

Θέματα προσομοίωσης για τις προαγωγικές εξετάσεις

1ο ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΒΟΛΟΥ ΜΑΓΝΗΣΙΑΣ

ΤΑΞΗ Β΄

ΕΠΑΝΑΛΗΨΕΙΣ ΓΙΑ ΤΙΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ

ΣΤΗΝ

ΑΛΓΕΒΡΑ



ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ 2018 – 2019

1^ο ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

ΘΕΜΑ Α

A1) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Αν ένα γραμμικό σύστημα έχει δύο διαφορετικές λύσεις, τότε θα έχει άπειρο πλήθος λύσεων.
2. Υπάρχει συνάρτηση της οποίας η γραφική παράσταση διέρχεται από τα σημεία A(1,2) και B(1,3).
3. Το κλάσμα $\frac{1 - \sin 2\alpha}{2}$ είναι αρνητικό για οποιαδήποτε γωνία α
4. Δίνεται η συνάρτηση με τύπο $f(x) = 3^x$, τότε ισχύει $f(2) > f(3)$
5. Η λογαριθμική συνάρτηση με τύπο $f(x) = \log_{\alpha} x$ με $0 < \alpha < 1$ είναι πάντοτε γνησίως αύξουσα

A2) Να αποδείξετε ότι ένα πολυώνυμο $P(x)$ έχει παράγοντα το $x - \rho$ αν και μόνο αν το ρ είναι ρίζα του πολυωνύμου, δηλαδή αν και μόνο αν $P(\rho) = 0$

ΘΕΜΑ Β

Αν το πολυώνυμο $P(x) = x^3 + ax^2 + bx + \gamma$ έχει παράγοντα το $(x-1)^2$

Να δείξετε ότι :

B1) $a + b + \gamma = -1$ και $2a + b = -3$

B2) Αν το γ είναι ρίζα της εξίσωσης $x^3 + x - 2 = 0$ να δείξετε ότι $\gamma = 1$ και $a = b = -1$.

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ABΓ ($\hat{A} = 90^\circ$) και σημείο Δ στην ΑΓ ώστε $ΑΓ = 3ΑΔ$.

Γ1) Να αποδείξετε ότι $\epsilon\phi \hat{\Gamma B \Delta} = \frac{2\epsilon\phi B}{3 + \epsilon\phi^2 B}$

Γ2) Η ΒΔ είναι διχοτόμος της γωνίας \hat{B} , αν $\hat{B} = 60^\circ$.

ΘΕΜΑ Δ

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \ln(e^{2x} - 2e^x + 3)$ και $g(x) = \ln 3 + \ln(e^x - 1)$.

Δ1) Να βρείτε τα πεδία ορισμού των $f(x)$ και $g(x)$.

Δ2) Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = g(x)$.

Δ3) Να λύσετε την ανίσωση $f(x) > 2g(x)$.

2^ο ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

ΘΕΜΑ Α

A1) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Αν μια συνάρτηση f είναι γνησίως φθίνουσα και έχει ρίζα τον αριθμό 1, τότε θα ισχύει $f(0) < 0$.
2. Αν μία συνάρτηση f είναι άρτια, τότε η $-f$ είναι περιττή.
3. Η συνάρτηση με τύπο $f(x) = \ln x$ είναι άρτια.
4. Υπάρχει γωνία ω ώστε $2 = \frac{1 - \sin 2\omega}{\sin^2 \omega}$
5. Το σταθερό και μη μηδενικό πολυώνυμο έχει βαθμό 0.

A2) Να αποδείξετε ότι $\eta\mu 2\alpha = 2 \eta\mu\alpha \sigma\upsilon\alpha$.

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται το σύστημα: $\begin{cases} -x + 2y = 1 \\ x + \lambda y = \lambda \end{cases}$ με παράμετρο $\lambda \in \mathfrak{R}$

B1) Να λύσετε το σύστημα για τις διάφορες τιμές του $\lambda \in \mathfrak{R}$.

