

Θέματα προσομοίωσης για τις προαγωγικές εξετάσεις

1ο ΓΕΝΙΚΟ ΒΟΛΟΥ ΜΑΓΝΗΣΙΑΣ

Α΄ ΤΑΞΗ

ΕΠΑΝΑΛΗΨΕΙΣ ΣΤΙΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ

ΣΤΗΝ

ΑΛΓΕΒΡΑ



ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ 2018 – 2019

1^ο ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

ΘΕΜΑ Α

A1) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Αν $\gamma > 0$, τότε: $\alpha > \beta$ δίνει $\alpha \gamma > \beta \gamma$.
2. Ισχύει $|\alpha + \beta| = |\alpha| + |\beta|$, για οποιουδήποτε πραγματικούς αριθμούς α και β .
3. Αν $\Delta = 0$, Δ η διακρίνουσα του τριωνύμου $ax^2 + bx + \gamma = 0$, $a \neq 0$ τότε ισχύει $ax^2 + bx + \gamma = \alpha \left(x + \frac{\beta}{2a}\right)^2$
4. Αν $A(\alpha, \beta)$ είναι ένα σημείο του καρτεσιανού επιπέδου, τότε το συμμετρικό του ως προς την αρχή O των αξόνων είναι το σημείο $\Gamma(\beta, \alpha)$, που έχει τετμημένη την τεταγμένη του A και τεταγμένη την τετμημένη του A .
5. Οι ευθείες της μορφής $y = \alpha x + \beta$, όπου α σταθερό και β μεταβλητό, είναι όλες παράλληλες μεταξύ τους.

A2) Αν $\alpha, \beta \geq 0$ να αποδείξετε ότι $\sqrt[\alpha]{\alpha} \cdot \sqrt[\beta]{\beta} = \sqrt[\alpha \cdot \beta]{\alpha \cdot \beta}$

ΘΕΜΑ Β

Να βρείτε τρεις αριθμούς για τους οποίους ισχύουν τα εξής:

- i) είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου
- ii) έχουν άθροισμα 15
- iii) αν σ' αυτούς προσθέσουμε τους αριθμούς 1, 4, 9 αντίστοιχα θα γίνουν διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου.

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται το η εξίσωση $x^2 + (\lambda + 1)x + 2 - \lambda = 0$, $\lambda \in \mathfrak{R}$

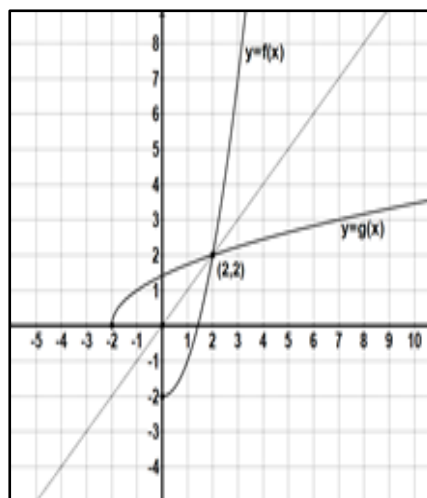
- G1)** Να δείξετε ότι η διακρίνουσα της εξίσωσης είναι $\Delta = \lambda^2 + 6\lambda - 7$
- G2)** Να βρείτε τις τιμές του λ για τις οποίες η εξίσωση έχει πραγματικές ρίζες.
- G3)** Αν η εξίσωση έχει ρίζες x_1, x_2 τότε να δείξετε ότι $d(x_1, 1) \cdot d(x_2, 1) = 4$

ΘΕΜΑ Δ

Στο διπλανό σχήμα δίνονται οι γραφικές παραστάσεις

δύο συναρτήσεων με τύπους: $f(x) = x^2 + \lambda$ και $g(x) = \sqrt{x + \kappa}$.

- Δ1)** Αξιοποιώντας το σχήμα να γράψετε τα πεδία ορισμού A και B των συναρτήσεων f και g αντίστοιχα.
- Δ2)** Να βρείτε τις τιμές των κ και λ .
- Δ3)** Να αποδείξετε ότι το συμμετρικό σημείο M' κάθε σημείου $M(\alpha, \beta)$ της γραφικής παράστασης της f ως προς τη διχοτόμο της πρώτης και τρίτης γωνίας των αξόνων, βρίσκεται στη γραφική παράσταση της συνάρτησης g .



