



ΦΥΛΛΑ ΕΡΓΑΣΙΑΣ
ΣΤΑ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

<u>ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ</u>	<u>No 3</u>
Τάξη : Β΄ Λυκείου Μάθημα : Μαθηματικά Κεφάλαιο : 2 ^ο Διδακτική ενότητα : 3 ^η Ημερομηνία : 05-12- 2018 Διδάσκων καθηγητής : Ηλίας Ράιδος	

ΕΠΙΠΕΔΟ 1ο

1. ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΘΕΩΡΙΑΣ

Βασικές ερωτήσεις θεωρίας

1. Ποιός είναι ο τύπος της απόστασης από ευθεία ;
2. Ποιός είναι ο τύπος του εμβαδού τριγώνου ;

2. ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΚΑΙ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

Παραδείγματα και εφαρμογές του σχολικού βιβλίου

1. Να βρείτε την απόσταση του σημείου $A(-2,3)$ από την ευθεία
 - (i) $x+y+1=0$
 - (ii) $y=2x-3$
 - (iii) $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}=1$
 - (iv) $5x+3y+1=0$
2. Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1:5x-8y-51=0$ και $\varepsilon_2:5x-8y+68=0$.
 - (i) Να δείξετε ότι $\varepsilon_1//\varepsilon_2$
 - (ii) Να υπολογίσετε τις αποστάσεις της αρχής των αξόνων από τις ε_1 και ε_2
 - (iii) Να υπολογίσετε την απόσταση των ε_1 και ε_2 .
3. Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1:4x-3y-9=0$ και $\varepsilon_2:4x-3y-24=0$.
 - (i) Να δείξετε ότι $\varepsilon_1//\varepsilon_2$
 - (ii) Να βρείτε ένα σημείο της ε_1 και στη συνέχεια να υπολογίσετε την απόσταση των ε_1 και ε_2 .
4. Ποιο σημείο της ευθείας $2x-3y=30$ ισαπέχει από τα σημεία $A(1,3)$ και $B(7,9)$;
5. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας η οποία έχει συντελεστή διεύθυνσης $\lambda=-3$ και απέχει από την αρχή των αξόνων απόσταση ίση με 5 μονάδες.
6. Η ευθεία $\varepsilon:3x-2y+1=0$ είναι μεσοπαράλληλη δύο παράλληλων ευθειών ε_1 και ε_2 , που απέχουν 8 μονάδες. Να βρείτε τις εξισώσεις των ευθειών αυτών.

7. Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου με κορυφές:
(i) $A(0,0)$, $B(6,0)$, $\Gamma(4,3)$ (ii) $A(-2,4)$, $B(2,-6)$, $\Gamma(5,4)$
(iii) $A(1,2)$, $B(3,4)$, $\Gamma(-5,-4)$.
8. Δίνονται τα σημεία $A(5,1)$ και $B(1,3)$. Να βρείτε το σημείο M του άξονα $x'x$, για το οποίο το εμβαδόν του τριγώνου MAB είναι ίσο με 7.
9. Δίνονται τα σημεία $A(3,4)$ και $B(5,-2)$. Να βρείτε το σημείο M , τέτοιο, ώστε $MA=MB$ και $(MAB)=10$.
10. Ενός παραλληλόγραμμου $AB\Gamma\Delta$ οι τρεις κορυφές του έχουν συντεταγμένες $(-3,1)$, $(-2,3)$ και $(4,-5)$. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του παραλληλόγραμμου.

ΕΠΙΠΕΔΟ 2ο

1.ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΡΙΣΕΩΣ ΣΩΣΤΟ - ΛΑΘΟΣ

Να απαντήσετε στις ερωτήσεις κρίσεως και στα ερωτήματα σωστό ή λάθος, δικαιολογώντας την απάντησή σας.

ΕΡΩΤΗΣΗ 1η

Είναι σωστό ή λάθος ότι
Η απόσταση του σημείου $A(2,3)$
από την ευθεία $\varepsilon: x-2y+1=0$ είναι 2 τμ.

