



ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ
ΣΤΑ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ
ΜΑΘΗΜΑ §4.2
ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ

Μάθημα: ΑΛΓΕΒΡΑ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ
Τίτλος μαθήματος(ενότητας): Ευκλείδεια Διαίρεση
Ημερομηνία: 30-3-2019
Τάξη: Β' Λυκείου Σχολείο: Γενικό Λύκειο Βόλου
Ωρα: 1^η
Τμήμα: Β₁ (15 μαθητές)

ΓΕΝΙΚΟΙ ΣΚΟΠΟΙ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ

Να μπορούν οι μαθητές στο τέλος του μαθήματος να

- Ξεχωρίζουν ποια
- γνωρίζουν την
- Επίσης να είναι ικανοί να βρίσκουν την

ΕΙΔΙΚΟΙ ΣΤΟΧΟΙ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ

Να είναι σε θέση στο τέλος του μαθήματος οι μαθητές να

- 1) Βρίσκουν την.
- 2) Υπολογίζουν τις.

ΜΕΣΑ: Πίνακας, κμωλίες ή μαρκαδόροι, Η/Υ , φωτοτυπίες.

ΥΛΙΚΑ: CD, σλάιντς, σχολικό βιβλίο και ανακλαστικός πίνακας.

ΥΛΗ: Σχολικό βιβλίο – σελίδες 19- 23.

Κριτήρια Υπουργείου.

ΜΕΘΟΔΟΣ: Διερευνητική καθοδηγούμενη ανακάλυψη.

Α. ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΤΟΥ ΜΑΘΗΤΗ - ΜΑΘΗΣΙΑΚΗ ΠΟΡΕΙΑ
ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΗ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ

Με κατάλληλες ερωτήσεις ερευνούμε αν οι μαθητές κατέχουν προηγούμενες γνώσεις από την εμπειρία τους όπως στην τριγωνομετρία

Β. ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΥΛΙΚΟΥ ΠΡΟΣ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ. ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ-ΑΝΑΛΥΣΗ
ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΤΗΣ ΕΝΟΤΗΤΑΣ (Παράδοση)

ΕΠΙΠΕΔΟ 1ο

Α. ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΘΕΩΡΙΑΣ

α) Βασικές ερωτήσεις θεωρίας

Ερώτηση 1^η : Ποιος είναι ο τύπος της Ευκλείδειας Διαίρεσης;

Ερώτηση 2^η : Ποια σχέση συνδέει δύο φυσικούς αριθμούς α και β και ποιος περιορισμός ισχύει;

Ερώτηση 3^η : Τι λέγεται Ευκλείδεια ή Αλγοριθμική διαίρεση του α με τον β ;

Ερώτηση 4^η : Ποιος αριθμός λέγεται άρτιος;

Ερώτηση 5^η : Ποιος αριθμός λέγεται περιττός;

Ερώτηση 6^η : Ποια είναι τα δυνατά υπόλοιπα του α με τον $\beta > 0$;

Β. ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΚΑΙ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΣΤΗΝ ΕΝΟΤΗΤΑ

α) Παραδείγματα και εφαρμογές του σχολικού βιβλίου

1. Άσκηση 1 Σχολικό Σελίδα 144
2. Άσκηση 2 Σχολικό Σελίδα 144
3. Άσκηση 3 Σχολικό Σελίδα 144
4. Άσκηση 3 Σχολικό Σελίδα 145
5. Άσκηση 4 Σχολικό Σελίδα 145

β) Συμπληρωματικά παραδείγματα και εφαρμογές.

6. Αν $a \in \mathbb{Z}$ τότε $\beta = \frac{a(a^2 + 2)}{3} \in \mathbb{Z}$

7. Να βρείτε ποιοι θετικοί ακέραιοι αριθμοί όταν διαιρεθούν με το 3 δίνουν πηλίκο τριπλάσιο του υπόλοιπου.

8. Δείξτε ότι το άθροισμα δύο διαδοχικών περιττών είναι της μορφής $\alpha = 4\kappa$, $\kappa \in \mathbb{Z}$

9. Δίνεται η Ευκλείδεια διαίρεση $507 = 18\pi + \upsilon$. Να βρεθούν οι δυνατές τιμές του πηλίκου π και του υπολοίπου υ .

10. Αν η διαίρεση ενός ακεραίου α με το 26 δίνει πηλίκο θετικό ακέραιο λ και υπόλοιπο λ^3 , να βρεθεί ο αριθμός α .

ΕΠΙΠΕΔΟ 2ο

1. ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΡΙΣΕΩΣ ΣΩΣΤΟ - ΛΑΘΟΣ

Να απαντήσετε στις ερωτήσεις κρίσεως και στα ερωτήματα σωστό ή λάθος, δικαιολογώντας την απάντησή σας.