Θέματα προσομοίωσης για τις προαγωγικές εξετάσεις

2^ο ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

ΘΕΜΑ Α

A1) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Αν $\theta > 0$ τότε $|x| < \theta \Leftrightarrow -\theta < x < \theta$. 2. Αν $\alpha \geq 0$ και n άρτιος, τότε $\sqrt[n]{\alpha^n} = |\alpha|$
3. Αν $\Delta > 0$, Δ η διακρίνουσα του τριωνύμου $ax^2 + \beta x + \gamma = 0$, $\alpha \neq 0$ τότε ισχύει $ax^2 + \beta x + \gamma = (x - x_1)(x - x_2)$, όπου x_1, x_2 οι ρίζες του τριωνύμου.
4. Τρεις αριθμοί α, β, γ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου αν και μόνο αν ισχύει $\beta^2 = \alpha\gamma$
5. Κάθε κατακόρυφη ευθεία έχει με τη γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f το πολύ ένα κοινό σημείο.

A2) Ποιοι είναι οι τύποι του αθροίσματος και του γινομένου των ριζών της εξίσωσης $ax^2 + \beta x + \gamma = 0$, $\alpha \neq 0$;

Αποδείξτε τους.

ΘΕΜΑ Β

Οι αριθμοί $x+4, 2x+3, 5x-6$ είναι οι διαδοχικοί όροι $\alpha_3, \alpha_4, \alpha_5$ αντίστοιχα μιας αριθμητικής προόδου με πρώτο όρο α_1 και διαφορά ω .

- B1)** Να βρείτε την τιμή του x .
- B2)** Να αποδείξετε ότι η διαφορά της αριθμητικής προόδου είναι $\omega = 3$.
- B3)** Να βρείτε τον πρώτο όρο α_1 καθώς και τον εικοστό όρο α_{20} της προόδου.

ΘΕΜΑ Γ

Σε έναν άξονα με αρχή O τα σημεία A, B και M αντιστοιχούν στους πραγματικούς αριθμούς $2, 4$ και x αντίστοιχα.

- Γ1)** Να διατυπώσετε τη γεωμετρική ερμηνεία των παραστάσεων $|x-2|$ και $|x-4|$
- Γ2)** Αν ισχύει $|x-2| = |x-4|$, τότε ποια γεωμετρική ιδιότητα του σημείου M αναγνωρίζετε; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.
- Γ3)** Αν ισχύει $|x-2| \geq |x-4|$, τότε με βάση το προηγούμενο ερώτημα να προσδιορίσετε τις θέσεις του σημείου M στον άξονα και να βρείτε τις τιμές του x . Στη συνέχεια να επιβεβαιώσετε με αλγεβρικό τρόπο την απάντησή σας.

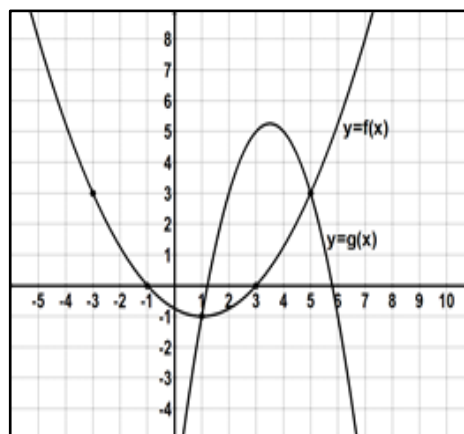
ΘΕΜΑ Δ

Στο διπλανό σχήμα δίνονται οι γραφικές παραστάσεις δύο συναρτήσεων f και g , που είναι ορισμένες στο \mathbb{R} .

- Δ1)** Να επιλύσετε γραφικά την εξίσωση $f(x) = 3$.
- Δ2)** Να επιλύσετε γραφικά την ανίσωση $f(x) < g(x)$
- Δ3)** Αν οι τύποι των συναρτήσεων f και g των οποίων οι γραφικές παραστάσεις φαίνονται

$$\text{στο διπλανό σχήμα είναι } f(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{4}$$

και $g(x) = -x^2 + 7x - 7$, να επαληθεύσετε αλγεβρικά τα συμπεράσματα των δύο προηγούμενων ερωτημάτων.



