



ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ
ΣΤΑ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

<u>ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ</u>	<u>No 1</u>
Τάξη : Β΄ Λυκείου Μάθημα : Μαθηματικά Κεφάλαιο : 2 ^ο Διδακτική ενότητα : 1 ^η Ημερομηνία : 21-11-2018 Διδάσκων καθηγητής : Ηλίας Ράιδος	

ΕΠΙΠΕΔΟ 1ο

Α. ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΘΕΩΡΙΑΣ

α) Βασικές ερωτήσεις θεωρίας

Ερώτηση 1^η: Τι ονομάζουμε εξίσωση γραμμής ;

Ερώτηση 2^η: Τι ονομάζουμε γωνία που σχηματίζει μία ευθεία ϵ με τον άξονα $x'x$;

Ερώτηση 3^η: Τι ονομάζουμε συντελεστή διεύθυνσης ευθείας ;

Ερώτηση 4^η: Ποιος ο συντελεστής διεύθυνσης ευθείας παράλληλης στον άξονα $y'y$;

Ερώτηση 5^η: Πότε μια ευθεία και ένα διάνυσμα είναι παράλληλα ;

Ερώτηση 6^η: Να δοθεί ο συντελεστής διεύθυνσης ευθείας που διέρχεται από τα σημεία $A(x_1, y_1)$ και $B(x_2, y_2)$;

Ερώτηση 7^η: Πότε δύο ευθείες είναι παράλληλες και πότε κάθετες ;

Ερώτηση 8^η: Ποια η εξίσωση ευθείας με συντελεστή διεύθυνση λ που διέρχεται από σημείο $A(x_1, y_1)$;

Ερώτηση 9^η: Ποιες ειδικές περιπτώσεις εξισώσεων ευθείας γνωρίζεται ;

2. ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΚΑΙ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

Παραδείγματα και εφαρμογές του σχολικού βιβλίου

1. Να βρείτε το συντελεστή διεύθυνσης:
 - (i) Της ευθείας, η οποία διέρχεται από τα σημεία $A(-1,4)$ και $B(1,6)$
 - (ii) Της ευθείας, η οποία τέμνει τους άξονες στα σημεία $\Gamma(-1,0)$ και $\Delta(0,2)$
 - (iii) Της ευθείας, η οποία διέρχεται από το O και είναι κάθετη στην $\Gamma\Delta$.
2. Να βρείτε τη γωνία, που σχηματίζουν με τον άξονα $x'x$ οι ευθείες που διέρχονται από τα σημεία:
 - (i) $A(-1,4)$ και $B(1,6)$
 - (ii) $A(-1,3)$ και $B(0,4)$
 - (iii) $A(1,3)$ και $B(1,-1)$
 - (iv) $A(2,3)$ και $B(-2,3)$.
3. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το σημείο $A(1,-1)$ και
 - (i) Είναι παράλληλη προς το διάνυσμα $\vec{\delta} = (3,-2)$
 - (ii) Είναι παράλληλη προς το διάνυσμα $\vec{\delta} = (0,1)$
 - (iii) Σχηματίζει με τον άξονα $x'x$ γωνία $\omega = \pi/4$.
4. Θεωρούμε τρίγωνο $AB\Gamma$ με κορυφές $A(-1,0)$, $B(3,2)$ και $\Gamma(-3,4)$. Να βρείτε:
 - (i) Τις εξισώσεις των υψών του
 - (ii) Τις εξισώσεις των μεσοκαθέτων των πλευρών του.
5. Να δείξετε ότι το τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ με κορυφές $A(3,1)$, $B(5,5)$, $\Gamma(1,3)$ και $\Delta(-1,-1)$ είναι ρόμβος. Ποιες είναι οι εξισώσεις των διαγωνίων του;
6. Να δείξετε ότι τα σημεία $A(1,-1)$, $B(2,0)$ και $\Gamma(-1,-3)$ είναι συνευθειακά.
7. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από τα σημεία $A(\alpha \operatorname{cosec} \theta, \alpha \eta \mu \theta)$ και $B(-\alpha \eta \mu \theta, \alpha \operatorname{cosec} \theta)$.
8. Δίνονται τα σημεία $A(2,3)$, $B(-4,5)$ και $\Gamma(3,-4)$. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από την κορυφή A και το κέντρο βάρους G του τριγώνου $AB\Gamma$.

