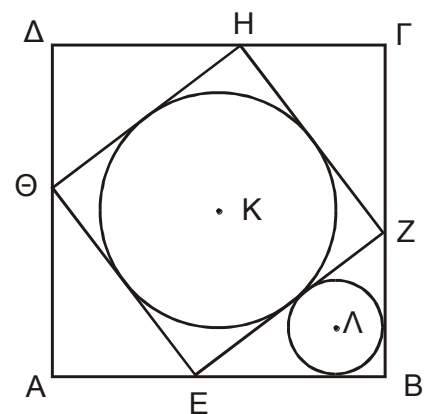
Θεωρούμε τρεις διαδοχικές γωνίες  $\hat{xOy}$ ,  $\hat{yOz}$ ,  $\hat{zOx}$  ώστε  $\hat{xOy} = \hat{yOz} = \hat{zOx} = 150^\circ$ . Πάνω στις  $Ox$ ,  $Oy$ ,  $Oz$  παίρνουμε τα σημεία A, B, Γ ώστε  $OA=2$ ,  $OB=4$ ,  $OG=6$ .

- Γ1)** Να υπολογίσετε το  $(O\Gamma A)$   
**Γ2)** Να υπολογίσετε τον λόγο:  $\frac{(OAB)}{(OB\Gamma)}$

**ΘΕΜΑ Δ**

Στο σχήμα που ακολουθεί, σε τετράγωνο ABΓΔ πλευράς 7 cm, εγγράφουμε τετράγωνο EZHΘ έτσι, ώστε:  $AE = BZ = \Gamma H = \Delta\Theta = 3$  cm.

- Δ1)** Να βρεθεί το εμβαδόν του τετραγώνου EZHΘ.  
**Δ2)** Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου EBZ και να αποδείξετε ότι η ακτίνα του εγγεγραμμένου κύκλου ( $\Lambda$ ,  $\rho$ ) στο τρίγωνο EBZ είναι  $\rho = 1$ cm.  
**Δ3)** Εάν (K, R) είναι ο εγγεγραμμένος κύκλος στο τετράγωνο EZHΘ, να υπολογίσετε το λόγο του εμβαδού του κύκλου (K, R) προς το εμβαδόν του κύκλου ( $\Lambda$ ,  $\rho$ ).



3<sup>ο</sup> ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

ΘΕΜΑ Α

**A1)** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Το τρίγωνο ABΓ είναι αμβλυγώνιο στο Α. Ισχύει  $\beta^2 < \alpha^2 + \gamma^2$ .
2. Αν σε τρίγωνο ABΓ με πλευρές  $\alpha, \beta, \gamma$  ισχύει  $\beta^2 < \alpha^2 + \gamma^2$ , τότε το τρίγωνο είναι πάντοτε οξυγώνιο.
3. Αν ένα τρίγωνο χωρίζεται από μια διχοτόμο του σε δύο ισοδύναμα τρίγωνα, τότε είναι ισοσκελές
4. Ο τύπος του Ήρωνα  $E = \sqrt{\tau(\tau - \alpha)(\tau - \beta)(\tau - \gamma)}$  ισχύει μόνο σε ορθογώνια τρίγωνα.
5. Η ευθεία που συνδέει τα μέσα των δύο βάσεων τραπέζιου το διαιρεί σε δύο ισοδύναμα τραπέζια.

**A2)** Σε ποια σχέση βρίσκεται η  $\lambda_4$  και το  $\alpha_4$  σε σχέση με την **R**; Αποδείξτε την.

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται ορθογώνιο τραπέζιο ABΓΔ με  $AB \parallel \Gamma\Delta$ ,  $AB < \Gamma\Delta$ ,  $\hat{A} = \hat{\Delta} = 90^\circ$ ,  $AB=4$ ,  $A\Delta=3$ ,  $B\Gamma=5$ .

