

ΜΑΘΗΜΑ 4^ο

Εξισώσεις
και
ανισώσεις
που ανάγονται σε
Πολυωνυμικές

**ΜΑΘΗΜΑ ΠΑΡΑΓΡΑΦΟΥ 2.3
ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ**

Μάθημα: ΑΛΓΕΒΡΑ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ
Τίτλος μαθήματος(ενότητας): Πολυωνυμικές εξισώσεις
Ημερομηνία: Τάξη: Β' Λυκείου Ωρα:
Τμήμα: Β (μαθητές) Σχολείο: 1^ο Γενικό Λύκειο Βόλου

ΓΕΝΙΚΟΙ ΣΚΟΠΟΙ

Να μπορούν οι μαθητές στο τέλος του μαθήματος

- να επιλύουν εξισώσεις 3^{ου} και ανώτερου βαθμού
- να είναι σε θέση να εξετάζουν αν μια εξίσωση έχει ή δεν έχει ακέραιες ρίζες
- να διατυπώνουν και να αποδεικνύουν το ΘΕΩΡΗΜΑ ΤΩΝ ΑΚΕΡΑΙΩΝ ΡΙΖΩΝ.

Να είναι ικανοί να παραγοντοποιούν παραστάσεις

ΕΙΔΙΚΟΙ ΣΤΟΧΟΙ

Να είναι σε θέση στο τέλος του μαθήματος οι μαθητές να

- 1) παραγοντοποιούν παραστάσεις .
- 2) εξετάζουν αν μια πολυωνυμική εξίσωση έχει ακέραιες ρίζες ή όχι.
- 3) Επιλύουν εξισώσεις ανώτερου του 2^{ου} βαθμού.

ΜΕΣΑ: Πίνακας, κιμωλίες ή μαρκαδόροι, Η/Υ , φωτοτυπίες.

ΥΛΙΚΑ: CD, σλάνιτς, σχολικό βιβλίο .

ΥΛΗ: Σχολικό βιβλίο – σελίδες 73- 74.
Περιοδικό Ευκλείδης 2^ο τεύχος 2003
Κριτήρια Υπουργείου.

ΜΕΘΟΔΟΣ: Διερευνητική καθοδηγούμενη ανακάλυψη.

ΜΑΘΗΣΙΑΚΗ ΠΟΡΕΙΑ - ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΗ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ

Με κατάλληλες ερωτήσεις ερευνούμε αν οι μαθητές κατέχουν προηγούμενες γνώσεις από την εμπειρία τους, όπως:

- Διερεύνηση της εξίσωσης $\alpha \chi = \beta$
- Διερεύνηση της εξίσωσης $\alpha \chi^2 + \beta \chi + \gamma = 0$
- Επίλυση της εξίσωσης $\alpha \chi^2 + \beta \chi + \gamma = 0, \alpha \neq 0$.

Περίληπτικά ο διδάσκων αναφέρει την διερεύνηση και την επίλυση, τις οποίες και σημειώνει στον πίνακα.

ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΥΛΙΚΟΥ ΠΡΟΣ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ. ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ-ΑΝΑΛΥΣΗ ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΤΗΣ ΕΝΟΤΗΤΑΣ (Παράδοση)

Οι παραπάνω εξισώσεις είναι ειδικές περιπτώσεις της εξίσωσης $P(\chi)=0$, όπου $P(\chi)$ πολώνυμο (πολωνυμικές εξισώσεις), οπότε $\alpha_n \chi^n + \alpha_{n-1} \chi^{n-1} + \dots + \alpha_1 \chi + \alpha_0 = 0, \alpha_n \neq 0$, είναι ΠΟΛΥΩΝΥΜΙΚΗ ΕΞΙΣΩΣΗ n βαθμού.

Παραδείγματα: $2\chi^3 - 5\chi^2 + 4\chi - 1 = 0$ 3^{ου} βαθμού.
 $-3\chi^6 + 5\chi^2 - 2 = 0$ 6^{ου} βαθμού.