Θέματα προσομοίωσης για τις προαγωγικές εξετάσεις

3^ο ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

ΘΕΜΑ Α

A1) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Αν $-3\chi < 9$ τότε $\chi < -3$
2. Η ευθεία $\psi = (1+\lambda^2)\chi + 2010$ είναι παράλληλη στην ευθεία $\psi = 2\lambda\chi + 2020$ για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$.
3. Αν α, β, γ , διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου τότε $\beta - \alpha = \gamma - \beta$.
4. Το τριώνυμο $f(\chi) = \alpha\chi^2 + \beta\chi + \gamma$, $\alpha \neq 0$, με $\Delta < 0$ είναι ετερόσημο του α για κάθε τιμή του χ .
5. Η ευθεία $\psi = \chi + 2$ έχει συντελεστή διεύθυνσης το 1.

A2) Να αποδείξετε ότι $|\alpha + \beta| \leq |\alpha| + |\beta|$ για κάθε $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

ΘΕΜΑ Β

Δίνονται οι αριθμοί $\alpha = \frac{2}{3+\sqrt{5}}$ και $\beta = \frac{2}{3-\sqrt{5}}$

- B1)** Να δείξετε ότι $\alpha + \beta = 3$
- B2)** Να δείξετε ότι οι αριθμοί α, β είναι αντίστροφοι.
- B3)** Να γράψετε μια εξίσωση 2^{ου} βαθμού που έχει ρίζες τους αριθμούς α, β .

ΘΕΜΑ Γ

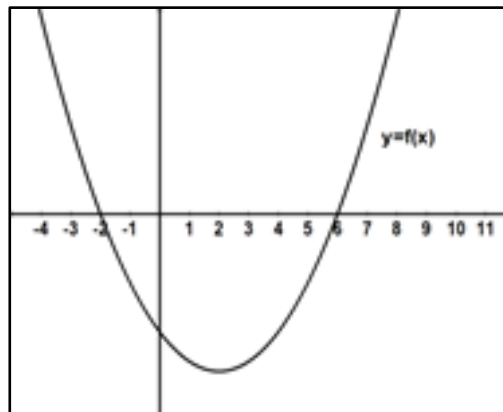
Μιας ακολουθίας το άθροισμα των n πρώτων όρων της είναι $S_n = 3n^2 + n$.

- Γ1)** Να βρείτε το άθροισμα των $(n-1)$ πρώτων όρων της
- Γ2)** Να βρείτε τον νιοστό της όρο a_n .
- Γ3)** Να βρείτε τον όρο a_{n+1} .
- Γ4)** Να αποδείξετε ότι η ακολουθία αυτή είναι αριθμητική πρόοδος
- Γ5)** Να βρείτε την τάξη του όρου της που είναι ίσος με 100.

ΘΕΜΑ Δ

Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης f με $f(x) = \frac{1}{3}x^2 + kx + \lambda$.

- Δ1)** Να βρείτε γραφικά τις ρίζες της εξίσωσης $f(x) = 0$
- Δ2)** Αξιοποιώντας το άθροισμα και το γινόμενο των ριζών της εξίσωσης $f(x) = 0$ να βρείτε:
- α) τον αριθμό k
 - β) τον αριθμό λ



Θέματα προσομοίωσης για τις προαγωγικές εξετάσεις

4^ο ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

ΘΕΜΑ Α

A1) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Η εξίσωση $\alpha x + \beta = 0$ με $\alpha=0$ και $\beta = 0$ έχει μια μοναδική λύση.
2. Αν $\theta > 0$ τότε $|x| < \theta \Leftrightarrow -\theta < x < \theta$.
3. Ο νιοστός όρος αν μιας γεωμετρικής προόδου με λόγο λ είναι $a_n = a_1 \cdot \lambda^{n-1}$.
4. Οι ευθείες $\psi = \alpha_1 x + \beta_1$ και $\psi = \alpha_2 x + \beta_2$ είναι παράλληλες αν και μόνο αν $\alpha_1 = \alpha_2$.
5. Αν $2x \leq 8$ και $-2x \leq -8$ τότε $x = 4$

A2) Να δείξετε : Τρεις αριθμοί α, β, γ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου αν και μόνο αν $\beta = \frac{\alpha + \gamma}{2}$

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{x^3 - 4x}{x - 2}$

B1) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f .

B2) Να αποδείξετε ότι $f(x) = x^2 + 2x$

B3) Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = 8$.

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η εξίσωση $(\lambda+2)x^2 + (2\lambda+3)x + \lambda - 2 = 0$ (1), με παράμετρο $\lambda \neq -2$.