Να υπολογίσετε:

**B1)** Την προβολή της ΒΓ πάνω στην ΔΓ.

**B2)** Το εμβαδόν του ABΓΔ

**B3)** Το εμβαδόν του ABΓ.

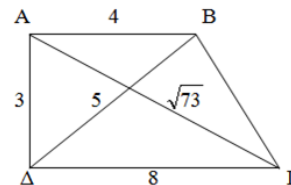
ΘΕΜΑ Γ

Στο διπλανό σχήμα

**Γ1)** Να δείξετε ότι το ABΓΔ είναι ορθογώνιο τραπέζιο.

**Γ2)** Να υπολογίσετε το εμβαδόν του.

**Γ1)** Να βρείτε το μήκος της πλευράς ΒΓ



ΘΕΜΑ Δ

**Δ1)** Ένας τετραγωνικός κήπος έχει πλευρά  $40\sqrt{2}$  m. Στις κορυφές του τοποθετούνται περιστρεφόμενοι μηχανισμοί ποτίσματος μέχρι 25m. Να βρείτε το εμβαδόν του κήπου που δεν ποτίζεται όταν λειτουργούν ταυτόχρονα και οι τέσσερις μηχανισμοί.

**Δ2)** Ένας πέμπτος μηχανισμός τοποθετείται στο κέντρο του κήπου. Ποια είναι η ακτίνα της μεγαλύτερης περιοχής που πρέπει να ποτίζει ο κεντρικός μηχανισμός ώστε καμία περιοχή να μη ποτίζεται από δύο μηχανισμούς.

**Δ3)** Ποιο εμβαδόν του κήπου μένει απότιστο στην περίπτωση β);

**Δ4)** Ποια είναι η ακτίνα της μικρότερης περιοχής που πρέπει να ποτίζει ο κεντρικός μηχανισμός ώστε καμία περιοχή να μη μένει απότιστη;

**4<sup>ο</sup> ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ**

**ΘΕΜΑ Α**

**A1)** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Το τρίγωνο ABΓ είναι ορθογώνιο στο Α. Ισχύει  $\beta^2 < \alpha^2 + \gamma^2$ .
2. Σε κάθε τρίγωνο ABΓ ισχύει η ισοδυναμία:  $\alpha^2 < \beta^2 + \gamma^2$ , αν και μόνο αν  $\hat{A} < 90^\circ$ .
3. Αν γ η μεγαλύτερη πλευρά τριγώνου ABΓ με πλευρές α, β, γ και  $\gamma^2 > \alpha^2 + \beta^2$ , τότε αυτό είναι αμβλυγώνιο.
4. Σε κύκλο (O,R), το εμβαδόν E κυκλικού τομέα  $\mu^\circ$  δίνεται από τον τύπο  $E = \frac{\pi R^2 \mu}{180}$ .
5. Μηνίσκος είναι το άθροισμα δύο κυκλικών τμημάτων που έχουν κοινή χορδή

**A2)** Να δείξετε ότι σε ισόπλευρο τρίγωνο εγγεγραμμένου σε κύκλο (O,R) ισχύουν: α)  $\lambda_3 = R\sqrt{3}$  β)  $\alpha_3 = \frac{R}{2}$

**ΘΕΜΑ Β**

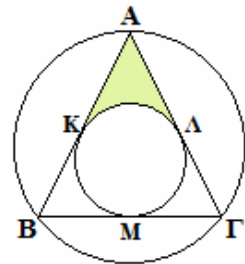
Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ABΓ ( $\hat{A} = 90^\circ$ ) με ΑΓ=4 και ύψος ΑΔ=  $\frac{12}{5}$ .

- B1)** Να υπολογίσετε το μήκος του τμήματος ΔΓ.  
**B2)** Να αποδείξετε ότι  $\Delta B = \frac{9}{5}$ .  
**B3)** Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου ABΓ.