ΡΙΖΑ της $P(\chi)=0$ είναι ο πραγματικός αριθμός ρ για τον οποίο ισχύει $P(\rho) = 0$.

1^Η ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ

Για να επιλύσουμε πολωνυμικές εξισώσεις $P(\chi)=0$ βαθμού ≥ 3 υπάρχουν διάφοροι τρόποι.

1^{ος} τρόπος επίλυσης της εξίσωσης $P(\chi)=0$.

Στηριζόμαστε στην ισοδυναμία

$$A(\chi).B(\chi)...K(\chi) = 0 \Leftrightarrow A(\chi) = 0 \text{ ή } B(\chi) = 0 \text{ ή } \dots \text{ ή } K(\chi) = 0$$

Δηλαδή παραγοντοποιούμε το $P(\chi)$ και επιλύουμε εξισώσεις μικρότερου βαθμού.

Παράδειγμα σχολικού βιβλίου σελίδα 74.
 $\chi^3 - 3\chi + 2 = 0 \Leftrightarrow \chi^3 - 2\chi - \chi + 2 = 0 \Leftrightarrow \dots$

Ασκήσεις εμπέδωσης-Εφαρμογές από τους μαθητές.

Εδώ λειτουργούμε υποστηρικτικά καθοδηγώντας τους μαθητές μας, λύνουμε τις απορίες τους, επαναδιατυπώνουμε ορισμούς και ιδιότητες.

A₁: $5\chi^4 = 6\chi^2$ A₂: $\chi^3 + 2\chi^2 - 9\chi - 18 = 0$ A₁: $\chi^3 + 8 = 7(\chi^2 + 5\chi + 6) + 9\chi^2 - 36$

ΘΕΩΡΗΜΑ ΑΚΕΡΑΙΩΝ ΡΙΖΩΝ

Αν $\rho \in \mathbb{Z}^*$ είναι ρίζα της εξίσωσης $\alpha_n \chi^n + \alpha_{n-1} \chi^{n-1} + \dots + \alpha_1 \chi + \alpha_0 = 0, \alpha_n \neq 0$, με ακέραιους συντελεστές, τότε ο ρ είναι διαιρέτης του σταθερού όρου α_0 .

Απόδειξη:

2^Η ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ

Για να βρούμε τις ακέραιες ρίζες μιας πολωνυμικής εξίσωσης

$$\alpha_n \chi^n + \alpha_{n-1} \chi^{n-1} + \dots + \alpha_1 \chi + \alpha_0 = 0, \alpha_n \neq 0,$$

- Βρίσκω τις πιθανές ακέραιες ρίζες που είναι οι διαιρέτες του σταθερού όρου α_0 .
 - Υπολογίζω τις τιμές $P(\rho)$
 - Διακρίνω τις περιπτώσεις:
- 1) Αν $P(\rho) = 0$ τότε $\rho =$ ρίζα της $P(\chi)=0$.

2) Αν $P(\rho) \neq 0$ τότε $\rho =$ όχι ρίζα της $P(x)=0$.

Παράδειγμα : Άσκηση 2ι) σχολικό βιβλίο σελίδα 78
Άσκηση 3ι) σχολικό βιβλίο σελίδα 78

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ ΚΛΕΙΣΙΜΑΤΟΣ

Σε χρόνο 2-3 λεπτών λέμε έναν αστείο συνειρμό ή σχολιάζουμε μια επίκαιρη ευχάριστη είδηση.

ΕΡΓΑΣΙΑ ΓΙΑ ΤΟ ΣΠΙΤΙ

- 1) Άσκηση 1ι), 1νι) και 1νιι) Σελίδα 78 σχολικό βιβλίο
- 2) Άσκηση 2ι), 2ιι) σχολικού βιβλίου σελίδα 78.
- 3 Άσκηση 3ι) σχολικού βιβλίου σελίδα 78.