ΕΡΩΤΗΣΗ 1η

Είναι σωστό ή λάθος ότι:

Το άθροισμα 3 περιττών αριθμών είναι περιττός αριθμός.

ΕΡΩΤΗΣΗ 2η

Υπάρχουν $\alpha, \beta \in \mathbb{Z}$ ώστε να ισχύει
 $\alpha(\alpha+1) = 2\beta + 1$;

ΕΡΩΤΗΣΗ 3η

Η εξίσωση $x^2 - x + 2001 = 0$ δεν
 έχει ακέραια λύση ;

ΕΡΩΤΗΣΗ 4η

Αν ένας ακέραιος παίρνει τη μορφή
 $a = 3\kappa + 1$ τότε θα παίρνει και τη
 μορφή $a = 3\lambda - 2$, όπου $\kappa, \lambda \in \mathbb{Z}$;

ΕΡΩΤΗΣΗ 5η

Είναι σωστό ή λάθος ότι:
 Οι αριθμοί $10\alpha + 2, 10\alpha + 3,$
 $10\alpha + 7, 10\alpha + 8$ όπου $\alpha \in \mathbb{Z}$ δεν είναι
 τετράγωνα ακεραίων αριθμών.

2.ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΙΣΗ - ΣΥΜΠΛΗΡΩΣΗ ΚΕΝΟΥ - ΔΙΑΤΑΞΗ

Κάθε στοιχείο της στήλης (Α) αντιστοιχίζεται με ένα μόνο στοιχείο της στήλης (Β). Συνδέστε με μία γραμμή τα στοιχεία των δύο στηλών.

Στήλη (Α)	Στήλη (Β)
$\alpha = \kappa \beta + \nu$	$2 \cdot \nu$
$\alpha = \acute{\alpha}\rho\tau\iota\omicron\varsigma$	$\acute{\alpha}\rho\tau\iota\omicron\varsigma$
$\beta = \pi\epsilon\rho\iota\tau\tau\acute{\omicron}\varsigma$	$\pi\epsilon\rho\iota\tau\tau\acute{\omicron}\varsigma$
$\alpha \cdot (\alpha + 1)$	$0 \leq \nu < \beta$
$(2\kappa + 1) \cdot (2\nu + 3)$	$2\nu + 1$

Συμπληρώστε τις προτάσεις που ακολουθούν:

- α) Το άθροισμα και η διαφορά δύοακεραίων είναι άρτιος αριθμός.
- β) Το άθροισμα και η διαφορά περιττού-άρτιου είναιαριθμός.
- γ) Το τετράγωνο ενόςαριθμού είναι της μορφής $\alpha^2 = 4\nu$, $\nu \in \mathbb{Z}$ ενώ το τετράγωνο ενόςείναι της μορφής $\beta^2 = 4\nu + 1$, $\nu \in \mathbb{Z}$.

Διατάξτε τα υπόλοιπα από το μικρότερο στο μεγαλύτερο.

- α) $\alpha = -33$, $\beta = 4$ δ) $\alpha = 57$, $\beta = 13$
β) $\alpha = -74$, $\beta = -3$ ε) $\alpha = -57$, $\beta = -13$
γ) $\alpha = 85$, $\beta = -4$ στ) $\alpha = -92$, $\beta = -5$.

3. ΔΟΚΙΜΑΣΙΑ ΠΟΛΛΑΠΛΩΝ ΕΠΙΛΟΓΩΝ

ΕΡΩΤΗΣΗ 1Η

Το ν = υπόλοιπο της διαίρεσης του α δια του β είναι

A Τυχαίος πραγματικός αριθμός.

B $0 \leq \nu < \beta$

Γ Θετικός αριθμός.

ΕΡΩΤΗΣΗ 2Η

Η αρχή της καλής διάταξης είναι: Κάθε μη κενό υποσύνολο των

A Φυσικών αριθμών έχει ελάχιστο στοιχείο.

B Ακεραίων αριθμών έχει ελάχιστο στοιχείο.

Γ Πραγματικών αριθμών έχει ελάχιστο στοιχείο.

ΕΡΩΤΗΣΗ 3Η

Η διαδικασία εύρεσης του πηλίκου και του υπόλοιπου λέγεται

A Τέλεια διαίρεση

B Ατελής διαίρεση

Γ Ευκλείδεια ή Αλγοριθμική διαίρεση.

ΕΡΩΤΗΣΗ 4Η

Στην τέλεια διαίρεση , το υπόλοιπο είναι

A μηδέν

B Θετικός αριθμός

Γ Αρνητικός αριθμός.

