



ΦΥΛΛΑ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

ΣΤΑ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

1^ο ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΒΟΛΟΥ

ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

ΜΑΘΗΜΑ §4.4

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ

Μάθημα: ΑΛΓΕΒΡΑ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

Τίτλος μαθήματος(ενότητας): Μέγιστος Κοινός Διαιρέτης- Ελάχιστο κοινό Πολλαπλάσιο

Ημερομηνία: 12-04-2019

Τάξη: Β' Λυκείου

Σχολείο: Γενικό Λύκειο Βόλου

Ωρα: 1^η

Τμήμα: Β₁ (15 μαθητές)

ΓΕΝΙΚΟΙ ΣΚΟΠΟΙ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ

Να μπορούν οι μαθητές στο τέλος του μαθήματος να

- Ξεχωρίζουν ποια
- γνωρίζουν την
- Επίσης να είναι ικανοί να βρίσκουν

ΕΙΔΙΚΟΙ ΣΤΟΧΟΙ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ

Να είναι σε θέση στο τέλος του μαθήματος οι μαθητές να

- 1) Βρίσκουν την.
- 2) Υπολογίζουν τις.

ΜΕΣΑ: Πίνακας, κιμωλίες ή μαρκαδόροι, Η/Υ , φωτοτυπίες.

ΥΛΙΚΑ: CD, σλάιντς, σχολικό βιβλίο και ανακλαστικός πίνακας.

ΥΛΗ: Σχολικό βιβλίο – σελίδες 19- 23.

Κριτήρια Υπουργείου.

ΜΕΘΟΔΟΣ: Διερευνητική καθοδηγούμενη ανακάλυψη.

Α. ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΤΟΥ ΜΑΘΗΤΗ - ΜΑΘΗΣΙΑΚΗ ΠΟΡΕΙΑ

Με κατάλληλες ερωτήσεις ερευνούμε αν οι μαθητές κατέχουν προηγούμενες γνώσεις από την εμπειρία τους όπως στην τριγωνομετρία

**Β. ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΥΛΙΚΟΥ ΠΡΟΣ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ. ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ-ΑΝΑΛΥΣΗ
ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΤΗΣ ΕΝΟΤΗΤΑΣ (Παράδοση)**

ΕΠΙΠΕΔΟ 1ο

A. ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΘΕΩΡΙΑΣ

α) Βασικές ερωτήσεις θεωρίας

Ερώτηση 1^η : Τι λέγεται τέλεια διαίρεση;

Ερώτηση 2^η : Τι λέγεται ατελής διαίρεση;

Ερώτηση 3^η : Πότε ο β διαιρεί τον α ;

Ερώτηση 4^η : Πότε ο α λέγεται διαιρέτης ή παράγοντας του α;

Ερώτηση 5^η : Τι λέγεται γραμμικός συνδυασμός των κ και λ ;

Ερώτηση 6^η : Τι λέγεται τέλειος αριθμός;

B. ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΚΑΙ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΣΤΗΝ ΕΝΟΤΗΤΑ

α) Παραδείγματα και εφαρμογές του σχολικού βιβλίου

1. Ασκηση 1 Σχολικο σελίδα 149

2. Ασκηση 2 Σχολικο σελίδα 149

3. Ασκηση 3 Σχολικο σελίδα 149

4. Ασκηση 4 Σχολικο σελίδα 149

5. Ασκηση 6 Σχολικο σελίδα 149

β) Συμπληρωματικά παραδείγματα και εφαρμογές.

6. Να αποδείξετε ότι $2^{55} + 1 = \pi_0 \lambda \cdot 11$

7. Αν ο θετικός ακέραιος αριθμός k διαιρεί το πλήθος των ν πρώτων όρων της γεωμετρικής προόδου $1, 2, 2^2, 2^3, \dots$, να αποδείξετε ότι ο $2^k - 1$ διαιρεί το άθροισμα αυτών των όρων.

8. Αν $7 | (\alpha+3)$ και $7 | (24 - \beta)$, να δείξετε ότι $7 | (\alpha+\beta)$.

9. Να αποδειχθεί ότι $17 | 3^{4v+2} + 2 \cdot 4^{3v+1}$, $v \in \mathbb{N}$.

10. Αν η διαφορά δύο ακεραίων είναι άρτιος αριθμός τότε η διαφορά των τετραγώνων τους είναι πολλαπλάσιο του 4.

ΕΠΙΠΕΔΟ 2ο

1. ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΡΙΣΕΩΣ ΣΩΣΤΟ - ΛΑΘΟΣ

Να απαντήσετε στις ερωτήσεις κρίσεως και στα ερωτήματα σωστό ή λάθος, δικαιολογώντας την απάντησή σας.