ΕΡΩΤΗΣΗ 2η

Αληθεύει ότι σε
Αν A, B, Γ τρία σημεία του επιπέδου
και $(AB\Gamma)$ το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$,
τότε: $\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AG}) = 2(AB\Gamma)$ ή
 $\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AG}) = -2(AB\Gamma)$.

ΕΡΩΤΗΣΗ 3η

Είναι σωστό ή λάθος ότι
Το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$
με $A(1,0)$, $B(-1,0)$ και $\Gamma(5,0)$ είναι 0 ;

ΕΡΩΤΗΣΗ 4η

Είναι σωστό ή λάθος ότι
Για την απόσταση $d(A, \varepsilon)$ του σημείου A
από την ευθεία ε ισχύει $d(A, \varepsilon) = 0$.
Το σημείο A ανήκει στην ευθεία ε .

ΕΡΩΤΗΣΗ 5η

Είναι σωστό ή λάθος ότι
Το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$
με $A(1,2)$, $B(-1,0)$ και $\Gamma(2,1)$ είναι 3 τμ ;

2.ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΙΣΗ – ΣΥΜΠΛΗΡΩΣΗ ΚΕΝΟΥ-ΔΙΑΤΑΞΗ

Κάθε στοιχείο της στήλης (Α) αντιστοιχίζεται με ένα μόνο στοιχείο της στήλης (Β). Συνδέστε με μια γραμμή τα στοιχεία των δυο στηλών.

Αντιστοίχιση :

Στήλη (Α)	Στήλη (Β) Απόσταση των ευθειών
$\epsilon_1: x+2y-6=0$ $\epsilon_2: x+2y+17=0$	$2\sqrt{3}$ $5-2\sqrt{3}$ $5+2\sqrt{3}$ $\frac{23\sqrt{5}}{5}$

Συμπλήρωση κενού :

Να συμπληρωθεί ο παρακάτω πίνακας:

κορυφές τριγώνου ΑΒΓ	Είδος τριγώνου		εμβαδόν τριγώνου
	ορθογώνιο	ισοσκελές	
A (- 3, 2) B (5, 0) Γ (- 2 , 6)			
A (1, 1) B (- 3, 1) Γ (-2, 2)			
A (2, 0) B (3, 0) Γ (0 ,0)			
A (3, 0) B (4, 0) Γ (- 3 , 0)			

3. ΔΟΚΙΜΑΣΙΑ ΠΟΛΛΑΠΛΩΝ ΕΠΙΛΟΓΩΝ

ΕΡΩΤΗΣΗ 1Η

Ποια ευθεία απέχει τη μεγαλύτερη απόσταση από την αρχή των αξόνων:

A $\varepsilon_1 : 3x - 10y - 1 = 0.$

B $\varepsilon_3 : 3x - 10y - 9 = 0.$

Γ $\varepsilon_2 : 3x - 10y - 6 = 0$

ΕΡΩΤΗΣΗ 2Η

Το εμβαδόν του τριγώνου με κορυφές A (0, 0), B (α, 0) και Γ (α, β) είναι

A $\frac{\alpha\beta}{2}$

B $\frac{|\alpha\beta|}{2}.$

Γ αβ.

ΕΡΩΤΗΣΗ 3Η

Η απόσταση του σημείου (5, -1) από την ευθεία $3x - 2y - 2 = 0$ είναι

A 13

B $\frac{15\sqrt{15}}{13}.$

Γ $\frac{15\sqrt{13}}{13}.$

ΕΡΩΤΗΣΗ 4Η

Το συμμετρικό του σημείου (4, 1) ως προς τη διχοτόμο της πρώτης γωνίας των αξόνων είναι

A (-4, 1).

B (1, 4).

Γ (-4, -1).

ΕΡΩΤΗΣΗ 5Η

Το εμβαδόν του τριγώνου που ορίζεται από τους άξονες συντεταγμένων και την ευθεία $3x + 3y = 6$ είναι σε τετραγωνικές μονάδες

A 9.

B 2.

Γ 3/2.



4. ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ: ΠΟΤΕΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ: ΟΤΑΝ...