- Γ1)** Να δείξετε ότι η διακρίνουσα της εξίσωσης (1) είναι: $\Delta = 12\lambda + 25$
- Γ2)** Να βρείτε τις τιμές του $\lambda \neq -2$, ώστε η εξίσωση (1) να έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες.
- Γ3)** Να εκφράσετε ως συνάρτηση του λ το άθροισμα των ριζών $S = x_1 + x_2$ και το γινόμενο των ριζών $P = x_1 \cdot x_2$.
- Γ4)** Να εξετάσετε αν υπάρχει τιμή του λ ώστε για τις ρίζες x_1, x_2 της εξίσωσης (1) να ισχύει η σχέση $(x_1 + x_2 - 1)^2 + (x_1 \cdot x_2 + 3)^2 = 0$

ΘΕΜΑ Δ

Ένας πληθυσμός βακτηριδίων τριπλασιάζεται σε αριθμό κάθε μία ώρα.

- Δ1)** Αν αρχικά υπάρχουν 10 βακτηρίδια, να βρείτε το πλήθος τους ύστερα από 6 ώρες.
- Δ2)** Στο τέλος της έκτης ώρας ο πληθυσμός ψεκάζεται με μια ουσία, η οποία σταματάει τον πολλαπλασιασμό τους και συγχρόνως προκαλεί καταστροφή $3^3 \cdot 10$ βακτηριδίων ανά ώρα.
 - A)** Να βρείτε το πλήθος των βακτηριδίων που απομένουν 20 ώρες μετά τον ψεκασμό.
 - B)** Μετά πόσες ώρες μετά τον ψεκασμό θα καταστραφούν όλα τα βακτηρίδια;

ΘΕΜΑ Α

A1) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Ο νιοστός όρος a_n μιας αριθμητικής προόδου με διαφορά ω είναι $a_n = a_1 + (n - 1) \omega$.
2. Η ακολουθία 2, 5, 8, ... είναι γεωμετρική πρόοδος.
3. Η ευθεία $\psi = \chi + 2$ έχει συντελεστή διεύθυνσης το 1.
4. Αν $\theta > 0$ τότε $|x| > \theta \Leftrightarrow -\theta > \chi > \theta$.
5. Αν $x \leq 5$, τότε $|x-5| = 5-x$

A2) Ο νιοστός όρος γεωμετρικής προόδου με πρώτο όρο a_1 και λόγο λ είναι $a_n = a_1 \lambda^{n-1}$.

ΘΕΜΑ Β

Σε έναν άξονα με αρχή Ο τα σημεία Α και Μ αντιστοιχούν στους πραγματικούς αριθμούς 3, x αντίστοιχα και ισχύει $2|x| = |x-3|$ (1).

B1) Να διατυπώσετε τη γεωμετρική ερμηνεία των παραστάσεων $|x|$ και $|x-3|$

B2) Να υπολογίσετε το λόγο $\frac{AM}{OM}$

B3) Με χρήση του άξονα να προσδιορίσετε τους δύο πραγματικούς αριθμούς x που παριστάνει το σημείο Μ της σχέσης (1). Στη συνέχεια να επιβεβαιώσετε με αλγεβρικό τρόπο την απάντησή σας.

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η εξίσωση $x^2 - 2(\lambda - 1)x + \lambda + 5 = 0$ (1), με παράμετρο $\lambda \in \mathfrak{R}$.

Γ1) Να δείξετε ότι η διακρίνουσα της εξίσωσης (1) είναι: $\Delta = 4\lambda^2 - 12\lambda - 16$.

Γ2) Να βρείτε τις τιμές του $\lambda \in \mathfrak{R}$, ώστε η εξίσωση να έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες.

Γ3) Αν η εξίσωση (1) έχει ρίζες τους αριθμούς x_1, x_2 και $d(x_1, x_2)$ είναι η απόσταση των x_1, x_2 στον άξονα των πραγματικών αριθμών, να βρείτε για ποιες τιμές του λ ισχύει: $d(x_1, x_2) = 2\sqrt{14}$.

ΘΕΜΑ Δ

Ένα κλειστό στάδιο έχει 25 σειρές καθισμάτων. Στην πρώτη σειρά έχει 12 καθίσματα και καθεμιά από τις επόμενες σειρές έχει δυο καθίσματα παραπάνω από την προηγούμενη.

Δ1) Να βρείτε πόσα καθίσματα έχει η μεσαία και πόσα η τελευταία σειρά.

Δ2) Να υπολογίσετε την χωρητικότητα του σταδίου.