ΕΡΩΤΗΣΗ 1η

Είναι σωστό ή λάθος ότι:

Αν $2 | \alpha$ και $3 | \alpha$ τότε $6 | \alpha$.

ΕΡΩΤΗΣΗ 2η

Ο αριθμός 28 είναι τέλειος αριθμός;

ΕΡΩΤΗΣΗ 3η

Να εξετάσετε αν ισχύει

$$3 \mid 1002^2 + 2001^2.$$

ΕΡΩΤΗΣΗ 4η

Είναι σωστό ή λάθος ότι:

Αν ο β είναι διαιρέτης του α , τότε και ο $-\beta$ είναι διαιρέτης του α .

ΕΡΩΤΗΣΗ 5η

Είναι σωστό ή λάθος ότι:

Αν $\alpha \mid \beta$ και $\beta \mid \alpha$ τότε $|\alpha| = |\beta|$.

2. ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΙΣΗ - ΣΥΜΠΛΗΡΩΣΗ ΚΕΝΟΥ - ΔΙΑΤΑΞΗ

Κάθε στοιχείο της στήλης (Α) αντιστοιχίζεται με ένα μόνο στοιχείο της στήλης (Β).
Συνδέστε με μία γραμμή τα στοιχεία των δύο στηλών.

Στήλη (Α)	Στήλη (Β)
Ο β είναι διαιρέτης του α	$\kappa \alpha + \lambda \beta$
Αν $\alpha \mid \beta$ και $\beta \mid \alpha$ τότε	$\alpha \cdot \beta \mid \gamma \cdot \delta$
Γραμμικός συνδυασμός των α και β	$\alpha = \beta$ ή $\alpha = -\beta$
Αν $\alpha \mid \gamma$ και $\beta \mid \delta$ τότε	$\alpha = \kappa \cdot \beta$

Συμπληρώστε τις προτάσεις που ακολουθούν:

α) Ενας ακέραιος μεγαλύτερος του 1 λέγεται τέλειος όταν είναι ίσος με το

.....

β) Οι διαιρέτες ενός εμφανίζονται κατά αντίθετων

γ) Γραμμικός συνδυασμός των β και γ λέγεται ο αριθμός α που έχει την μορφή

$$\alpha = \dots$$

Διαγράψτε αυτά που έρχονται σε αντίθεση με τα δεδομένα.

5 | 20

4 | 26

1 | 11

33 | 11

25 | 25

3. ΔΟΚΙΜΑΣΙΑ ΠΟΛΛΑΠΛΩΝ ΕΠΙΛΟΓΩΝ

ΕΡΩΤΗΣΗ 1H

Τέλειος αριθμός είναι ο

A Αριθμός που ισούται με το άθροισμα των γνήσιων διαιρετών του.

B Αριθμός της μορφής α^2

Γ Ακέραιος αριθμός.

ΕΡΩΤΗΣΗ 2H

Ο β είναι διαρέτης του α σημαίνει ότι

A β είναι επίσης και το υπόλοιπο

B $\beta = \lambda \cdot \alpha, \lambda \in Z$

Γ $\alpha = \kappa \cdot \beta, \kappa \in Z$

ΕΡΩΤΗΣΗ 3H

Γραμμικός συνδυασμός των β και γ είναι ο αριθμός

A $\kappa + \beta + \lambda + \gamma$

B $\kappa \beta + \lambda \gamma, \kappa, \lambda \in Z$

Γ $\kappa \cdot \lambda + \alpha \cdot \beta$

ΕΡΩΤΗΣΗ 4H

Οι τέλειοι αριθμοί είναι τόσο σπάνιοι όσο και οι άνθρωποι

A Ευκλείδης

B Ηλίας Ράιδος

Γ M. Mersenne

ΕΡΩΤΗΣΗ 5H

Στη τέλεια διαίρεση, το υπόλοιπο είναι

A Θετικός αριθμός

B Αρνητικός αριθμός

Γ Μηδέν.

4.ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ: ΠΟΤΕ.....ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ:ΟΤΑΝ..

Απαντήστε στις παρακάτω ερωτήσεις:

Πότε..... με όταν...

Ερώτηση α)

..... ο αριθμός β διαιρεί τον
αριθμό α ;

Ερώτηση β)

..... ο αριθμός β είναι
διαιρέτης ή παράγοντας του α ;

Ερώτηση γ)

..... ένας ακέραιος είναι
γραμμικός συνδυασμός των α
και β ;

Ερώτηση δ)

..... ένας αριθμός είναι
τέλειος;

Ερώτηση ε)

..... αρχίζει και πότε
ολοκληρώνεται η Θεωρία
Αριθμών;

5.ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΑ ΘΕΜΑΤΑ ΓΙΑ ΑΝΑΠΤΥΞΗ

Διατυπώσεις των θεμάτων.