Απαντήστε στις παρακάτω ερωτήσεις:

Πότε..... με όταν.....

Ερώτηση α)

..... τρία σημεία Α,Β,Γ είναι
συνευθειακά;

Ερώτηση β)

..... η απόσταση σημείου από ευθεία είναι 0;

Ερώτηση γ)

..... το εμβαδόν ενός τριγώνου είναι αρνητικό ;

Ερώτηση δ)

.....η απόσταση του $O(0,0)$ από μια ευθεία
είναι μηδενική;

Ερώτηση ε)

.....η ευθεία $\alpha x + \beta y + \gamma = 0$ ορίζει με το $O(0,0)$
τρίγωνο;

5. ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΑ ΘΕΜΑΤΑ ΓΙΑ ΑΝΑΠΤΥΞΗ**Διατυπώσεις των θεμάτων.**

1. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας, η οποία διέρχεται από την αρχή των αξόνων και ισαπέχει από τα σημεία $A(-2,0)$ και $B(0,2)$.
2. Να βρείτε το σημείο του άξονα $x'x$, το οποίο ισαπέχει από την αρχή των αξόνων O και από την ευθεία $5x+12y-60=0$.
3. Να βρείτε τις εξισώσεις των ευθειών οι οποίες διέρχονται από το σημείο $M(1,2)$ και σχηματίζουν με τους άξονες τρίγωνο με εμβαδόν $E=4$.
4. Να βρείτε τις εξισώσεις των ευθειών οι οποίες διέρχονται από την αρχή των αξόνων O και απέχουν από το σημείο $A(-1,3)$ απόσταση ίση με 1.
5. Να βρείτε τα σημεία της ευθείας $x-y+2=0$, τα οποία απέχουν από την ευθεία $12x-5y+60=0$ απόσταση ίση με 1.
6. Να δείξετε ότι τα σημεία $A(\alpha,\beta)$, $B(\gamma,\delta)$ και $\Gamma(\alpha-\gamma,\beta-\delta)$ είναι συνευθειακά, αν και μόνο αν $\alpha\delta = \beta\gamma$.
7. Δίνονται τα σημεία $A(\alpha,0)$ και $B(0,\beta)$. Αν η μεσοκάθετος του AB τέμνει τους άξονες στα σημεία $P(p,0)$ και $Q(0,q)$, να δείξετε ότι:
(i) $\alpha q + \beta p = 2pq$ (ii) $\alpha p + \beta q = 0$.
Στη συνέχεια να εκφράσετε τα p και q συναρτήσει των α και β .
8. Να βρείτε τις εξισώσεις των διχοτόμων των γωνιών που σχηματίζουν οι ευθείες $3x-4y+1=0$ και $5x+12y+4=0$.
9. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας η οποία διέρχεται από το σημείο τομής των ευθειών $x-y+1=0$ και $2x-3y+5=0$ και απέχει από το σημείο $A(3,2)$ απόσταση ίση με $\frac{7}{5}$.
10. Δίνονται τα σημεία $A(-1,-2)$ και $B(3,1)$. Να βρείτε το σύνολο των σημείων M για τα οποία ισχύει $(MAB)=8$

3. ΣΥΜΠΛΗΡΩΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΑ ΘΕΜΑΤΑ ΓΙΑ ΑΝΑΠΤΥΞΗ