Δ3) Οι μαθητές ενός Λυκείου προκειμένου να παρακολουθήσουν μια εκδήλωση, κατέλαβαν όλα τα καθίσματα από την 7η μέχρι και την 14η σειρά. Να βρείτε το πλήθος των μαθητών του Λυκείου.

6^ο ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

ΘΕΜΑ Α

A1) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Αν $-2 < \chi \leq 3$ τότε $\chi \in [-2, 3)$

2. Η ευθεία $\psi = \lambda\chi + 1$ είναι κάθετη στην ευθεία $\psi = \frac{1}{\lambda}\chi + 1$, $\lambda \neq 0$.

3. Η ακολουθία με $a_{v+1} = a_v + 3$ είναι αριθμητική πρόοδος.

4. Αν $f(\chi) = \chi + 1$ και $\alpha < \beta$, τότε $f(\alpha) < f(\beta)$.

5. Για να είναι μία ακολουθία a_1, a_2, \dots αν γεωμετρική πρόοδος πρέπει το πηλίκο δύο οποιονδήποτε όρων να είναι σταθερό $\lambda \in \mathfrak{R}^*$

A2) Ο νιοστός όρος αριθμητικής προόδου με πρώτο όρο α_1 και διαφορά ω είναι $\alpha_n = \alpha_1 + (n-1)\omega$.

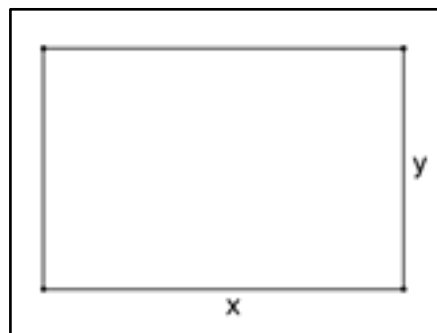
ΘΕΜΑ Β

Δίνεται το τριώνυμο $f(x) = 2x^2 - x - 10$ και ο αριθμός $\alpha = \frac{4\lambda + 2}{\lambda^2 + 2}$, όπου $\lambda \in \mathfrak{R}$

B1) Να λύσετε την ανίσωση $f(x) < 0$

B2) Να αποδείξετε ότι $-1 \leq \alpha \leq 2$ για κάθε $\lambda \in \mathfrak{R}$

B3) Να βρείτε το πρόσημο του αριθμού $f(\alpha)$



ΘΕΜΑ Γ

Ένα ορθογώνιο με διαστάσεις x, y έχει περίμετρο Π και εμβαδόν $E = 4$.

Γ1) Να εκφράσετε το y συναρτήσει του x και στη συνέχεια να βρείτε ότι $\Pi = 2x + \frac{8}{x}$, $x > 0$.

Γ2) Αν είναι $\Pi = 8$ να αποδείξετε ότι το ορθογώνιο είναι τετράγωνο.

Γ3) Να αποδείξετε ότι $\Pi \geq 8$ για κάθε $x > 0$

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η εξίσωση $(x - 2)^2 = \lambda(4x - 3)$, με παράμετρο $\lambda \in \mathfrak{R}$.

Δ1) Να γράψετε την εξίσωση στη μορφή $ax^2 + bx + \gamma = 0$, $a \neq 0$.

Δ2) Να βρείτε για ποιές τιμές του λ η εξίσωση έχει ρίζες πραγματικές και άνισες.

Δ3) Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης, στην περίπτωση που έχει ρίζες πραγματικές και άνισες,

i) να υπολογίσετε τα $S = x_1 + x_2$ και $P = x_1 x_2$

ii) να αποδείξετε ότι η παράσταση $A = (4x_1 - 3)(4x_2 - 3)$ είναι ανεξάρτητη του λ , δηλαδή σταθερή.

ΘΕΜΑ Α

A1) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Όταν η εξίσωση $x^2 + \beta x + \gamma = 0$ έχει δύο ρίζες ετερόσημες, το γ είναι αρνητικός αριθμός.
2. Αν ρ_1, ρ_2 είναι ρίζες της εξίσωσης $ax^2 + \beta x + \gamma = 0$, $a \neq 0$ οι $\left| \rho_1 \right|, \left| \rho_2 \right|$ θα είναι ρίζες της εξίσωσης $ax^2 + \beta |x| + \gamma = 0$.
3. Το 25 είναι γεωμετρικός μέσος των αριθμών 5 και 45.
4. Αν $f(x) = x^3 + x$, τότε για κάθε $x \in \mathcal{R}$ ισχύει $f(-x) + f(x) = 0$.
5. Αν $|x| + |\psi| = 0$, τότε $x = 0$ ή $\psi = 0$.

