

1ο ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΒΟΛΟΥ ΜΑΓΝΗΣΙΑΣ

Α΄ ΤΑΞΗ

ΕΠΑΝΑΛΗΨΕΙΣ ΓΙΑ ΤΙΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ

ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ

ΣΤΗΝ

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ



ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ 2018 – 2019

1^ο ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

ΘΕΜΑ Α

A1) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Το άθροισμα των γωνιών κάθε πενταγώνου είναι 900° .
2. Ένα τρίγωνο είναι οξυγώνιο όταν μια γωνία του είναι οξεία.
3. Ένα τρίγωνο είναι σκαληνό όταν δύο πλευρές του είναι ίσες.
4. Το ορθογώνιο είναι παραλληλόγραμμο.
5. Το παραλληλόγραμμο είναι και ρόμβος.

A2) Σε κάθε ισοσκελές τρίγωνο Οι προσκείμενες στη βάση γωνίες είναι ίσες. Η διχοτόμος της γωνίας της κορυφής είναι διάμεσος και ύψος.

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ με $AB=2BG$. Προεκτείνουμε την πλευρά ΑΔ (προς το μέρος του Δ) κατά τμήμα $DE=AD$ και φέρουμε την ΒΕ που τέμνει τη ΔΓ στο σημείο Η.

Να αποδείξετε ότι:

- B1)** το τρίγωνο ΒΑΕ είναι ισοσκελές.
- B2)** το ΔΕΓΒ είναι παραλληλόγραμμο.
- B3)** η ΑΗ είναι διάμεσος του ΒΑΕ τριγώνου.

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ, στο οποίο η εξωτερική του γωνία Γ είναι διπλάσια της εσωτερικής του γωνίας Α. Από την κορυφή Α διέρχεται ημιευθεία Αχ // ΒΓ στο ημιεπίπεδο (ΑΒ, Γ). Στην ημιευθεία Αχ θεωρούμε σημείο Δ τέτοιο ώστε $AD=BG$. Να αποδείξετε ότι:

- Γ1)** Το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισοσκελές.
- Γ2)** Η ΒΔ διέρχεται από το μέσο του τμήματος ΑΓ
- Γ3)** Η ΓΔ είναι διχοτόμος της γωνίας $\Gamma_{εξ}$.

ΘΕΜΑ Δ

Θεωρούμε κύκλο (Ο, ρ) διαμέτρου ΑΒ και την ακτίνα $OG \perp AB$. Έστω Μ το μέσον της

ακτίνας ΟΒ και Δ το σημείο που η ΓΜ τέμνει τον κύκλο. Αν η εφαπτομένη του κύκλου στο Δ τέμνει την ΟΒ στο σημείο Ε, να αποδείξετε ότι $ED=EM$.

2^ο ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

ΘΕΜΑ Α

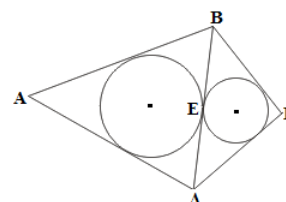
A1) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Το άθροισμα των γωνιών κάθε τετραγώνου είναι 4 ορθές.
2. Σε ίσες χορδές αντιστοιχούν ίσες επίκεντρες γωνίες.
3. Αν $\beta = \gamma$ τότε είναι ισοσκελές.
4. Σε κάθε τρίγωνο $\alpha < \beta + \gamma$.
5. Τα εφαπτόμενα τμήματα κύκλου είναι ίσα.

A2) Δύο χορδές ενός κύκλου είναι ίσες αν και μόνο αν τα αποστήματά τους είναι ίσα.

ΘΕΜΑ Β

Δύο κύκλοι εφάπτονται εξωτερικά στο Ε. Φέρουμε την κοινή εσωτερική εφαπτομένη και από δύο σημεία της Β και Δ που βρίσκονται εκατέρωθεν του Ε φέρουμε τις εξωτερικές εφαπτόμενες στους δύο κύκλους που τέμνονται στα Α και Γ. Να δείξετε ότι το άθροισμα των δύο απέναντι πλευρών του ΑΒΓΔ ισούται με το άθροισμα των δύο άλλων πλευρών του .



ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο ΑΒΓ και τα ύψη του ΒΚ και ΓΛ, τα οποία τέμνονται στο Ι. Αν τα σημεία Μ και Ν είναι τα μέσα των ΒΙ και ΓΙ αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι:

- Γ1)** Το τρίγωνο ΒΙΓ είναι ισοσκελές
- Γ2)** Τα τρίγωνα ΒΙΛ και ΓΙΚ είναι ίσα
- Γ3)** Το ΑΙ προεκτεινόμενο διέρχεται από το μέσο της πλευράς ΒΓ.
- Γ4)** Το τετράπλευρο ΜΛΚΝ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο.

ΘΕΜΑ Δ

Θεωρούμε κύκλο (Ο, ρ), την εφαπτομένη ε σε ένα σημείο του Α και ένα σημείο Ρ της ε. Φέρνουμε από το Ρ μία ευθεία που τέμνει τον κύκλο στα Β και Γ. Αν η διχοτόμος της ΒΑΓ τέμνει την ΒΓ στο Δ, να δείξετε ότι $PA = P\Delta$.

3^ο ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

ΘΕΜΑ Α

A1) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Το άθροισμα των γωνιών κάθε τριγώνου είναι 2 ορθές.
2. Η μεσοκάθετος της κοινής χορδής δύο κύκλων είναι διάκεντρος
3. Κάθε ισοσκελές τραπέζιο είναι εγγράψιμο.
4. Ο ρόμβος είναι και τετράγωνο.
5. Δύο τρίγωνα που έχουν δύο γωνίες ίσες είναι ίσα.

A2) Κάθε σημείο της διχοτόμου μιας γωνίας ισαπέχει από τις πλευρές της και αντίστροφα κάθε εσωτερικό σημείο της γωνίας που ισαπέχει από τις πλευρές είναι σημείο της διχοτόμου.

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ=ΑΓ=ΒΓ) και η διάμεσός του ΑΜ. Στην προέκταση της διαμέσου ΜΔ του τριγώνου ΑΜΓ θεωρούμε σημείο Ε ώστε ΜΔ=ΔΕ. Αν το σημείο Ζ είναι η προβολή του Δ στην ΑΜ, να αποδείξετε ότι:

B1) Το τετράπλευρο ΑΜΓΕ είναι ορθογώνιο.

B2) $\Delta M = \frac{B\Gamma}{4}$

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ. Προεκτείνουμε το ύψος του ΑΗ κατά τμήμα ΗΔ=ΑΗ και τη διάμεσό του ΑΜ κατά τμήμα ΜΕ=ΑΜ.

Να αποδείξετε ότι:

Γ1) ΑΒ=ΒΔ=ΓΕ

Γ2) $\hat{\Gamma} \hat{B} \Delta = \hat{B} \hat{\Gamma} E$

Γ3) Το τετράπλευρο ΒΓΕΔ είναι ισοσκελές τραπέζιο.

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ, Μ το μέσον της ΒΓ και τα σημεία Δ, Ε ώστε ΑΔ=ΑΕ.

Δ1) Να δείξετε ότι οι γωνίες ΜΔΒ και ΜΕΓ είναι ίσες.

Δ2) Αν η ΜΔ τέμνει την ΓΑ στο Ζ και η ΜΕ την ΒΑ στο Η, να δείξετε ότι ΔΖ=ΕΗ.

4^ο ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

ΘΕΜΑ Α

A1) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Το άθροισμα των οξείων γωνιών κάθε ορθογωνίου τριγώνου είναι 90° .
2. Το σημείο επαφής δύο κύκλων είναι σημείο της διακέντρου.
3. Κάθε εξωτερική γωνία ενός εγγεγραμμένου τετραπλεύρου ισούται με την απέναντι εσωτερική του.
4. Οι εγγεγραμμένες γωνίες είναι ίσες.
5. Το τετράγωνο είναι ρόμβος και ορθογώνιο.

A2) Το άθροισμα των γωνιών ενός τριγώνου είναι **2** ορθές.

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) και $B\Delta$ η διχοτόμος της γωνίας \hat{B} . Από το Δ φέρουμε $DE \perp B\Gamma$, και έστω Z το σημείο στο οποίο η ευθεία $E\Delta$ τέμνει την προέκταση της BA (προς το A).

Να αποδείξετε ότι:

B1) $AB=BE$

B2) Τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και ZEB είναι ίσα.