B2) Αν $\lambda = -1$ και (x_0, y_0) είναι η αντίστοιχη λύση του συστήματος, να βρείτε γωνία $\theta \in [0, 2\pi)$ τέτοια ώστε $x_0 = \sigma\upsilon\upsilon\theta$ και $y_0 = \eta\mu\theta$

B3) Αν $\lambda = 1$ και (x_1, y_1) είναι η αντίστοιχη λύση του συστήματος, να δείξετε ότι δεν υπάρχει γωνία ω , τέτοια ώστε $x_1 = \sigma\upsilon\upsilon\omega$ και $y_1 = \eta\mu\omega$

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο $f(x) = \sqrt{x^2 - 4} + \sqrt{16 - x^2}$

Γ1) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της.

Γ2) Να εξετάσετε αν η f είναι άρτια ή περιττή.

Γ3) Υπάρχει συμμετρία στη γραφική της παράσταση;

ΘΕΜΑ Δ

Αν $x > 0, y > 0$ και $x^2 + y^2 = 7xy$ να δείξετε ότι: $\log_a \frac{x+y}{3} = \frac{1}{2}(\log_a x + \log_a y)$

3^ο ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

ΘΕΜΑ Α

A1) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Αν σε ένα γραμμικό σύστημα είναι $D = 0$, τότε το σύστημα είναι κατ' ανάγκη αδύνατο
2. Ο κύκλος $x^2 + y^2 = 1$ και η παραβολή $y = x^2 + 1$ δεν έχουν κοινά σημεία.
3. Αν μία συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα, τότε η $-f$ είναι γνησίως φθίνουσα.
4. Εάν μια γωνία ϕ είναι αρνητική τότε ένας τουλάχιστον από τους $\eta\mu\phi$ και $\sigma\upsilon\upsilon\phi$ είναι επίσης αρνητικός.
5. Εάν μια γωνία ω αυξηθεί κατά π , τότε το $\sigma\upsilon\upsilon\omega$ και το $\eta\mu\omega$ αλλάζουν πρόσημο.

A2) Να αποδείξετε ότι το υπόλοιπο της διαίρεσης ενός πολυωνύμου $P(x)$ με το $x-\rho$ είναι ίσο με την τιμή του πολυωνύμου για $x = \rho$, δηλαδή $u = P(\rho)$.

ΘΕΜΑ Β

B1) Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση $f(x) = \frac{x}{1+|x|}$ είναι γνησίως αύξουσα στο \mathfrak{R} .

B2) Να συγκρίνετε τους αριθμούς $\frac{2014}{2015}$ και $\frac{2013}{2014}$.

ΘΕΜΑ Γ

G1) Αν το πολυώνυμο $P(x) = 3x^3 + Ax^2 - 4x - 4$ έχει παράγοντα το $(3x+2)$ να δειχθεί ότι $A=5$

G2) Να παραγοντοποιηθεί η παράσταση $3x^3 + 5x^2 - 4x - 4$

G3) Να βρεθούν οι τιμές του τόξου ω , $0^\circ < \omega < 360^\circ$ ώστε να ισχύει

$$3\eta\mu^3\omega + 5\eta\mu^2\omega - 4\eta\mu\omega - 4 = 0.$$

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2\eta\mu\kappa\sigma\upsilon\nu x - 2\eta\mu 2x - \sqrt{3}\sigma\upsilon\nu 2x$, όπου x πραγματικός αριθμός.

Δ1) Να μετατρέψετε τη συνάρτηση f στη μορφή $f(x) = \rho\eta\mu(2x+\phi) + k$, όπου ρ, ϕ, k πραγματικοί αριθμοί και $\rho \neq 0$.

Δ2) Να βρείτε για ποιες τιμές του x η συνάρτηση f παίρνει τη μέγιστη τιμή και ποια είναι αυτή.

Δ3) Να λύσετε την εξίσωση $f(x) - f\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2}$ στο διάστημα $[0, \pi]$.