**ΘΕΜΑ Γ**

Αν ο μικρός κύκλος έχει ακτίνα R, να βρείτε:

- G1)** την ακτίνα του μεγάλου κύκλου.  
**G2)** το εμβαδόν του ισοπλεύρου τριγώνου ABΓ  
**G3)** το εμβαδόν του ΑΚΛ.



**ΘΕΜΑ Δ**

Δίνεται τρίγωνο ABΓ, το ορθόκεντρό του Η και ημικύκλιο με διάμετρο την ΒΓ που τέμνει το ύψος ΑΑ' στο Δ. Να δείξετε ότι:

- Δ1)**  $A'D^2 = A'B \cdot A'Γ$   
**Δ2)** Τα τρίγωνα ΒΑ'Η και ΑΑ'Γ είναι όμοια.  
**Δ3)**  $A'B \cdot A'Γ = A'A \cdot A'H$   
**Δ4)**  $(\Delta B\Gamma)^2 = (AB\Gamma) \cdot (HB\Gamma)$ .

5<sup>ο</sup> ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

**ΘΕΜΑ Α**

**A1)** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

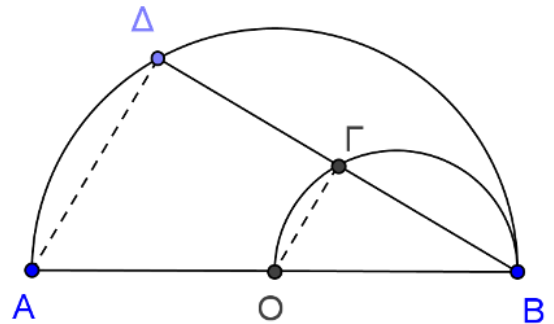
1. Οι μνήσκοι του Ιπποκράτη ισχύουν σε τυχαίο τρίγωνο .
2. Το τρίγωνο που έχει μήκη πλευρών 5, 7, 9 είναι οξυγώνιο.
3. Η γωνία ενός κανονικού ν-γώνου και η κεντρική του γωνία είναι συμπληρωματικές.
4. Η πλευρά ενός τετραγώνου εγγεγραμμένου σε κύκλο, ισούται με την ακτίνα του περιγεγραμμένου κύκλου.
5. Ο λόγος των εμβαδών δύο ισοπλεύρων τριγώνων είναι ίσος με το τετράγωνο του λόγου των υψών τους.

**A2)** Να αποδείξετε ότι, σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο, το τετράγωνο του ύψους που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα, ισούται με το γινόμενο των προβολών των κάθετων πλευρών στην υποτείνουσα.

**ΘΕΜΑ Β**

Σε ημικύκλιο διαμέτρου AB κέντρου O θεωρούμε σημείο του Δ. Η χορδή ΔB τέμνει το ημικύκλιο διαμέτρου OB στο Γ. Να αποδείξετε ότι:

- B1)** Τα τρίγωνα AΔB και OΓB είναι όμοια.  
**B2)**  $(AΔB) = 4 (OΓB)$



**ΘΕΜΑ Γ**

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ABΓ ( $A=90^\circ$ ) με μήκη πλευρών  $AB=R$  και  $AΓ=R\sqrt{3}$ . Γράφουμε τους κύκλους  $(B,R)$  και  $(Γ, R\sqrt{3})$  που τέμνονται στο Δ. Να υπολογίσετε:

- G1)** Το μήκος της BΓ συναρτήσει του R  
**G2)** Τις γωνίες B και Γ του τριγώνου.  
**G3)** Το εμβαδόν του τετραπλεύρου ABΔΓ συναρτήσει του R  
**G4)** Το εμβαδόν του κοινού μέρους των δύο κύκλων συναρτήσει του R.