ΘΕΜΑ Γ

Θεωρούμε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) και το ύψος του AH . Έστω Δ και E τα συμμετρικά σημεία του H ως προς τις ευθείες AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα.

Γ1) Να αποδείξετε ότι: $AH=A\Delta=AE$.

Γ2) Η γωνία $E\Delta H$ είναι ορθή.

Γ3) Τα σημεία E , A και Δ είναι συνευθειακά

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με κορυφή το A . Από τυχαίο σημείο M της βάσης του γράφουμε ME παράλληλη προς την $A\Gamma$ και $M\Delta$ παράλληλη προς την AB (τα σημεία E και Δ ανήκουν στις AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα).

Να αποδείξετε ότι:

Δ1) Καθεμιά από τις ίσες πλευρές του ισοσκελούς τριγώνου ισούται με το άθροισμα δύο διαδοχικών πλευρών του παραλληλογράμμου που σχηματίζεται.

Δ2) Το άθροισμα των περιμέτρων των δύο τριγώνων EBM και $\Delta M\Gamma$ ισούται με την περίμετρο του $AB\Gamma$.

5^ο ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

ΘΕΜΑ Α

A1) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Από σημείο εκτός ευθείας διέρχεται μια μόνο κάθετη στην ευθεία.
2. Η κοινή χορδή δύο ίσων τεμνομένων κύκλων είναι μεσοκάθετος της διακέντρου.
3. Οι διαγώνιες τραπέζιου είναι ίσες.
4. Το μέτρο της επίκεντρης γωνίας είναι ίση με το μέτρο του τόξου που βαίνει
5. Οι διάμεσοι τριγώνου τέμνονται στο ορθόκεντρό του.

A2) Σε κάθε παραλληλόγραμμο **α)** Οι απέναντι πλευρές του είναι ίσες. **β)** Οι απέναντι γωνίες του είναι ίσες. **γ)** Οι διαγώνιοί του διχοτομούνται.

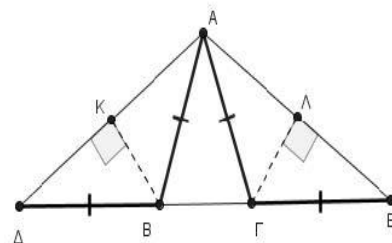
ΘΕΜΑ Β

Στο ακόλουθο σχήμα ισχύουν $AB=BD=AG=GE=5$,
 $BK \perp AD$ και $GL \perp AE$.

B1) Να προσδιορίσετε, ως προς τις πλευρές, το είδος των τριγώνων ABD και AGE . Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

B2) Να αποδείξετε ότι τα σημεία K και L είναι τα μέσα των τμημάτων AD και AE αντίστοιχα.

B3) Αν η περίμετρος του τριγώνου ABG είναι 12, να υπολογίσετε το τμήμα KL .



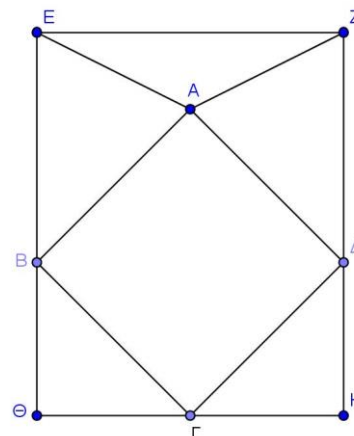
ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται κύκλος (O, ρ) και σημείο M εξωτερικό του. Από το M φέρουμε τα εφαπτόμενα τμήματα MA και MB του κύκλου και έστω ότι το σημείο Γ είναι το συμμετρικό του O ως προς την ευθεία MB .

Γ1) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $AMBO$ είναι εγγράψιμο σε κύκλο.

Γ2) Να προσδιορίσετε το κέντρο Λ του περιγεγραμμένου κύκλου του τετραπλεύρου $AMBO$ και να αιτιολογήσετε απάντησή σας

Γ3) Να αποδείξετε ότι $B\Lambda // M\Gamma$.