4^ο ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

ΘΕΜΑ Α

A1) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Υπάρχει γνησίως μονότονη συνάρτηση που διέρχεται από τα σημεία A (1,2), B(2,1) και Γ (3,3).
2. Η συνάρτηση $F: [-1,2] \rightarrow \mathbb{R}$ με $f(x) = 3x^2$ είναι άρτια.
3. Εάν ο γ αλλάξει πρόσημο, τότε αλλάζει και το πρόσημο του $\eta\mu\gamma$ και του $\sigma\upsilon\upsilon\gamma$.
4. Για οποιαδήποτε γωνία x ισχύει: $\eta\mu 2x = 2\eta\mu x$.
5. Η συνάρτηση $f(x) = \ln x$ έχει σύνολο τιμών το \mathbb{R} .

A2) Να αποδείξετε ότι $\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\upsilon^2\omega = 1$.

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται το σύστημα $\begin{cases} \lambda x + \mu y = 2 \\ -4\mu x + \lambda y = 5 \end{cases}$ και η εξίσωση $x^2 - \lambda x - \mu^2 = 0$, με $\lambda, \mu \in \mathbb{R}^*$.

Να δείξετε ότι το σύστημα έχει μία μοναδική λύση, αν και μόνον αν, η εξίσωση δεν είναι αδύνατη.

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{5x^3 + 1}{x^2 - 1} + \frac{3}{1 - x}$

Γ1) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης.

Γ2) Να επιλυθεί η εξίσωση $f(x) = 2$.

Γ3) Να επιλυθεί η ανίσωση $f(x) \geq 2$.

ΘΕΜΑ Δ

Ένα θέατρο έχει 25 σειρές καθισμάτων χωρισμένες σε δύο διαζώματα. Η κάθε μια από τις σειρές του κάτω διαζώματος έχει 14 καθίσματα και η κάθε μια από τις σειρές του πάνω διαζώματος έχει 16 καθίσματα, ενώ η συνολική χωρητικότητα του θεάτρου είναι 374 καθίσματα.

Δ1) Αν X ο αριθμός σειρών του κάτω και Y ο αριθμός σειρών του πάνω διαζώματος, να εκφράσετε τα δεδομένα του προβλήματος με ένα σύστημα δύο εξισώσεων.

Δ2) Πόσες σειρές έχει το πάνω και πόσες το κάτω διάζωμα;

ΘΕΜΑ Α

A1) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Υπάρχουν γωνίες ω τέτοιες ώστε $\eta\mu\omega + \sigma\upsilon\nu\omega = 1$.
2. Αν $\eta\mu\chi = 0$ τότε $\sigma\upsilon\nu\chi = 0$.
3. Το μηδενικό πολυώνυμο είναι μηδενικού βαθμού.
4. Ο δεκαδικός λογάριθμος λέγεται και κοινός λογάριθμος.
5. Αν η μέγιστη τιμή μιας συνάρτησης είναι 1 τότε η εξίσωση $f(x)=0$ είναι αδύνατη.

A2) Να αποδείξετε ότι **Αν $\alpha > 0$ με $\alpha \neq 1$, τότε για οποιουσδήποτε $\theta_1, \theta_2 > 0$ ισχύει:**
$$\log_{\alpha}(\theta_1\theta_2) = \log_{\alpha}\theta_1 + \log_{\alpha}\theta_2 .$$

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται το σύστημα:
$$\begin{cases} (\alpha - 1)x + 3y = 3 \\ x + (\alpha + 1)y = 3 \end{cases}$$
, με παράμετρο $\alpha \in \mathfrak{R}$.

B1) Να αποδείξετε ότι αν το σύστημα έχει μοναδική λύση την (x_0, y_0) , τότε $x_0 = y_0$

B2) Να βρείτε τις τιμές του $\alpha \in \mathfrak{R}$ για τις οποίες το σύστημα:

- i. έχει άπειρες σε πλήθος λύσεις και να δώσετε τη μορφή τους.
- ii. δεν έχει λύση.