A2) Να δείξετε: Τρεις αριθμοί α, β, γ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου αν και μόνο αν $\beta^2 = \alpha \gamma$.

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η εξίσωση $x^2 - \lambda x + \lambda - 1$, όπου $\lambda \in \mathcal{R}$.

- B1)** Να δείξετε ότι η διακρίνουσα της εξίσωσης είναι $\Delta = \lambda^2 - 4\lambda + 4$
- B2)** Να δείξετε ότι η εξίσωση έχει πραγματικές ρίζες για κάθε $\lambda \in \mathcal{R}$
- B3)** Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης να δείξετε ότι $x_1 + x_2 = x_1 \cdot x_2 + 1$

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η παραβολή $y = x^2 - 4x + 3$ και η ευθεία $y = 2x - \lambda$, $\lambda \in \mathcal{R}$.

- Γ1)** Να δείξετε ότι αν $\lambda = 6$ τότε η ευθεία και η παραβολή έχουν ένα μόνο κοινό σημείο, το οποίο στη συνέχεια να προσδιορίσετε.
- Γ2)** Να βρείτε τις τιμές του λ για τις οποίες η παραβολή και η ευθεία έχουν δυο κοινά σημεία.
- Γ3)** Αν βρείτε την τιμή του λ ώστε η ευθεία να διέρχεται από την κορυφή της παραβολής και στη συνέχεια να προσδιορίσετε το άλλο κοινό τους σημείο.

ΘΕΜΑ Δ

Ο Διονύσης γράφει στο τετράδιό του τους αριθμούς 3, 7, 11, 15,... και συνεχίζει προσθέτοντας κάθε φορά το 4. Σταματάει όταν έχει γράψει τους 40 πρώτους από τους αριθμούς αυτούς.

Δ1) Είναι οι παραπάνω αριθμοί διαδοχικοί όροι μιας αριθμητικής προόδου; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Δ2) Να βρείτε το άθροισμα των 40 αυτών αριθμών.

Δ3) Είναι ο αριθμός 120 ένας από αυτούς τους 40 αριθμούς; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Δ4) Ο Γιώργος πήρε το τετράδιο του Διονύση και συνέχισε να γράφει διαδοχικούς όρους της ίδιας αριθμητικής προόδου, από εκεί που είχε σταματήσει ο Διονύσης μέχρι να εμφανιστεί ο αριθμός 235.

Να βρείτε το άθροισμα των αριθμών που έγραψε ο Γιώργος.

8^ο ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

ΘΕΜΑ Α

A1) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Η ευθεία $\psi = \alpha x + \beta$ τέμνει τον $\psi' \psi$ στο σημείο $A(0, \beta)$.
2. Όταν η εξίσωση $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$, $\alpha < 0$ έχει δύο ρίζες ετερόσημες, το γ είναι αρνητικός αριθμός.
3. Η αριθμητική πρόοδος 24, 17, 10, ... είναι γνησίως αύξουσα.
4. Η εξίσωση $3^x + 3^{-x} = -1$ είναι αδύνατη.
5. Το σύνολο τιμών της λογαριθμικής συνάρτησης με τύπο $f(x) = \log_{\alpha} x$ με $0 < \alpha \neq 1$ είναι το διάστημα $[0, +\infty)$

A2) Να αποδείξετε ότι : Αν $\Delta > 0$, τότε $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = \alpha(x-x_1)(x-x_2)$, $\alpha \neq 0$, και x_1, x_2 οι ρίζες του τριωνύμου.

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση f με τύπου $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{|x-1|}$.

B1) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f .

B2) Να αποδείξετε ότι $f(x) = \begin{cases} 2-x & x < 1 \\ x-2 & x > 1 \end{cases}$

B3) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης f .

ΘΕΜΑ Γ

Γ1) Να αποδείξετε ότι, αν $\chi^2 > \kappa(\chi+1)$ για κάθε $\chi \in \mathbb{R}$, τότε $-4 < \kappa < 0$.

Γ2) Να βρείτε το πλήθος των ριζών της εξίσωσης $\chi^2 - 2(\lambda+2)\chi + \lambda^2 = 0$ για τις διάφορες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$.

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται ένας πραγματικός αριθμός x που ικανοποιεί τη σχέση: $d(x, 5) \leq 9$.

Δ1) Να αποδώσετε την παραπάνω σχέση λεκτικά.