ΘΕΜΑ Δ

Στο διπλανό σχήμα το ορθογώνιο $EZH\Theta$ παριστάνει ένα τραπέζι του μπυλιάρδου. Μια μπάλα του μπυλιάρδου ξεκινάει από σημείο A της μεσοκάθετου του τμήματος EZ και χτυπώντας διαδοχικά στους τοίχους $E\Theta$, ΘH , HZ στα σημεία B , Γ και Δ αντίστοιχα, καταλήγει στο σημείο εκκίνησης A . Για τη διαδρομή $A \rightarrow B \rightarrow \Gamma \rightarrow \Delta \rightarrow A$ που ακολουθεί η μπάλα ισχύει ότι κάθε γωνία πρόσπτωσης σε τοίχο (π.χ θ γωνία ABE) είναι ίση με κάθε γωνία ανάκλασης σε τοίχο (π.χ θ γωνία $\Theta B\Gamma$) και η κάθε μια απ' αυτές είναι 45° .

Να αποδείξετε ότι:

Δ1) Τα τρίγωνα AEB και $AZ\Delta$ είναι ίσα.

Δ2) Η διαδρομή $AB\Gamma\Delta$ της μπάλας σχηματίζει τετράγωνο.

Δ3) Αν η AZ είναι διπλάσια από την απόσταση του A από τον τοίχο EZ , να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου AEZ .

6^ο ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

ΘΕΜΑ Α

A1) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Δύο παραλληλόγραμμα με μια γωνία και μια πλευρά ίση είναι ίσα.
2. Απέναντι από άνισες πλευρές βρίσκονται όμοια άνισες γωνίες.
3. Οι διαδοχικές γωνίες παραλληλογράμμου είναι συμπληρωματικές.
4. Σε ισοσκελές τραπέζιο δύο γωνίες του είναι ίσες ή παραπληρωματικές.
5. Κάθε ορθογώνιο τρίγωνο είναι εγγράψιμο σε κύκλο με διάμετρο την υποτείνουσά του.

A2) Οι διαγώνιοι ενός ορθογωνίου είναι ίσες.

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB=AG$) και η διάμεσός του AM . Φέρουμε ημιευθεία $Gx \perp B\Gamma$ προς το ημιεπίπεδο που δεν ανήκει το A και παίρνουμε σε αυτήν τμήμα $G\Delta = AB$.

Να αποδείξετε ότι:

B1) Η γωνία ΔAG είναι ίση με τη γωνία $\Gamma \Delta A$.

B2) β) Η $A\Delta$ είναι διχοτόμος της γωνίας MAG .

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται κύκλος (O, R) και μια επίκεντρη γωνία του AOB ίση με 120° . Οι εφαπτόμενες του κύκλου στα σημεία A και B τέμνονται στο σημείο P . Θεωρούμε σημείο M του τόξου AB και φέρουμε τις χορδές AM και BM , οι οποίες προεκτεινόμενες τέμνουν τις PB και PA στα σημεία Δ και E αντίστοιχα.

Να αποδείξετε ότι:

Γ1) Το τρίγωνο APB είναι ισόπλευρο.

Γ2) $M\hat{A}B + M\hat{B}A = 60^\circ$.

Γ3) Τα τρίγωνα $AB\Delta$ και PEB είναι ίσα.

ΘΕΜΑ Δ

Σε παραλληλόγραμμα $AB\Gamma\Delta$ με $AB > B\Gamma$ και $B < 90^\circ$ θεωρούμε σημείο Z στην προέκταση της $B\Gamma$

(προς το Γ) τέτοιο ώστε $\Gamma Z = B\Gamma$. Αν E είναι σημείο της AB , τέτοιο ώστε $E\Gamma = \Gamma B$, να αποδείξετε ότι:

Δ1) Η γωνία BEZ είναι ορθή

Δ2) Το τετράπλευρο $AE\Gamma\Delta$ είναι ισοσκελές τραπέζιο.

Δ3) Το τετράπλευρο $A\Gamma Z\Delta$ είναι παραλληλόγραμμα.

7^ο ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

ΘΕΜΑ Α

A1) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Δύο ορθογώνια και ισοσκελή τρίγωνα είναι ίσα.
2. Οι διαδοχικές γωνίες παραλληλογράμμου είναι παραπληρωματικές.
3. Στο ισόπλευρο τρίγωνο οι διάμεσοι και διχοτόμοι ταυτίζονται.
4. Όλες οι πλευρές του ρόμβου είναι ίσες.
5. Το άθροισμα δύο εξωτερικών γωνιών τριγώνου είναι παραπληρωματικές.