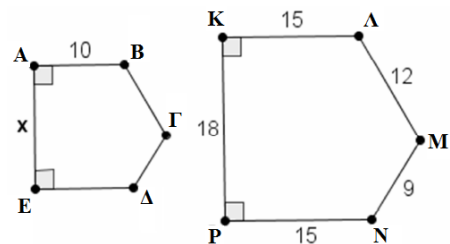
**ΘΕΜΑ Δ**

Στο διπλανό σχήμα, τα πολύγωνα ABΓΔE και KΛMNP είναι όμοια και έχουν  $\hat{A} = \hat{N}$  και  $\hat{B} = \hat{K}$ .

**Δ1)** Να προσδιορίσετε το λόγο ομοιότητάς τους. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

**Δ2)** Να υπολογίσετε το μήκος x της πλευράς AE.

**Δ3)** Να βρείτε την περίμετρο του πολυγώνου ABΓΔE.



6<sup>ο</sup> ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

**ΘΕΜΑ Α**

**A1)** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Αν γ η μεγαλύτερη πλευρά τριγώνου ΑΒΓ με πλευρές α, β, γ και  $\gamma^2 > \alpha^2 + \beta^2$ , τότε αυτό είναι αμβλυγώνιο.
2. Αν ένα τρίγωνο χωρίζεται από μια διχοτόμο του σε δύο ισοδύναμα τρίγωνα, τότε είναι ισοσκελές.
3. Δύο πολύγωνα με τον ίδιο αριθμό πλευρών είναι όμοια.
4. Για τυχαίο τρίγωνο ΑΒΓ με ύψος ΑΔ, ισχύει  $AB^2 = BG \cdot BD$ .
5. Το εμβαδό ενός τετραγώνου δίνεται από τον τύπο  $\frac{1}{2} \delta^2$ , όπου δ η διαγώνιός του.

**A2)** Σε ποια σχέση βρίσκεται η  $\lambda_6$  και το  $\alpha_6$  σε σχέση με την R; Αποδείξτε την.

**ΘΕΜΑ Β**

Τα διπλανά τρίγωνα ΑΒΓ και ΔΕΖ είναι ορθογώνια με ορθές τις γωνίες Α και Δ αντίστοιχα. Επιπλέον, για τις πλευρές των τριγώνων ΑΒΓ και ΔΕΖ αντίστοιχα ισχύουν  $AB=28$ ,  $AG=24$  και  $DE=21$ ,  $DZ=18$ .

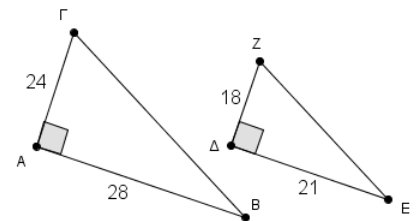
**B1)** Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΔΕΖ είναι όμοια.

**B2)** Με τη βοήθεια του ερωτήματος α) να συμπληρώσετε κατάλληλα τα κενά:

$$\frac{AB}{\dots} = \frac{\dots}{EZ} = \frac{AG}{\dots}$$

**B3)** Από τις παρακάτω ισότητες να επιλέξετε τη σωστή.

**i.**  $ZE = \frac{18}{21} \Gamma B$     **ii.**  $ZE = \frac{24}{28} \Gamma B$     **iii.**  $ZE = \frac{3}{4} \Gamma B$     **iv.**  $ZE = \frac{4}{3} \Gamma B$



**ΘΕΜΑ Γ**

Σε ευθεία (ε) παίρνουμε σημεία Α, Β, Γ ώστε  $AB=2\alpha$  και  $BG= \alpha$  και με βάσεις αυτά κατασκευάζουμε ισόπλευρα τρίγωνα ΔΑΒ και ΕΒΓ προς το ίδιο μέρος της (ε).