B3) Να εξετάσετε τις σχετικές θέσεις των δύο ευθειών που προκύπτουν από τις εξισώσεις του παραπάνω συστήματος για $\alpha = 3, \alpha = 2, \alpha = -2$

ΘΕΜΑ Γ

Να επιλυθούν οι εξισώσεις:

Γ1) $2^{\sigma\upsilon\nu\chi} + 2 \cdot 2^{-\sigma\upsilon\nu\chi} - 3 = 0$ στο $[0, 2\pi]$

Γ2) $e^{3 \cdot \ln x} = 7 e^{\ln x + 6}$

ΘΕΜΑ Δ

Μία εταιρεία ηλεκτρικών συσκευών έχει υπολογίσει ότι το κόστος κατασκευής x χιλιάδων συσκευών δίνεται από τον τύπο $K(x) = x^4 + x^2 + 6$ σε χιλιάδες €, ενώ τα έσοδα από την πώληση τους αναμένεται να είναι $E(x) = 4x^3 - x^2 - x$ χιλιάδες €. Πόσες χιλιάδες συσκευές πρέπει να παραχθούν ώστε η εταιρεία να έχει κέρδη;

6^ο ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

ΘΕΜΑ Α

A1) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Αν $\eta\mu x > 0$ και $\sigma\upsilon\nu x > 0$ τότε $\epsilon\phi x > 0$.
2. Ισχύει $3\eta\mu 30^\circ = \eta\mu 90^\circ$.
3. Ο φυσικός λογάριθμος λέγεται και νεπέριος λογάριθμος.
4. Μια γνησίως μονότονη συνάρτηση έχει το πολύ μια ρίζα.
5. Το ομογενές σύστημα έχει πάντοτε λύση.

A2) Διατυπώστε και αποδείξτε το θεώρημα των ακεραίων ριζών πολυωνυμικής εξίσωσης.

ΘΕΜΑ Β

Να λυθούν τα συστήματα:

$$\text{B1)} \quad \begin{cases} x^{\log y} + y^{\log x} = 20 \\ \log \sqrt{xy} = 1 \end{cases}$$

$$\text{B2)} \quad \begin{cases} 3 \cdot 2^x - 2^{x+y} + 2 = 0 \\ 5 \cdot 2^{x+1} - 2^{x+y-1} - 16 = 0 \end{cases}$$

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \eta\mu(\pi - 3x) + \sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{2} - 3x\right)$, $x \in \mathfrak{R}$.

Γ1) Να δείξετε ότι $f(x) = 2\eta\mu 3x$.

Γ2) Να βρεθεί η περίοδος και τα ακρότατα της συνάρτησης f

Γ3) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης f σε διάστημα μιας περιόδου.

ΘΕΜΑ Δ

Ο Κώστας έχει τρία παιδιά. Δύο δίδυμα κορίτσια και ένα αγόρι. Στην ερώτηση πόσων χρονών είναι τα παιδιά του απάντησε ως εξής.

1. Το άθροισμα των ηλικιών και των τριών παιδιών είναι 14
2. Το γινόμενο της ηλικίας της κόρης μου επί την ηλικία του γιου μου είναι 24
3. Το άθροισμα των ηλικιών των κοριτσιών είναι μικρότερο από την ηλικία του αγοριού.

Δ1) Να γράψετε τις εξισώσεις που περιγράφουν τα στοιχεία 1. και 2. που έδωσε ο Κώστας.

Δ2) Να βρείτε τις ηλικίες των παιδιών του Κώστα.

7^ο ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

ΘΕΜΑ Α

A1) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Αν $0^\circ < x < 360^\circ$ και $\eta\mu x = \sigma\upsilon\nu x$ τότε $x = 45^\circ$ ή $x = 225^\circ$.
2. Αν $0 < \omega < \phi < \pi$ τότε $\sigma\upsilon\nu\omega < \sigma\upsilon\nu\phi$.
3. Αν ένα γραμμικό σύστημα 2×2 έχει δύο διαφορετικές λύσεις, τότε θα έχει άπειρο πλήθος λύσεων.
4. Τα ίσα πολυώνυμα είναι του ίδιου βαθμού.
5. Οτιδήποτε εκθετικό είναι πάντοτε θετικό.