A2) Το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει τα μέσα των δύο πλευρών τριγώνου είναι παράλληλο προς την τρίτη πλευρά και ίσο με το μισό της.

ΘΕΜΑ Β

Έστω ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB=AG$. Από τα μέσα K και Λ των πλευρών AG και AB αντίστοιχα, φέρουμε τα κάθετα τμήματα KE και ΛZ στην πλευρά $B\Gamma$.

Να αποδείξετε ότι:

- B1)** Τα τρίγωνα $KE\Gamma$ και ΛZB είναι ίσα.
B2) $KEZ\Lambda$ ορθογώνιο.
B3) $EH=Z\Theta$, όπου H , Θ τα μέσα των τμημάτων $K\Gamma$, ΛB αντίστοιχα.
B4) τα $B\Lambda K\Gamma$, $Z\Theta H$ ισοσκελή τραπέζια.

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ με $AB=2B\Gamma$ και τη γωνία B αμβλεία. Από την κορυφή A φέρουμε την AE κάθετη στην ευθεία $B\Gamma$ και έστω M , N τα μέσα των AB , $\Delta\Gamma$ αντίστοιχα.

Να αποδείξετε ότι:

- Γ1)** Το τετράπλευρο $MB\Gamma N$ είναι ρόμβος.
Γ2) Το τετράπλευρο $ME\Gamma N$ είναι ισοσκελές τραπέζιο.
Γ3) Η EN είναι διχοτόμος της γωνίας $ME\Gamma$.

ΘΕΜΑ Δ

Θεωρούμε ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB=AG$), και την ευθεία ε της εξωτερικής διχοτόμου της γωνίας A . Η κάθετη στην πλευρά AB στο B τέμνει την ε στο K και την ευθεία AG στο H . Η κάθετη στην πλευρά AG στο Γ τέμνει την ε στο Λ και την ευθεία AB στο E . Φέρνω το ύψος AD .

Δ1) Να αποδείξετε ότι: $AH=AE$ και $AK=AL$

Δ2) Ένας μαθητής κοιτώντας το σχήμα, διατύπωσε την άποψη ότι η $\Delta A\Theta$ είναι διχοτόμος της γωνίας A του τριγώνου $AB\Gamma$, όπου Θ το σημείο τομής των KH και $E\Lambda$. Συμφωνείτε με την παραπάνω σκέψη του μαθητή ή όχι; Δικαιολογήστε πλήρως την απάντησή σας

8^ο ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

ΘΕΜΑ Α

A1) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Από σημείο εκτός ευθείας διέρχεται μοναδική κάθετη στην ευθεία.
2. Δύο ισόπλευρα τρίγωνα είναι ίσα.
3. Οι διαγώνιες ορθογωνίου είναι ίσες
4. Οι οξείες γωνίες ορθογωνίου τριγώνου είναι παραπληρωματικές.
5. Οι διαγώνιοι του ρόμβου είναι ίσες.

A2) Η διάμεσος ορθογωνίου τριγώνου που φέρουμε από την κορυφή της ορθής γωνίας είναι ίση με το μισό της υποτείνουσας.

ΘΕΜΑ Β

Έστω κύκλος κέντρου O και διαμέτρου $BΓ$. Θεωρούμε τα σημεία A και Δ του κύκλου εκατέρωθεν της $BΓ$, τέτοια ώστε το τόξο $B\Delta$ να είναι διπλάσιο του τόξου $\Delta\Gamma$.

Να υπολογίσετε:

B1) το μέτρο x του τόξου $\Gamma\Delta$

B2) τη $B\hat{O}\Delta$

B3) τη $B\hat{A}\Delta$.

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $ΑΓΒ$ ($ΑΓ=ΓΒ$). Φέρουμε τα ύψη του $ΑΚ$ και $ΓΛ$. Αν $Ε,Ζ$ είναι τα μέσα των πλευρών $ΑΓ,ΑΒ$ να αποδείξετε ότι:

Γ1) $ΚΑ = ΛΒ$ και $ΛΑ = ΚΒ$.

Γ2) $ΚΓΛ$ ισοσκελές τρίγωνο.