1. Οι εξισώσεις των πλευρών ενός τριγώνου είναι: $3x + 4y - 7 = 0$, $x + y + 2 = 0$ και $2x + 3y - 5 = 0$. Ζητούνται:
- οι συντεταγμένες των κορυφών του τριγώνου
 - το εμβαδόν του.
2. Δίνονται τα σημεία A (2, 1), B (6, 4) και Γ ($\frac{9}{2}$, 6).
- Ναδειχθεί ότι η γωνία ABΓ είναι ορθή.
 - Να βρεθούν οι συντεταγμένες της κορυφής Δ του ορθογωνίου παραλλη-λογράμμου ABΓΔ.
 - Να βρεθούν οι συντεταγμένες του κέντρου του περιγεγραμμένου κύκλου στο τρίγωνο ABΓ.
3. Αν οι ευθείες $\varepsilon_1: 2x - y + 1 = 0$ και $\varepsilon_2: x + 2y + 3 = 0$ είναι οι φορείς των δύο πλευρών ορθογωνίου παραλληλογράμμου και A (2, - 1) μια κορυφή του, να βρεθούν οι άλλες κορυφές και το εμβαδόν του.
4. Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας που περνάει από τα σημεία A (ημω, συνω) και B (ημφ, συνφ). Να βρεθεί η απόσταση του O (0, 0) από αυτήν ($0 \leq \omega \neq \varphi < \frac{\pi}{2}$).
5. Να βρεθεί το εμβαδόν του τετραπλεύρου που έχει κορυφές τα σημεία A (1, - 2), B (- 2, 3), Γ (- 1, - 4) και Δ (5, 0).
6. Δίνονται τα σημεία A (1, 4) και B (- 1, - 5).
- Να βρεθούν οι συντεταγμένες του μέσου M του ευθυγράμμου τμήματος AB.
 - Να βρεθεί ο συντελεστής διεύθυνσης της ευθείας AB.
 - Να βρεθεί η εξίσωση της μεσοκαθέτου ευθείας του ευθύγραμμου τμήματος AB.
 - Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από την αρχή των αξόνων και είναι κάθετη στην ευθεία AB.
 - Να βρεθεί το εμβαδόν του τριγώνου που έχει κορυφές την αρχή των αξόνων και τα σημεία τομής τους με την ευθεία AB.

7. ΕΠΙΠΛΕΟΝ ΘΕΜΑΤΑ ΓΙΑ ΑΝΑΠΤΥΞΗ

- 33.** Να βρεθεί ο γεωμετρικός τόπος των σημείων, τα οποία ισαπέχουν από τις ευθείες $3x - 2y + 4 = 0$ και $3x - 2y + 6 = 0$.
- 34.** Ένα σημείο P του επιπέδου κινείται πάνω στην ευθεία $y = x$. Να αποδείξετε ότι το συμμετρικό σημείο P' του P ως προς την ευθεία $x + 2y - 1 = 0$ κινείται πάνω στην ευθεία $7x - y - 2 = 0$.
- 35.** Το σημείο $A(3, -1)$ είναι κορυφή του τετραγώνου, του οποίου μία πλευρά έχει εξίσωση $3x - 2y - 5 = 0$. Να βρεθούν οι εξισώσεις των άλλων πλευρών του.
- 36.** Οι εξισώσεις των πλευρών ενός τριγώνου είναι: $3x + 4y - 7 = 0$, $x + y + 2 = 0$ και $2x + 3y - 5 = 0$. Να βρείτε τις συντεταγμένες των κορυφών του τριγώνου και το εμβαδόν του.
- 37.** Δίνεται η ευθεία (ε) με εξίσωση $x + y = 1$. Να βρείτε το συμμετρικό του σημείου $P(2, 3)$ ως προς άξονα συμμετρίας την (ε) .
- 38.** Σε χάρτη με καρτεσιανό σύστημα αξόνων η θέση ενός λιμανιού προσδιορίζεται από το σημείο $A(2, 6)$ και η θέση ενός πλοίου με το σημείο $\Pi(\lambda - 1, 2 + \lambda)$, $\lambda \in \mathbb{R}$.
- Για ποιες τιμές του λ το σημείο Π έχει τετμημένη μικρότερη από την τετμημένη του A ;
 - Να εξετάσετε αν το πλοίο θα περάσει από το λιμάνι A , όταν κινείται ευθύγραμμα.
 - Ποια θα είναι η ελάχιστη απόσταση της πορείας του πλοίου από το λιμάνι;
- 39.** Δίνονται οι ευθείες $(\varepsilon) : 5x - 12y + 10 = 0$ και $(\zeta) : 5x - 12y - 20 = 0$. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας (η) , η οποία είναι παράλληλη προς την (ε) και η απόσταση των (η) και (ε) είναι διπλάσια από την απόσταση των (η) και (ζ) .