Να δείξετε ότι

**Γ1)**  $\Delta H = \Delta E$  όπου ΔΗ είναι το ύψος του ΑΔΒ.

**Γ2)**  $(\text{ΑΓΕΔ}) = \frac{7\alpha^2 \sqrt{3}}{4}$ .

**ΘΕΜΑ Δ**

Δίνεται ημικύκλιο κέντρου Ο και διαμέτρου  $AB=2R$ . Στην προέκταση του ΑΒ προς το Β θεωρούμε σημείο Γ τέτοιο ώστε  $BG=2R$ . Από το Γ φέρουμε το εφαπτόμενο τμήμα ΓΕ του ημικυκλίου. Η εφαπτομένη του ημικυκλίου στο Α τέμνει την προέκταση του ΓΕ στο Δ. Να δείξετε ότι:

**Δ1)**  $GE=2\sqrt{2} R$ .

**Δ2)**  $GA \cdot GO = GD \cdot GE$

**Δ3)** Να υπολογίσετε το ΓΔ συναρτήσει του R.

**Δ4)** Να υπολογίσετε το άθροισμα των εμβαδών των μεικτόγραμμων τριγώνων ΒΓΕ και ΑΔΕ συναρτήσει του R.



7<sup>ο</sup> ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

**ΘΕΜΑ Α**

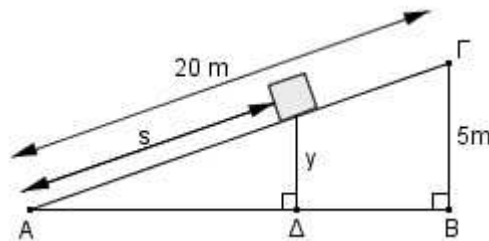
**A1)** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Το μήκος κύκλου είναι μεγαλύτερο από το εμβαδό του..
2. Σε τρίγωνο ΑΒΓ με  $A < 90^\circ$  ισχύει  $BΓ^2 < ΑΒ^2 + ΑΓ^2$ .
3. Δύο ισοδύναμα ορθογώνια τρίγωνα είναι ίσα.
4. Δύο τρίγωνα όμοια και ισεμβαδικά είναι ίσα.
5. Ρόμβος με διαγώνιες  $\delta_1, \delta_2$  είναι ισοδύναμος με ορθογώνιο παραλληλόγραμμο με διαστάσεις  $\delta_1, \delta_2$ .

**A2)** Το εμβαδόν τραπεζίου ισούται με το γινόμενο του ημισυμφορμίου των βάσεων του επί το ύψος.

**ΘΕΜΑ Β**

Ένας άνθρωπος σπρώχνει ένα κουτί προς τα πάνω στη ράμπα του παρακάτω σχήματος.



**B1)** Να αποδείξετε ότι για το ύψος  $y$ , που απέχει το κουτί από το έδαφος κάθε χρονική στιγμή, ισχύει ότι

$$y = \frac{s}{4}, \text{ όπου } s \text{ το μήκος που έχει διανύσει το κουτί πάνω στη ράμπα.}$$

**B2)** Όταν το κουτί απέχει από το έδαφος 2 m, να βρείτε:

- i. Το μήκος  $s$  που έχει διανύσει το κουτί στη ράμπα.
- ii. Την απόσταση του σημείου Δ από την άκρη της ράμπας Α.

**ΘΕΜΑ Γ**

Αν ένα κανονικό εξάγωνο, τετράγωνο, ισόπλευρο τρίγωνο έχουν την ίδια ακτίνα να δείξετε ότι

**Γ1)**  $\lambda_3^2 = \lambda_4^2 + \lambda_6^2$

**Γ2)**  $\lambda_3^2 + \lambda_4^2 = (R\sqrt{5})^2$

**Γ3)**  $\alpha_3^2 + \alpha_4^2 = \left(\frac{\lambda_3}{2}\right)^2$

**Γ4)**  $3\alpha_4 \cdot \lambda_4 = 2\lambda_3 \cdot \alpha_6$

**ΘΕΜΑ Δ**

Ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ έχει κάθετες πλευρές  $ΑΒ=3$  και  $ΑΓ=4$ . Αν ΑΜ είναι η διάμεσος του τριγώνου και (K, R), (Λ, ρ) οι εγγεγραμμένοι κύκλοι στα τρίγωνα ΑΜΒ και ΑΜΓ, να βρείτε:

**Δ1)** τα εμβαδά των τριγώνων ΑΜΒ και ΑΜΓ

**Δ2)** τον λόγο  $\frac{L_{(K,R)}}{L_{(\Lambda,\rho)}}$



8<sup>ο</sup> ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

**ΘΕΜΑ Α**

**A1)** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Η Γενίκευση του Πυθαγορείου Θεωρήματος εφαρμόζεται μόνο σε οξυγώνια τρίγωνα.
2. Αν δύο τρίγωνα είναι όμοια τότε, ο λόγος των εμβαδών τους ισούται με το λόγο της ομοιότητας.
3. Το εμβαδόν τραπεζίου ισούται με το γινόμενο του ημιαθροίσματος των βάσεων του επί το ύψος του
4. Αν σε τρίγωνο ΑΒΓ με πλευρές α, β, γ ισχύουν ταυτόχρονα:  $\alpha^2 < \beta^2 + \gamma^2$ ,  $\beta^2 < \alpha^2 + \gamma^2$ ,  $\gamma^2 < \alpha^2 + \beta^2$ , τότε το τρίγωνο είναι οξυγώνιο.
5. Τετράγωνο πλευράς α είναι ισοδύναμο με ισόπλευρο τρίγωνο πλευράς ίσης με τη διαγώνιο του τετραγώνου.

**A2)** Διατυπώστε και αποδείξτε το Θεώρημα της εσωτερικής διχοτόμου τριγώνου.

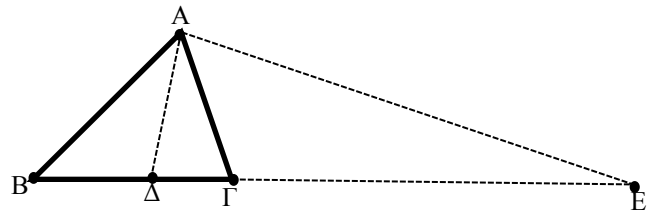
**ΘΕΜΑ Β**

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ ( $AB > AG$ ) και ΑΔ, ΑΕ η εσωτερική και η εξωτερική διχοτόμος του αντίστοιχα.

Αν είναι  $AB=6$ ,  $\Delta B=3$ ,  $B\Gamma=5$  και  $BE=15$ , να αποδείξετε ότι:

**B1)**  $AG = 4$

**B2)**  $\Delta E = 12$



**ΘΕΜΑ Γ**

Έστω Α,Β,Γ,Δ είναι διαδοχικές κορυφές κανονικού δεκαγώνου εγγεγραμμένο σε κύκλο (Ο, R). Φέρουμε τις ΑΔ και ΒΟ που τέμνονται στο Λ. Να δείξετε ότι:

**Γ1)**  $AD - AB = R$

**Γ2)** Τα τρίγωνα ΑΟΔ και ΑΟΛ είναι όμοια και  $AD \cdot AB = R^2$

**Γ3)**  $AD^2 + AB^2 = 3R^2$

**ΘΕΜΑ Δ**

Με υποτείνουσες τις κάθετες πλευρές ΑΒ, ΑΓ ενός ορθογωνίου τριγώνου ΑΒΓ με  $\beta + \gamma = 20$  κατασκευάζουμε εξωτερικά ορθογώνια και ισοσκελή τρίγωνα ΑΒΔ, ΑΓΕ.