Γ3) $ΚΕΓ$, $ΛΖΓ$ ισοσκελή.

Γ4) $ΚΕ = ΛΖ$.

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται τρίγωνο $ΑΒΓ$ με $ΑΔ$ και $ΑΕ$ αντίστοιχα η εσωτερική και η εξωτερική διχοτόμος της γωνίας A (Δ, E σημεία της ευθείας $BΓ$). Φέρουμε BZ κάθετη στην $ΑΔ$ και BH κάθετη στην $ΑΕ$ και θεωρούμε M το μέσο του $BΓ$.

Να αποδείξετε ότι:

Δ1) Το τετράπλευρο $AZBH$ είναι ορθογώνιο.

Δ2) Η γωνία HZA είναι ίση με τη γωνία $ΖΑΓ$.

Δ3) Η ευθεία HZ διέρχεται από το M .

Δ4) $MH = \frac{AB}{2}$.

9^ο ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

ΘΕΜΑ Α

A1) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Οι διαγώνιοι του ρόμβου είναι ίσες.
2. Οι διαγώνιοι τετραγώνου διχοτομούν τις γωνίες του.
3. Δύο ισοσκελή τρίγωνα είναι ίσα.
4. Οι διάμεσοι τριγώνου τέμνονται κάθετα.
5. Κάθε εξωτερική γωνία τριγώνου είναι αμβλεία.

A2) Αν η διάμεσος ενός τριγώνου ισούται με το μισό της πλευράς στην οποία αντιστοιχεί, τότε το τρίγωνο είναι ορθογώνιο με υποτείνουσα την πλευρά αυτή.

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$). Έστω Δ σημείο της πλευράς AG τέτοιο ώστε, η διχοτόμος ΔE της γωνίας $A\Delta B$ να είναι παράλληλη στην πλευρά $B\Gamma$.

- B1) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $B\Delta\Gamma$ είναι ισοσκελές.
 B2) Αν $A\Delta B = 60^\circ$, να υπολογίσετε τη γωνία Γ .
 B3) Να αποδείξετε ότι $B\Gamma = 2AB$

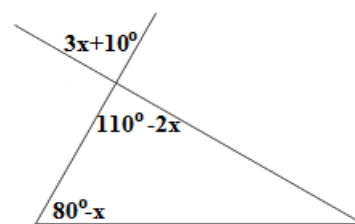
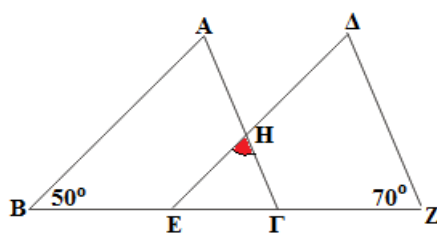
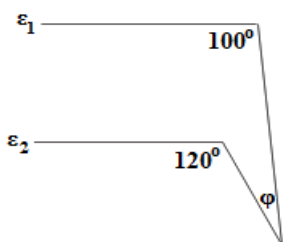
ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ και σημεία K, Λ της διαγωνίου του $B\Delta$, τέτοια ώστε να ισχύει $BK = K\Lambda = \Lambda\Delta$.

- G1) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $AK\Gamma\Lambda$ είναι παραλληλόγραμμο.
 G2) Να αποδείξετε ότι, αν το αρχικό παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ είναι ρόμβος, τότε και το $AK\Gamma\Lambda$ είναι ρόμβος

ΘΕΜΑ Δ

- Δ1) Στο σχήμα 1 να υπολογίσετε την γωνία $\hat{\phi}$ αν $\epsilon_1 // \epsilon_2$.
 Δ2) Στο σχήμα 2 τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και ΔEZ είναι ίσα και $AB // \Delta E, AG // \Delta Z$, να υπολογίσετε την γωνία $E\hat{H}\Gamma$.
 Δ3) Στο σχήμα 3 να βρείτε το x και τις γωνίες του τριγώνου.



10^ο ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

ΘΕΜΑ Α

A1) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Το άθροισμα των γωνιών κάθε τριγώνου είναι 2 ορθές.
2. Από σημείο εκτός ευθείας διέρχεται μια μόνο παράλληλη προς την ευθεία.
3. Αν AB και ΓΔ είναι χορδές ενός κύκλου με κέντρο Κ και ΚΕ και ΚΖ είναι τα αντίστοιχα αποστήματά τους, τότε $AB=ΓΔ \Leftrightarrow ΚΕ < ΚΖ$.
4. Όλες οι πλευρές του ρόμβου είναι ίσες.
5. Δύο ορθογώνια τρίγωνα με ίσες υποτείνουσες είναι ίσα.