A2) Να αποδείξετε τον τύπο $\epsilon\phi(\alpha + \beta) = \frac{\epsilon\phi\alpha + \epsilon\phi\beta}{1 - \epsilon\phi\alpha \cdot \epsilon\phi\beta}$

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = \lambda x^3 - 6x^2 + 11x - \kappa$

B1) Να βρεθούν οι $\kappa, \lambda \in \mathfrak{R}$ αν γνωρίζετε ότι ο αριθμός 1 είναι ρίζα του $P(x)$ και ότι το υπόλοιπο της διαίρεσης του $P(x)$ με το $x+2$ είναι ίσο με -60.

B2) Αν $\kappa = 6$ και $\lambda = 1$ να λυθεί η εξίσωση $P(x) = 0$.

B3) Να λύσετε την ανίσωση $\frac{P(x)}{x^2 + 2x - 3} < 0$.

ΘΕΜΑ Γ

Για ποιες τιμές του $x \in \mathfrak{R}$ με την σειρά που δίνονται οι αριθμοί $\log 178$, $\log \sqrt{81(2^x + 2 \cdot 3^x)}$, $x \log 3$ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.

ΘΕΜΑ Δ

Ένα παιχνίδι κρέμεται με ένα ελατήριο από το ταβάνι. Το ύψος του από το πάτωμα σε cm συναρτήσεται του χρόνου t (sec) δίνεται από τη σχέση $h(t) = \alpha \sin(\omega t) + \beta$ όπου α, ω, β πραγματικές σταθερές. Όταν το ελατήριο ταλαντώνεται, το ελάχιστο ύψος του παιχνιδιού από το πάτωμα είναι 20cm και το μέγιστο 100cm. Τη χρονική στιγμή $t=0$ το ύψος παίρνει την ελάχιστη τιμή του και ο χρόνος μιας πλήρους ταλάντωσης (θέσεις: ελάχιστο-ηρεμία-μέγιστο-ηρεμία-ελάχιστο) είναι 6 sec.

Δ1) Να δείξετε $\omega = \frac{\pi}{3}$.

Δ2) Να προσδιορίσετε τις τιμές των α, β αιτιολογώντας την απάντησή σας.

Δ3) Να υπολογίσετε το ύψος του παιχνιδιού από το πάτωμα 13sec μετά την έναρξη της ταλάντωσης.

Δ4) Να χαράξετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $h(t)$, για $0 \leq t \leq 12$.

8^ο ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

ΘΕΜΑ Α

A1) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Αν $\omega + \phi = 180^\circ$ τότε $\sin\phi = \eta\mu\omega$.
2. Αν $0 < \phi < \omega < \pi$ τότε $\eta\mu\phi < \eta\mu\omega$.
3. Ο άρρητος αριθμός e είναι περίπου 2,71828.
4. Οι ρητές και άρρητες εξισώσεις ανάγονται σε πολυωνυμικές.
5. Αν η f είναι άρτια, τότε είναι και γνησίως αύξουσα.

A2) Να αποδείξετε ότι **Οι αντίθετες γωνίες έχουν το ίδιο συνημίτονο και αντίθετους τους άλλους τριγωνομετρικούς αριθμούς.**

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^4 - 8x^3 + (5\alpha - 1)x^2 + 8x - 3\alpha - 6$, $\alpha \in R$.

B1) Να κάνετε τη διαίρεση του $P(x)$ δια του $x^2 - 1$ και να γράψετε τη σχετική ταυτότητα.

B2) Να βρείτε το α ώστε η παραπάνω διαίρεση να είναι τέλεια.

B3) Για $\alpha = 3$ να βρείτε τις ρίζες της εξίσωσης $P(x) = 0$ καθώς και τα διαστήματα, στα οποία η $P(x)$ είναι κάτω από τον άξονα $x'x$.