11. Ασκηση 1 Σχολικο σελίδα 150
12. Ασκηση 2 Σχολικο σελίδα 150
13. Ασκηση 3 Σχολικο σελίδα 150
14. Ασκηση 4 Σχολικο σελίδα 150
15. Ασκηση 5 Σχολικο σελίδα 150

3.ΣΥΜΠΛΗΡΩΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΑ ΘΕΜΑΤΑ ΓΙΑ ΑΝΑΠΤΥΞΗ

45. ** Δίνονται οι θετικοί ακέραιοι α, β .

a) Να αποδείξετε τις παρακάτω προτάσεις:

i) $\text{Av } \alpha/\beta \text{ και } \beta/\alpha \text{ τότε } \alpha = \beta.$ ii) $\text{Av } \alpha/\alpha+\beta \text{ τότε } \alpha/\beta.$

b) Με τη βοήθεια των i) και ii) του a) να βρείτε όλα τα ζεύγη των θετικών ακεραίων α, β για τα οποία ισχύει: $\text{To γινόμενο } \alpha \cdot \beta \text{ διαιρεί το } \alpha + \beta.$

46. * Να αποδειχθεί ότι ο αριθμός $\alpha = v(v^2 - 1)(4v^2 - 1)$ διαιρείται με το 5 για κάθε $v \in \mathbb{N}^*$.

47. ** Έστω ένας διψήφιος αριθμός α . Αποδείξτε ότι όταν στο τριπλάσιο του αριθμού των δεκάδων του προσθέσουμε τις μονάδες του και το αποτέλεσμα διαιρείται δια του 7, τότε ο αριθμός α διαιρείται δια 7. Εξετάστε αν ισχύει το παραπάνω κριτήριο για τριψήφιους, τετραψήφιους κ.λπ. αριθμούς.

48. ** Γράφουμε έναν τριψήφιο αριθμό $\alpha\beta\gamma$. Μετά επαναλαμβάνουμε τον ίδιο αριθμό δίπλα στον πρώτο, ώστε να πάρουμε έναν εξαψήφιο της μορφής $\alpha\beta\gamma\alpha\beta\gamma$. Να αποδείξετε ότι:
i) $\alpha\beta\gamma\alpha\beta\gamma = 1001(100\alpha + 10\beta + \gamma)$
ii) Ο αριθμός $\alpha\beta\gamma\alpha\beta\gamma$ διαιρείται δια του 7 του 11 και του 13.

49. ** Αν α είναι διψήφιος ακέραιος αριθμός και β ο ακέραιος, ο οποίος προκύπτει από τον α , όταν εναλλάξουμε τα ψηφία του να αποδείξετε ότι η διαφορά $\alpha - \beta$ διαιρείται με τον 9.

50. ** Εάν $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\gamma}{\delta} = 1$ και τα κλάσματα $\frac{\alpha}{\beta}, \frac{\gamma}{\delta}$ είναι ανάγωγα να αποδείξετε ότι:

- a) ο β διαιρεί τον δ b) $|\beta| = |\delta|$

ΕΛΕΓΧΟΣ ΕΠΙΤΕΥΞΗΣ ΣΤΟΧΩΝ

Ζητείται από κάθε μαθητή χωριστά να γράψουν την εξίσωση

- του κύκλου
- της παραβολής
- της έλλειψης και
- της υπερβολής.

Να επιλύσουν την άσκηση 1ι) σχολικού βιβλίου σελίδα 129

2ii) σχολικού βιβλίου σελίδα 129.

Εδώ είμαστε αμέτοχοι και ελέγχουμε τους μαθητές μας, διορθώνοντας τον καθένα χωριστά σε τυχόντα λάθη του.

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ ΚΛΕΙΣΙΜΑΤΟΣ

Σε χρόνο 2-3 λεπτών

- A) λέμε έναν αστείο συνειρμό ή
B) σχολιάζουμε μια επίκαιρη ευχάριστη είδηση ή
Γ) κάνουμε προβολή ενός βίντεο.

ΕΡΓΑΣΙΑ ΓΙΑ ΤΟ ΣΠΙΤΙ

- 1) Άσκηση 12,3,4,5 σχολικού βιβλίου σελίδες 129.
2) Οι ασκήσεις του φύλλου εργασίας που δεν αναπτύχθηκαν.