Δ2) Με χρήση του άξονα των πραγματικών αριθμών, να παραστήσετε σε μορφή διαστήματος το σύνολο των δυνατών τιμών του x .

Δ3) Να γράψετε τη σχέση με το σύμβολο της απόλυτης τιμής και να επιβεβαιώσετε με αλγεβρικό τρόπο το συμπέρασμα του ερωτήματος (β).

Δ4) Να χρησιμοποιήσετε το συμπέρασμα του ερωτήματος (γ) για να δείξετε ότι: $|x-14| + |x+4| = 18$.

ΘΕΜΑ Α

A1) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Η ευθεία $\psi = (1+\lambda)x + \lambda^2 - 3\lambda + 2$ διέρχεται από την αρχή $O(0,0)$ των αξόνων μόνο όταν $\lambda = 1$.
2. Όταν η εξίσωση $ax^2 + bx + \gamma = 0$, $a \neq 0$ έχει δύο ρίζες ομόσημες, το β είναι πάντα θετικός αριθμός.
3. Η γεωμετρική πρόοδος 5, 10, 20, ... είναι γνησίως αύξουσα.
4. Η εξίσωση $(\alpha-1)x = \alpha(\alpha-1)$ έχει μοναδική λύση την $x = \alpha$.
5. Το άθροισμα δύο άρρητων αριθμών είναι άρρητος αριθμός.

A2) Για θετικούς αριθμούς α , β και θετικό ακέραιο n ισχύει η ισοδυναμία : $\alpha = \beta \Leftrightarrow \alpha^n = \beta^n$.

ΘΕΜΑ Β (Μονάδες 10+5+10)

Δίνονται οι ανισώσεις $|x+1| \leq 2$ και $x^2 - x - 2 > 0$.

B1) Να επιλύσετε τις ανισώσεις.

B2)β) Να δείξετε ότι οι ανισώσεις συναληθεύουν για $x \in [-3, -1)$.

B3) Αν οι αριθμοί ρ_1 και ρ_2 ανήκουν στο σύνολο των κοινών λύσεων των δυο ανισώσεων, να δείξετε ότι: $\rho_1 - \rho_2 \in (-2, 2)$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1) Βρείτε το λ έτσι ώστε η εξίσωση $x^2 + 3\lambda x + \lambda^2 + 5\lambda + 15 = 0$ να έχει ρίζα το 1.

Γ2) Βρείτε την άλλη ρίζα της εξίσωσης.

Γ3) Μετατρέψτε το πρώτο μέλος της εξίσωσης σε γινόμενο.

ΘΕΜΑ Δ

Στο διπλανό σχήμα δίνονται οι γραφικές παραστάσεις δύο συναρτήσεων f και g .

Δ1) Να βρείτε τους αριθμούς $f(-3)$, $f(-1)$, $f(1)$, $f(3)$, $f(5)$ και $f(7)$

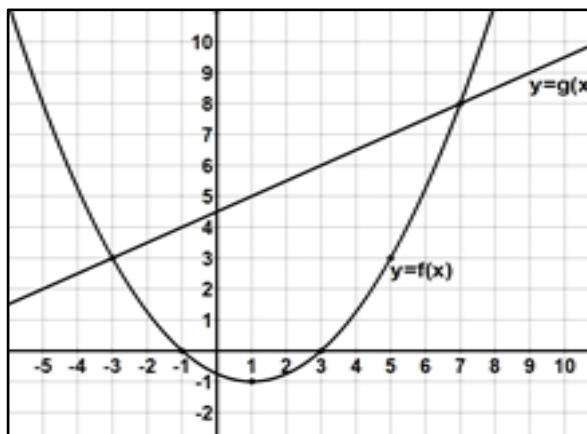
Δ2) Να βρείτε τα κοινά σημεία των δυο γραφικών παραστάσεων.

Δ3) Αν επιπλέον δοθεί ότι οι τύποι των παραπάνω

συναρτήσεων f και g είναι $f(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{4}$ και

$g(x) = \frac{x+9}{2}$ να επαληθεύσετε αλγεβρικά το

συμπέρασμα του προηγούμενου ερωτήματος.



Θέματα προσομοίωσης για τις προαγωγικές εξετάσεις

10^ο ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

ΘΕΜΑ Α

A1) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Η ευθεία $\psi = 2x - 6$ τέμνει τον άξονα $x'x$ στο σημείο $A(0, -6)$.