ΘΕΜΑ Γ

Αν $\eta\mu\omega = \frac{3}{5}$ και για τη γωνία ω επιπλέον ισχύει $\frac{\pi}{2} < \omega < \pi$, τότε:

Γ1) να δείξετε ότι $\sin 2\omega = \frac{7}{25}$ και $\eta\mu 2\omega = -\frac{24}{25}$

Γ2) να υπολογίσετε την τιμή $\Pi = \frac{13 \cdot [\eta\mu^2 2\omega + \sin^2 2\omega] + 12}{18 \cdot \epsilon\phi 2\omega \cdot \sigma\phi 2\omega + 25 \cdot [\eta\mu 2\omega + \sin 2\omega]}$

ΘΕΜΑ Δ

Για τις ηλικίες των μελών μιας τριμελούς οικογένειας ισχύουν τα παρακάτω:
Η ηλικία της μητέρας είναι τριπλάσια από την ηλικία του παιδιού. Ο λόγος της ηλικίας του πατέρα προς την ηλικία του παιδιού ισούται με $\frac{11}{3}$.

Επιπλέον το άθροισμα των ηλικιών και των τριών ισούται με 115 χρόνια.

Δ1) Να εκφράσετε τα δεδομένα με ένα σύστημα τριών εξισώσεων με τρεις αγνώστους.

Δ2) Να βρείτε την ηλικία του καθενός.

9^ο ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

ΘΕΜΑ Α

A1) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Αν $\eta\mu\omega < 0$ τότε $0 < \omega < \pi$ ή $0 < \omega < 2\pi$.
2. Υπάρχουν α, β με $\alpha = 2\beta$ ώστε $\eta\mu\alpha = 2\eta\mu\beta$.
3. Αν μια συνάρτηση είναι φθίνουσα και έχει ρίζα το 1, τότε θα ισχύει $f(0) < 0$.
4. Μια υπερβολή και ένας κύκλος μπορεί να έχουν το πολύ 4 κοινά σημεία.
5. Ο βαθμός του γινομένου δύο μη μηδενικών πολυωνύμων είναι ίσος με το άθροισμα των βαθμών αυτών.

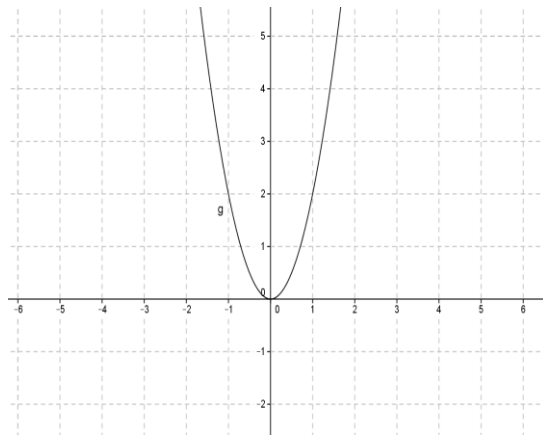
A2) Να αποδείξετε ότι $\text{συν}2\alpha = \text{συν}^2\alpha - \eta\mu^2\alpha = 2 \text{συν}^2\alpha - 1 = 1 - 2\eta\mu^2\alpha$.

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2x^2 - 12x + 19$

B1) Να δείξετε ότι η f γράφεται στη μορφή: $f(x) = 2(x-3)^2 + 1$

B2) Δίπλα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $g(x) = 2x^2$. Στο ίδιο σύστημα αξόνων, να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης f και να εξηγήσετε πώς αυτή προκύπτει μετατοπίζοντας κατάλληλα τη γραφική παράσταση της g .



ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = \alpha x^3 + (\beta - 1)x^2 - 3x - 2\beta + 6$, όπου α, β πραγματικοί αριθμοί.

Γ1) Αν ο αριθμός 1 είναι ρίζα του πολυωνύμου $P(x)$ και το υπόλοιπο της διαίρεσης του $P(x)$ με το $x+1$ είναι ίσο με 2, τότε να δείξετε ότι $\alpha=2$ και $\beta=4$.

Γ2) Για τις τιμές των α και β του ερωτήματος α), να λύσετε την εξίσωση $P(x)=0$.

ΘΕΜΑ Δ

Η παλίρροια σε θαλάσσια περιοχή περιγράφεται από την συνάρτηση $y = 3\eta\mu\left(\frac{\pi}{6}t\right)$,

όπου y η στάθμη του ύψους των υδάτων σε μέτρα και t ο χρόνος σε ώρες.

Δ1) Να βρείτε τη υψομετρική διαφορά ανάμεσα στην ψηλότερη πλημμυρίδα και τη μικρότερη άμπωτη.