Να δείξετε ότι:

**Δ1)** τα Α, Δ, Ε είναι συνευθειακά.

**Δ2)**  $(B\Gamma E\Delta) = 100$ .

9<sup>ο</sup> ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

**ΘΕΜΑ Α**

**A1)** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Αν δύο τρίγωνα έχουν ίσα εμβαδά, τότε τα τρίγωνα αυτά είναι ίσα.
2. Ισοπλευρο τρίγωνο ΑΒΓ πλευράς α είναι ισοδύναμο με ρόμβο πλευράς α και οξείας γωνίας 60°.
3. Δύο τετράγωνα τα οποία έχουν ίσα εμβαδά είναι ίσα.
4. Υπάρχει τρίγωνο ΑΒΓ με πλευρές α, β, γ για το οποίο να ισχύουν ταυτόχρονα:  $\alpha^2 > \beta^2 + \gamma^2$ ,  $\beta^2 < \alpha^2 + \gamma^2$ ,  $\gamma^2 > \alpha^2 + \beta^2$ .
5. Σε τετράπλευρο ΑΒΓΔ, αν Μ είναι το μέσο της διαγωνίου ΒΔ, τότε τα σχήματα ΑΜΓΔ και ΑΜΓΒ είναι ισοδύναμα.

**A2)** Να δείξετε ότι το εμβαδόν τυχόντος παραλληλογράμμου είναι ίσο προς το γινόμενο μιας πλευράς του επί το αντίστοιχο προς αυτή ύψος

**ΘΕΜΑ Β**

Σε τρίγωνο ΑΒΓ η διχοτόμος της γωνίας Α τέμνει την πλευρά ΒΓ σε σημείο Δ, τέτοιο ώστε  $\frac{ΒΔ}{ΔΓ} = \frac{3}{4}$

**B1)** Να αποδείξετε ότι  $AB = \frac{3}{4} AG$

**B2)** Αν επιπλέον ισχύει ότι  $BΓ = \frac{3}{4} AG$ , να εξετάσετε αν το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

**ΘΕΜΑ Γ**

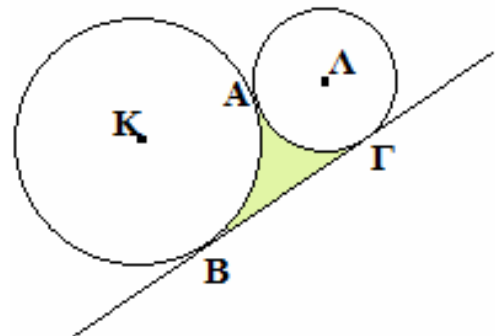
Δίνεται οξυγώνιο τρίγωνο ΑΒΓ με  $\gamma = 2$ ,  $\beta = \sqrt{2}$  και εμβαδόν  $(ΑΒΓ) = \frac{\beta\gamma\sqrt{2}}{4}$ .

- Γ1)** Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές.
- Γ2)** Να υπολογίσετε την ακτίνα R του περιγεγραμμένου κύκλου του ΑΒΓ.
- Γ3)** Να υπολογίσετε την προβολή της ΑΒ πάνω στην ΒΓ.

**ΘΕΜΑ Δ**

Δίνονται οι κύκλοι (Κ,3R), (Λ,R) και η εφαπτομένη ΒΓ.

- Δ1)** Να αποδείξετε ότι ΚΒΓΛ ορθογώνιο τραπέζιο.
- Δ2)** Να βρείτε την ΒΓ σε συνάρτηση του R.
- Δ3)** Να δείξετε ότι γωνία ΑΚΒ = 60°.
- Δ4)** Να βρείτε εμβαδόν του μεικτόγραμμου χωρίου ΑΒΓ.