2. Αν ρ_1, ρ_2 είναι ρίζες της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0, a \neq 0$ τότε $\rho_1^2 + \rho_2^2 = \left(-\frac{\beta}{\alpha}\right)^2$.

3. Η συνάρτηση με τύπο $f(x) = ax^2$ είναι παραβολή.

4. Για να είναι μία ακολουθία a_1, a_2, \dots, a_n γεωμετρική πρόοδος πρέπει η διαφορά δύο διαδοχικών όρων να είναι σταθερή.

5. Η συνάρτηση $f(x) = \frac{3x}{x^2 + 4}$ ορίζεται στο \mathbb{R} .

A2) Αν $M(x_0)$ είναι το μέσο του τμήματος AB με $A(\alpha)$ και $B(\beta)$, $\beta > \alpha$, τότε $x_0 = \frac{\alpha + \beta}{2}$

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η εξίσωση $\lambda x^2 - (\lambda + 1)x + \lambda = 0$ με $\lambda \neq 0$.

B1) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση να έχει πάντοτε πραγματικές ρίζες. Για ποιες τιμές του λ έχει ίσες ρίζες;

B2) Να αποδείξετε ότι οι ρίζες της εξίσωσης είναι αντίστροφοι αριθμοί.

B3) Αν $\lambda > 0$ και ρίζες της εξίσωσης είναι x_1, x_2 , να αποδείξετε ότι:

α) Οι αριθμοί x_1, x_2 είναι θετικοί.

β) Ισχύει $(x_1 + x_2)(x_1 x_2 + 3) > 4$.

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η ακολουθία με $S_n = 2(3^n - 1)$

Γ1) Να βρεθεί το S_{v-1}

Γ2) Να βρεθεί το a_v

Γ3) Να βρεθεί το a_{v+1}

Γ4) Να δειχθεί ότι αυτή είναι γεωμετρική πρόοδος και να βρεθεί ο λ και ο a_1 .

Γ5) Πόσους όρους της πρέπει να πάρουμε, για να έχουμε άθροισμα 484;

ΘΕΜΑ Δ

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = 4x + 2$ και $g(x) = x^2 - 9$ με πεδίο ορισμού το \mathbb{R} .

Δ1) Να βρείτε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της συνάρτησης g με τον άξονα $x'x$.

Δ2) Να εξετάσετε αν η γραφική παράσταση της f τέμνει τους άξονες σε κάποιο από τα σημεία $(3, 0)$ και $(-3, 0)$.

Δ3) Να αποδείξετε ότι δεν υπάρχει σημείο του άξονα $x'x$ που η τετμημένη να ικανοποιεί τη σχέση $f(x) = g(x)$.

Δ4) Να βρείτε συνάρτηση h που η γραφική της παράσταση να είναι ευθεία και να τέμνει τη γραφική παράσταση της g σε σημείο του άξονα $x'x$ και την f σε σημείο του $y'y$.

Τελευταίες συμβουλές

1^η Συμβουλή

Μην πανηγυρίζετε την ώρα που δίνονται τα θέματα. Ενδεχόμενα να κρύβουν κάποιες παγίδες που με την πρώτη ματιά δεν φαίνονται.

2^η Συμβουλή

Να είστε ψύχραιμοι κατά την διάρκεια των εξετάσεων για να αποδώσετε στο μέγιστο της προετοιμασίας σας.

3^η Συμβουλή

Μην απογοητεύεστε αν τυχόν σας φαίνονται άγνωστα τα θέματα. Θα ακολουθήσουν 2 ώρες που μπορείτε να κάνετε τα πάντα. Σίγουρα είναι θέματα που κάπου , κάποτε τα έχετε διδαχθεί.

4^η Συμβουλή

Μην συζητάτε με άλλους συνυποψήφιούς σας για τις λύσεις των θεμάτων μετά το τέλος της εξέτασης. Το μόνο που θα σας προσφέρει μια τέτοια κουβέντα είναι προβληματισμός. Αν θέλετε να συμβουλευτείτε κάποιον , μιλήστε με τον υπεύθυνο καθηγητή.

5^η Συμβουλή

Μην επηρεάζεστε από ενδεχόμενη αποτυχία σε κάποιο μάθημα. Σκεφθείτε ότι είναι καλύτερα να έχετε αποτύχει σε ένα μάθημα παρά σε δύο ή περισσότερα.

.....και μετά ,



Εύχομαι επιτυχία στους στόχους σας!!!!!!!!!!!!!!