

1^ο ΓΕΛ ΒΟΛΟΥ

ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ Γ' ΤΑΞΗΣ
ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΔΕΥΤΕΡΑ 10 ΔΕΚΕΜΒΡΙΟΥ
2018

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΔΥΟ (2)

ΘΕΜΑ 1ο

Έστω μια συνάρτηση f , η οποία είναι ορισμένη στο κλειστό διάστημα $[α, β]$. Αν

- η f είναι συνεχής στο $[α, β]$ και
- $f(α) \neq f(β)$

τότε, για κάθε αριθμό η μεταξύ των $f(α), f(β)$ υπάρχει ένας, τουλάχιστον $\chi_0 \in (α, β)$ τέτοιος, ώστε $f(\chi_0) = \eta$.

Μονάδες 13

B.1. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας την ένδειξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α. Αν η συνάρτηση f είναι ορισμένη στο $[α, β]$ και συνεχής στο $(α, β)$, τότε η f παίρνει πάντοτε στο $[α, β]$ μία μέγιστη τιμή.

Μονάδες 3

β. Κάθε συνάρτηση, που είναι 1-1 στο πεδίο ορισμού της, είναι γνησίως μονότονη.

Μονάδες 3

γ. Αν υπάρχει το όριο της συνάρτησης f στο x_0 και $\lim_{x \rightarrow x_0} |f(x)| = 0$, τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$.

Μονάδες 3

δ. Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) > 0$, τότε $f(x) > 0$ κοντά στο x_0 .

Μονάδες 3

ΘΕΜΑ 2^ο

Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=3e^{2x-1}+4$

α. Να αποδειχθεί ότι είναι 1-1.

Μονάδες 8

β. Να βρεθεί το πεδίο τιμών της $f(A)$.

Μονάδες 8

γ. Να βρεθεί η αντίστροφή της

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 3^ο

Δίνεται η συνάρτηση f με:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 8x + 16 & , 0 < x < 5 \\ (\alpha^2 + \beta^2) \ln(x - 5 + e) + 2(\alpha + 1) e^{5-x}, & x \geq 5 \end{cases}$$

A. Να βρεθούν τα, $\lim_{x \rightarrow 5^-} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 5^+} f(x)$.

Μονάδες 6

B. Να βρεθούν τα $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$, ώστε η συνάρτηση f να είναι συνεχής στο $x_0 = 5$.

Μονάδες 10

Γ. Για τις τιμές των α, β του ερωτήματος B να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4^ο

A. Έστω f μια πραγματική συνάρτηση με τύπο:

$$f(x) = \begin{cases} ax^2, & x \leq 3 \\ \frac{x^2 - 9}{x - 3}, & x > 3 \end{cases}$$

α. Αν η f είναι συνεχής, να αποδείξετε ότι $a = 6 / 9$.

Μονάδες 4

β. Να βρείτε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης C_f της συνάρτησης f με τους άξονες.

Μονάδες 4,5

γ. Να βρείτε τα όρια στο $+\infty$ και στο $-\infty$.

Μονάδες 4

B. Να δείξετε ότι η εξίσωση $x + \eta \mu x = 3$ έχει μια τουλάχιστον ρίζα στο $(0, 2\pi)$.

Μονάδες 12,5

ΕΥΧΟΜΑΙ ΕΠΙΤΥΧΙΑ ΣΤΟΥΣ ΣΤΟΧΟΥΣ ΣΑΣ!!!!!!