Δ2) Να κάνετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης για $0 \leq t \leq 12$.

10^ο ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

ΘΕΜΑ Α

A1) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Ισχύει $e^x = \theta \Leftrightarrow \ln \theta = x$, $\theta > 0$.
2. Αν $a > 0$ με $a \neq 1$, τότε για οποιουδήποτε $\theta_1, \theta_2 > 0$ ισχύει:
 $\log_a(\theta_1 \theta_2) = \log_a \theta_1 + \log_a \theta_2$.
3. Η ορίζουσα ενός συστήματος είναι πραγματικός αριθμός.
4. Αν μια συνάρτηση είναι άρτια η περιττή και έχει ρίζα τον αριθμό ρ τότε θα έχει ρίζα και τον αριθμό $-\rho$.
5. Η ημιτονοειδής καμπύλη είναι άρτια.

A2) Να αποδείξετε ότι Αν $a > 0$ με $a \neq 1$, τότε για οποιουδήποτε $\theta > 0$, $\kappa \in \mathbb{R}$ ισχύει:

$$\log_a \theta^\kappa = \kappa \cdot \log_a \theta .$$

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η παράσταση: $A = \frac{\eta \mu^2 x}{1 - \sigma \nu \chi}$

B1) Για ποιες τιμές του χ ορίζεται η παράσταση A;

B2) Να αποδείξετε ότι $A = 1 + \sigma \nu \chi$

B3) Να επιλύσετε την εξίσωση $\frac{\eta \mu^2 x}{1 - \sigma \nu \chi} = \frac{1}{2}$ στο διάστημα $(0, 2\pi)$.

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = kx^3 - (k + \lambda)x^2 + \lambda x + 1$.

G1) Αν $P\left(-\frac{1}{2}\right) = 7$ και $P(-1) = 23$, να αποδείξετε ότι $k = -6$ και $\lambda = -5$.

G2) Να γίνει η διαίρεση του $P(x)$, για $k = -6$ και $\lambda = -5$, με το πολυώνυμο $2x + 1$ και να γραφεί το $P(x)$ με την ταυτότητα της Ευκλείδειας διαίρεσης.

G3) Να λυθεί η ανίσωση $P(x) > 7$ για $k = -6$ και $\lambda = -5$.

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \ln\left(\frac{e^{2x} - 1}{e^x + 5}\right)$.

D1) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της $f(x)$.

D2) Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = 2 \ln 2$.

D3) Να λύσετε την ανίσωση $f(x) > 0$.

Τελευταίες συμβουλές

1^η συμβουλή

Μην πανηγυρίζετε την ώρα που δίνονται τα θέματα. Ενδεχόμενα να κρύβουν κάποιες παγίδες που με την πρώτη ματιά δεν φαίνονται.

2^η συμβουλή

Να είστε ψύχραιμοι κατά την διάρκεια των εξετάσεων για να αποδώσετε στο μέγιστο της προετοιμασίας σας.

3^η συμβουλή

Μην απογοητεύεστε αν τυχόν σας φαίνονται άγνωστα τα θέματα. Θα ακολουθήσουν 2 ώρες που μπορείτε να κάνετε τα πάντα. Σίγουρα είναι θέματα που κάπου, κάποτε τα έχετε διδαχθεί.

4^η συμβουλή

Μην συζητάτε με άλλους συνυποψήφιούς σας για τις λύσεις των θεμάτων μετά το τέλος της εξέτασης. Το μόνο που θα σας προσφέρει μια τέτοια κουβέντα είναι προβληματισμός. Αν θέλετε να συμβουλευτείτε κάποιον, μιλήστε με τον υπεύθυνο καθηγητή.

5^η συμβουλή

Μην επηρεάζεστε από ενδεχόμενη αποτυχία σε κάποιο μάθημα. Σκεφθείτε ότι είναι καλύτερα να έχετε αποτύχει σε ένα μάθημα παρά σε δύο ή περισσότερα.

Και μετά.....



Εύχομαι επιτυχία στους στόχους σας!!!!!!!!!!!!!!