ΕΠΙΠΕΔΟ 2ο

1.ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΡΙΣΕΩΣ ΣΩΣΤΟ - ΛΑΘΟΣ

Να απαντήσετε στις ερωτήσεις κρίσεως και στα ερωτήματα σωστό ή λάθος, δικαιολογώντας την απάντησή σας.

ΕΡΩΤΗΣΗ 1η

Είναι σωστό ή λάθος ότι
Η ευθεία $3x + 4y - 1 = 0$
δε διέρχεται από την αρχή
των αξόνων ;

ΕΡΩΤΗΣΗ 2η

Αληθεύει ότι
Οι ευθείες $x=5$ και
 $y=-2$ είναι κάθετες;

ΕΡΩΤΗΣΗ 3η

Είναι σωστό ή λάθος ότι
Η ευθεία $y = -3x + 5$ σχηματίζει
οξεία γωνία με τον άξονα $x'x$;

ΕΡΩΤΗΣΗ 4η

Είναι σωστό ή λάθος ότι
Υπάρχουν δύο ευθείες ϵ_1, ϵ_2 με
συντελεστές διεύθυνσης λ_1, λ_2
αντίστοιχα για τις οποίες ισχύει
συγγρόνως $\lambda_1 = \lambda_2$ και $\lambda_1 \cdot \lambda_2 = -1$.

ΕΡΩΤΗΣΗ 5η

Είναι σωστό ή λάθος ότι

2.ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΙΣΗ – ΣΥΜΠΛΗΡΩΣΗ ΚΕΝΟΥ- ΔΙΑΤΑΞΗ

Κάθε στοιχείο της στήλης (Α) αντιστοιχίζεται με ένα μόνο στοιχείο της στήλης (Β). Συνδέστε με μια γραμμή τα στοιχεία των δυο στηλών.

Αντιστοίχιση :

Στήλη (A) Σημείο	Στήλη (B) Ευθεία
$A(2,1)$	$y = 3$
$B(2,3)$	$x = 2$
$\Gamma(1,2)$	$3x - 2y = 0$
$\Delta(0,3)$	$2x - 5y = -8$
$E(0,0)$	
$Z(2,8)$	

Συμπλήρωση κενού :

Έστω η ευθεία $y = \lambda x + \beta$. Να βάλετε το κατάλληλο σύμβολο (< ή > ή =) στις παρακάτω προτάσεις :

- i) Η ε δεν διέρχεται από το 1^ο τεταρτημόριο $\Leftrightarrow \lambda \dots\dots 0$ και $\beta \dots\dots 0$
- ii) Η ε δεν διέρχεται από το 2^ο τεταρτημόριο $\Leftrightarrow \lambda \dots\dots 0$ και $\beta \dots\dots 0$
- iii) Η ε δεν διέρχεται από το 3^ο τεταρτημόριο $\Leftrightarrow \lambda \dots\dots 0$ και $\beta \dots\dots 0$
- iv) Η ε δεν διέρχεται από το 4^ο τεταρτημόριο $\Leftrightarrow \lambda \dots\dots 0$ και $\beta \dots\dots 0$

3. ΔΟΚΙΜΑΣΙΑ ΠΟΛΛΑΠΛΩΝ ΕΠΙΛΟΓΩΝ

ΕΡΩΤΗΣΗ 1Η

1 Αν μια ευθεία τέμνει τον άξονα $y'y$ στο σημείο $(0,4)$ και ορίζεται από τα σημεία $(-2,3)$ και $(6,\beta)$, τότε το β είναι:

Α 4.

Β 7.

Γ -3.

ΕΡΩΤΗΣΗ 2Η

Αν το σημείο M ανήκει στην ευθεία $y+1=\frac{1}{2}(x-3)$ τότε

Α $M(1,3)$ και $\lambda=1/2$

Β $M(-1,-3)$ και $\lambda=-1/2$.

Γ $M(-1,3)$ και $\lambda=1/2$.

ΕΡΩΤΗΣΗ 3Η

Μια ευθεία (ε) έχει συντελεστή $\frac{1}{2}$ και διέρχεται από τη σημείο $(-1, 3)$. Η εξίσωσή της είναι

Α $y + 1 = \frac{1}{2} (x - 3)$

Β $y - 3 = \frac{1}{2} (x + 1)$.