**10<sup>ο</sup> ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ**

**ΘΕΜΑ Α**

**A1)** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Η πρώτη Πυθαγόρεια τριάδα είναι οι αριθμοί 3, 4 και 5.
2. Αν ένα τρίγωνο χωρίζεται από ένα ύψος του σε δύο ισεμβαδικά τρίγωνα, τότε είναι ισοσκελές.
3. Ισόπλευρο τρίγωνο ΑΒΓ πλευράς 2α είναι ισοδύναμο με τετράγωνο πλευράς α.
4. Αν η πλευρά τετραγώνου τριπλασιαστεί, τότε το εμβαδόν του 9-πλασιάζεται.
5. Αν οι πλευρές τετραγώνου αυξηθούν κατά 4 cm η καθεμία, τότε το εμβαδόν του αυξάνεται κατά 16 cm<sup>2</sup>.

**A2)** Διατυπώστε τα τρία κριτήρια ομοιότητας τριγώνων.

**ΘΕΜΑ Β**

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ=9, ΑΓ=15. Από το βαρύκεντρο Θ φέρνουμε ευθεία παράλληλη στην πλευρά ΒΓ που τέμνει τις ΑΒ,ΑΓ στα Δ,Ε αντίστοιχα.

**B1)** Να αποδείξετε ότι  $\frac{ΑΔ}{ΑΒ} = \frac{2}{3}$  και  $\frac{ΑΕ}{ΕΓ} = 2$ .

**B2)** Να υπολογίσετε τα μήκη των τμημάτων ΑΔ,ΓΕ.

**ΘΕΜΑ Γ**

Σε κύκλο (Ο, R) είναι εγγεγραμμένο ισόπλευρο τρίγωνο ΑΒΓ με πλευρά ΑΒ=15.

Να υπολογίσετε:

- Γ1)** την ακτίνα R του κύκλου
- Γ2)** το εμβαδόν του κυκλικού δίσκου (Ο, R)
- Γ3)** το εμβαδόν του ισοπλεύρου τριγώνου ΑΒΓ
- Γ4)** το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από τον κύκλο και το ισόπλευρο τρίγωνο.

**ΘΕΜΑ Δ**

Σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει  $u_\alpha = 3\rho$ , όπου  $\rho$  είναι η ακτίνα του εγγεγραμμένου κύκλου.

Να δείξετε ότι:

**Δ1)**  $\beta + \gamma = 2\alpha$

**Δ2)**  $\frac{\rho}{u_\beta} + \frac{\rho}{u_\gamma} = \frac{2}{3}$

**Δ3)**  $\beta\gamma = 6R\rho$ .

## Τελευταίες συμβουλές

### 1<sup>η</sup> συμβουλή

Μην πανηγυρίζετε την ώρα που δίνονται τα θέματα. Ενδεχόμενα να κρύβουν κάποιες παγίδες που με την πρώτη ματιά δεν φαίνονται.

### 2<sup>η</sup> συμβουλή

Να είστε ψύχραιμοι κατά την διάρκεια των εξετάσεων για να αποδώσετε στο μέγιστο της προετοιμασίας σας.

### 3<sup>η</sup> συμβουλή

Μην απογοητεύεστε αν τυχόν σας φαίνονται άγνωστα τα θέματα. Θα ακολουθήσουν 2 ώρες που μπορείτε να κάνετε τα πάντα. Σίγουρα είναι θέματα που κάπου, κάποτε τα έχετε διδαχθεί.

### 4<sup>η</sup> συμβουλή

Μην συζητάτε με άλλους συνυποψήφιούς σας για τις λύσεις των θεμάτων μετά το τέλος της εξέτασης. Το μόνο που θα σας προσφέρει μια τέτοια κουβέντα είναι προβληματισμός. Αν θέλετε να συμβουλευτείτε κάποιον, μιλήστε με τον υπεύθυνο καθηγητή.

### 5<sup>η</sup> συμβουλή

Μην επηρεάζεστε από ενδεχόμενη αποτυχία σε κάποιο μάθημα. Σκεφθείτε ότι είναι καλύτερα να έχετε αποτύχει σε ένα μάθημα παρά σε δύο ή περισσότερα.

..... και μετά



**Εύχομαι επιτυχία στους στόχους σας!!!!!!!!!!!!!!**