Ο περιττός αριθμός έχει την μορφή

A		$A = 2κ+2$
---	--	------------

B		$A = κ+1$
---	--	-----------

Γ		$A = 2κ+1$
---	--	------------

4.ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ: ΠΟΤΕ.....ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ:ΟΤΑΝ..

Απαντήστε στις παρακάτω ερωτήσεις:

Πότε..... με όταν...

Ερώτηση α)

.....ένας αριθμός είναι άρτιος;

Ερώτηση β)

..... ένας αριθμός είναι περιττός;

Ερώτηση γ)

..... μία διαίρεση είναι τέλεια;

Ερώτηση δ)

..... μια διαίρεση είναι ατελής;

Ερώτηση ε)

..... Ισχύει η ισότητα
 $\alpha = \kappa \cdot \beta + \nu$;

5. ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΑ ΘΕΜΑΤΑ ΓΙΑ ΑΝΑΠΤΥΞΗ

Διατυπώσεις των θεμάτων.

11. Άσκηση 4 Σχολικό σελίδα 144
12. Άσκηση 1 Σχολικό σελίδα 144 Β' ομάδα
13. Άσκηση 2 Σχολικό σελίδα 145
14. Άσκηση 5 Σχολικό σελίδα 145
15. Να αποδείξετε ότι :
Το γινόμενο δύο διαδοχικών ακεραίων είναι άρτιος αριθμός.

ΕΠΙΠΕΔΟ 3ο

1. ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΘΕΩΡΙΑΣ

Ερώτηση

Ερώτηση

Ερώτηση

2. ΘΕΜΑΤΑ ΓΙΑ ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΣΤΗΝ ΤΑΞΗ

1.ΑΣΚΗΣΗ

2.ΑΣΚΗΣΗ

3.ΣΥΜΠΛΗΡΩΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΑ ΘΕΜΑΤΑ ΓΙΑ ΑΝΑΠΤΥΞΗ

11. ** Να βρεθούν οι θετικοί ακέραιοι αριθμοί οι οποίοι όταν διαιρούνται με 3 δίνουν ηλίκο διπλάσιο του υπολοίπου.
12. ** Ο αριθμός 60 διαιρούμενος με τον θετικό ακέραιο δ δίνει ηλίκο π και υπόλοιπο 12. Να βρεθούν οι δυνατές τιμές των δ και π .
13. ** Αν π και ν είναι το ηλίκο και το υπόλοιπο αντίστοιχα της διαίρεσης του a δια του $\beta > 0$, τότε να βρεθεί το ηλίκο και το υπόλοιπο της διαίρεσης του $-a$ δια $-\beta$.
17. ** Να αποδείξετε ότι αν το τετράγωνο ενός ακεραίου a διαιρεθεί με τον 4, τότε το υπόλοιπο είναι 0 ή 1.
15. * Να βρεθούν οι ακέραιοι οι οποίοι όταν διαιρούνται με τον 13 δίνουν ηλίκο ίσο με το υπόλοιπο.
16. ** Να βρεθεί ο μεγαλύτερος ακέραιος δ , ο οποίος όταν διαιρεί τον 2285 αφήνει υπόλοιπο 8 και όταν διαιρεί τον 977 αφήνει υπόλοιπο 5.

ΕΛΕΓΧΟΣ ΕΠΙΤΕΥΞΗΣ ΣΤΟΧΩΝ

Ζητείται από κάθε μαθητή χωριστά να γράψουν την εξίσωση

- του κύκλου
- της παραβολής
- της έλλειψης και
- της υπερβολής .

ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΒΟΛΟΥ

Να επιλύσουν την άσκηση 1ι) σχολικού βιβλίου σελίδα 129

2ι) σχολικού βιβλίου σελίδα 129.

Εδώ είμαστε αμέτοχοι και ελέγχουμε τους μαθητές μας, διορθώνοντας τον καθένα χωριστά σε τυχόντα λάθη του.

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ ΚΛΕΙΣΙΜΑΤΟΣ

Σε χρόνο 2-3 λεπτών

- A) λέμε έναν αστείο συνειρμό ή
- B) σχολιάζουμε μια επίκαιρη ευχάριστη είδηση ή
- Γ) κάνουμε προβολή ενός βίντεο.

ΕΡΓΑΣΙΑ ΓΙΑ ΤΟ ΣΠΙΤΙ

- 1) Άσκηση 12,3,4,5 σχολικού βιβλίου σελίδες 129.
- 2) Οι ασκήσεις του φύλλου εργασίας που δεν αναπτύχθηκαν.