Γ $x - 3 = \frac{1}{2} (y + 2)$.

ΕΡΩΤΗΣΗ 4Η

Η ευθεία $y = \lambda x + 3$

Α είναι κάθετη στον $x'x$ για κάποια τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$.

Β για $\lambda \neq 0$ περνάει από το σημείο $(\frac{1}{\lambda}, 5)$.

Γ για $\lambda = 1$ είναι κάθετη στην $y = -x$.

4. ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ: ΠΟΤΕΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ: ΟΤΑΝ...

Απαντήστε στις παρακάτω ερωτήσεις:

Πότε..... με όταν.....

Ερώτηση α)

..... οι ευθείες $\epsilon: y-1=2ax+2$
και $\delta: y-ax=-x+2$ είναι παράλληλες ;

Ερώτηση β)

..... μια ευθεία δεν έχει
συντελεστή διεύθυνσης ;

Ερώτηση γ)

..... δύο ευθείες
είναι παράλληλες;

Ερώτηση δ)

..... δύο ευθείες
είναι κάθετες;

Ερώτηση ε)

..... μια ευθεία ϵ
είναι κατακόρυφη;

5. ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΑ ΘΕΜΑΤΑ ΓΙΑ ΑΝΑΠΤΥΞΗ

Διατυπώσεις των θεμάτων.

A. Βασικές ασκήσεις σχολικού βιβλίου

1. Να βρείτε τις εξισώσεις των ευθειών, που διέρχονται από το σημείο $A(-1,2)$ και σχηματίζουν με τους άξονες ισοσκελές τρίγωνο.
2. Να βρείτε τις εξισώσεις των πλευρών και τις συντεταγμένες των κορυφών B και Γ του τριγώνου $AB\Gamma$, του οποίου τα δύο ύψη έχουν εξισώσεις $y=\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$ και $y=-x+2$ αντιστοίχως και η κορυφή A έχει συντεταγμένες $(1,4)$.
3. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το σημείο $M(2,1)$ και τέμνει τις ευθείες $y=x+1$ και $y=-x+1$ στα σημεία A και B αντιστοίχως, έτσι ώστε το M να είναι μέσο του AB .
4. Δίνονται τα σημεία $P(\kappa,1/\kappa)$ και $Q(\lambda,1/\lambda)$.
 - (i) Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας PQ .
 - (ii) Αν η ευθεία PQ τέμνει τους άξονες $x'x$ και $y'y$ στα σημεία A και B αντιστοίχως, να δείξετε ότι $AP = BQ$.
5. Να δείξετε ότι η εξίσωση της ευθείας που τέμνει τους άξονες στα σημεία $A(\alpha,0)$ και $B(0,\beta)$, είναι η $\frac{x}{\alpha} + \frac{y}{\beta} = 1$.
6. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που είναι παράλληλη στην ευθεία $y = -\frac{2}{3}x - \frac{11}{3}$ και τέμνει τους άξονες $x'x$ και yy' στα σημεία A και B , ώστε το άθροισμα της τεταγμένης του A και της τεταγμένης του B να είναι ίσο με 15.

6. ΣΥΜΠΛΗΡΩΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΑ ΘΕΜΑΤΑ ΓΙΑ ΑΝΑΠΤΥΞΗ

1. Τριγώνου $AB\Gamma$ δίνονται η κορυφή $A(1,2)$ και οι εξισώσεις $x - 3y + 1 = 0$ και $y - 1 = 0$ δύο διαμέσων του. Να βρείτε τις εξισώσεις των πλευρών του τριγώνου $AB\Gamma$.
2. Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας που είναι μεσοπαράλληλη των ευθειών:
 - α) $\epsilon_1: 3x - y + 1 = 0$ και $\epsilon_2: -6x + 2y - 3 = 0$
 - β) $\epsilon_1: x = 4$ και $\epsilon_2: x = -6$