A2) Η διάμεσος του τραpezίου είναι παράλληλη προς τις βάσεις του και ίση με το ημίθροισμά τους.

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με $AB < AG$. Έστω Αχ η διχοτόμος της εξωτερικής του γωνίας $A_{εξ}=120^\circ$. Από την κορυφή Β φέρνουμε ευθεία παράλληλη στην Αχ, η οποία τέμνει την πλευρά ΑΓ στο σημείο Δ.

Να αποδείξετε ότι:

B1) Το τρίγωνο ΑΒΔ είναι ισόπλευρο.

B2)

$$\Delta\Gamma = A\Gamma - AB$$

B3) Αν η γωνία $B \hat{A}$ είναι διπλάσια της γωνίας Γ του τριγώνου ΑΒΓ, να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου ΒΔΓ.

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ και έστω Ο το σημείο τομής των διαγωνίων ΑΓ και ΒΔ. Φέρνουμε την ΑΕ κάθετη στην διαγώνιο ΒΔ. Εάν Ζ είναι το συμμετρικό του Α ως προς την διαγώνιο ΒΔ, τότε να αποδείξετε ότι:

Γ1) Το τρίγωνο ΑΔΖ είναι ισοσκελές.

Γ2) $Z\Gamma = 2OE$.

Γ3) Το τετράπλευρο με κορυφές τα σημεία Β,Δ,Ζ και Γ είναι ισοσκελές τραpezίο.

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται αμβλυγώνιο τρίγωνο ΑΒΓ με $AB < AG$ και $\hat{A} > 90^\circ$. Φέρνουμε τμήμα ΒΔ κάθετο στην ΑΒ και με $BD = AG$ και τμήμα ΓΕ κάθετο στην ΑΓ με $GE = AB$. Θεωρούμε τα μέσα Ζ και Θ των ΑΔ και ΑΕ καθώς και τη διχοτόμο Αδ της γωνίας ΔΑΕ.

Δ1) Να αποδείξετε ότι $AD = AE$.

Δ2) Αν Κ τυχαίο σημείο της διχοτόμου Αδ, να αποδείξετε ότι το Κ ισαπέχει από τα μέσα Ζ και Θ.

Δ3) Αν το Λ είναι σημείο της διχοτόμου Αδ τέτοιο ώστε $\Lambda Z = AZ$, να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ΑΖΛΘ είναι ρόμβος.

Τελευταίες συμβουλές

1^η συμβουλή

Μην πανηγυρίζετε την ώρα που δίνονται τα θέματα. Ενδεχόμενα να κρύβουν κάποιες παγίδες που με την πρώτη ματιά δεν φαίνονται.

2η συμβουλή

Να είστε ψύχραιμοι κατά την διάρκεια των εξετάσεων για να αποδώσετε στο μέγιστο της προετοιμασίας σας.

3η συμβουλή

Μην απογοητεύεστε αν τυχόν σας φαίνονται άγνωστα τα θέματα. Θα ακολουθήσουν 2 ώρες που μπορείτε να κάνετε τα πάντα. Σίγουρα είναι θέματα που κάπου, κάποτε τα έχετε διδαχθεί.

4η συμβουλή

Μην συζητάτε με άλλους συνυποψήφιούς σας για τις λύσεις των θεμάτων μετά το τέλος της εξέτασης. Το μόνο που θα σας προσφέρει μια τέτοια κουβέντα είναι προβληματισμός. Αν θέλετε να συμβουλευτείτε κάποιον, μιλήστε με τον υπεύθυνο καθηγητή.

5η συμβουλή

Μην επηρεάζεστε από ενδεχόμενη αποτυχία σε κάποιο μάθημα. Σκεφθείτε ότι είναι καλύτερα να έχετε αποτύχει σε ένα μάθημα παρά σε δύο ή περισσότερα.

..... και μετά



Εύχομαι επιτυχία στους στόχους σας!!!!!!!!!!!!!!