$$\gamma) \varepsilon_1: y = x \quad \text{και} \quad \varepsilon_2: y = x - 3$$

3. Το σημείο $A(3, -1)$ είναι κορυφή του τετραγώνου $AB\Gamma\Delta$, του οποίου μία πλευρά έχει εξίσωση $3x - 2y - 5 = 0$. Να βρεθούν οι εξισώσεις των άλλων πλευρών του.
4. Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1: (\lambda + 2)x + \lambda y + 3\lambda - 1 = 0$ και $\varepsilon_2: (\lambda - 1)x + \lambda y + 5 = 0$. Να βρείτε τον λ , ώστε να είναι $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2$.
5. Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1: (\mu + 1)x + (\mu + 2)y = 0$ και $\varepsilon_2: \mu x - (3\mu + 2)y + 7 = 0$. Να βρείτε τον μ , ώστε η γωνία των ε_1 και ε_2 να είναι 90° .
6. Δίνονται τα σημεία $A(2, 1)$, $B(6, 4)$ και $\Gamma(\frac{9}{2}, 6)$.
- α) Ναδειχθεί ότι η γωνία $AB\Gamma$ είναι ορθή.
- β) Να βρεθούν οι συντεταγμένες της κορυφής Δ του ορθογωνίου παραλληλογράμμου $AB\Gamma\Delta$.
- γ) Να βρεθούν οι συντεταγμένες του κέντρου του περιγεγραμμένου κύκλου στο τρίγωνο $AB\Gamma$.

7. ΕΠΙΠΛΕΟΝ ΘΕΜΑΤΑ ΓΙΑ ΑΝΑΠΤΥΞΗ

1. Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας (ε) αν:
- α.** διέρχεται απ' το σημείο $A(1, -1)$ και είναι παράλληλη στην ευθεία (ε'): $2x + y - 1 = 0$.
- β.** διέρχεται απ' το σημείο $A(2, -3)$ και είναι παράλληλη στην ευθεία (ε'): $x = -3$.
2. Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας (ε) αν:
- α.** διέρχεται απ' το σημείο $A(1, -1)$ και είναι κάθετη στην ευθεία (ε'): $2x + y + 1 = 0$.
- β.** διέρχεται απ' το σημείο $A(4, -3)$ και είναι κάθετη στην ευθεία (ε'): $2x + 1 = 0$.
3. Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας (ε) αν:
- α.** διέρχεται απ' το σημείο $A(-2, 3)$ και σχηματίζει με τον άξονα $x'x$ γωνία $\varphi = 30^\circ$.

- β.** διέρχεται απ' το σημείο $A(4, -5)$ και σχηματίζει με τον άξονα $x'x$ ορθή γωνία.
- 4.** Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας (ϵ) αν τέμνει τους άξονες στα σημεία:
- α.** $A(4, 0)$ και $B(0, 4)$
- β.** $A(-3, 0)$ και $B(0, 1)$
- 5.** Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας (ϵ) αν γνωρίζουμε ότι είναι μεσοπαράλληλη των παραλλήλων ευθειών:
- α.** $(\epsilon_1) : 3x - y + 1 = 0$ και $(\epsilon_2) : -6x + 2y - 3 = 0$
- β.** $(\epsilon_1) : x = 4$ και $(\epsilon_2) : x = -6$
- 6.** Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας (ϵ) αν:
- α.** απέχει απόσταση $d = \sqrt{2}$ από την ευθεία $(\epsilon') : 2x + y - 1 = 0$.
- β.** απέχει απόσταση $d = 4$ από την ευθεία $(\epsilon') : y = 3$.
- 7.** Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας (ϵ) αν είναι μεσοκάθετη σε τμήμα AB με:
- α.** $A(-2, 1)$ και $B(2, 3)$
- β.** $A(3, 0)$ και $B(0, -5)$
- 8.** Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας (ϵ) αν είναι άξονας συμμετρίας του τμήματος AB με:
- α.** $A(1, -1)$ και $B(-1, 3)$
- β.** $A(-3, 4)$ και $B(4, -3)$
- 9.** Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας (ϵ) αν:
- α.** διέρχεται από το σημείο $A(3, -2)$ και είναι παράλληλη στο διάνυσμα $\vec{v} = (0, 1)$.
- β.** διέρχεται από το σημείο $A(-2, -3)$ και είναι παράλληλη στο διάνυσμα $\vec{v} = (2, 3)$.
- 10.** Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας (ϵ) αν:
- α.** διέρχεται από το σημείο $A(5, -2)$ και είναι κάθετη στο διάνυσμα $\vec{v} = (-1, 3)$.

- β.** διέρχεται από το σημείο $A (-2, 2)$ και είναι κάθετη στο διάνυσμα $\vec{v} = (0, 4)$.