



## ΩΡΙΑΙΑ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ

στα

## Μαθηματικά

1<sup>ο</sup> ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΒΟΛΟΥ

1. Έστω  $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  είναι συναρτήσεις συνεχείς στο  $\mathbb{R}$  τέτοιες ώστε να ισχύει  $f(x) - g(x) = x - 4$ , για  $x \in \mathbb{R}$ . Έστω ότι η ευθεία με εξίσωση  $y = 3x - 7$  είναι ασύμπτωτη της  $f$ , καθώς  $x \rightarrow +\infty$ .

α) Να βρείτε τα όρια: **i)**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g(x)}{x}$  και **ii)**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g(x) + 3x}{xf(x) - 3x^2 + 1}$ .

β) να δείξετε ότι η ευθεία με εξίσωση  $y = 2x - 3$  είναι ασύμπτωτη της  $g$  όταν  $x \rightarrow +\infty$ .

2. Να δείξετε ότι η ευθεία  $y = 2x - 3$  είναι πλάγια ασύμπτωτη της  $f(x) = \frac{2x^2 - 5x + 7}{x - 1}$  στο  $+\infty$ .

3. Να βρείτε το  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$  ώστε η  $y = \beta x - 4$  να είναι ασύμπτωτη της  $f(x) = \frac{\alpha x^2 - 13x + 6}{3x - 1}$  στο  $+\infty$

4. Αν η  $y = 3x + 2013$  είναι ασύμπτωτη της  $f$  στο  $+\infty$ , να βρείτε το  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x) + \sqrt{4x^2 + 1} - x}{x}$

5. Αν η ευθεία  $y = \lambda x + \beta$  είναι ασύμπτωτη της περιττής  $f$  όταν  $x \rightarrow +\infty$ , να δείξετε ότι η  $y = \lambda x - \beta$  είναι ασύμπτωτη της  $f$  όταν  $x \rightarrow -\infty$ .

6. Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \frac{\alpha x^2 + \beta x + 3}{x - 2}$ ,  $x \neq 2$ .

α) Αν η  $C_f$  διέρχεται από το  $A(1, -4)$  και ισχύει η σχέση  $f(3) + 3f(1) = 0$ , να δείξετε ότι  $\alpha = 1$  και  $\beta = 0$ .

β) Να βρείτε την εφαπτομένη της  $f$  στο  $A(1, -4)$

γ) Να δείξετε ότι η  $y = x + 2$  είναι ασύμπτωτη της  $f$  στο  $+\infty$ .

7. Αν  $\alpha > \beta > 1$  να δείξετε ότι: **α)**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ \ln \frac{\alpha^x + \beta^x}{\alpha^x} \right] = 0$ .

β) Αν  $f(x) = \ln(\alpha^x + \beta^x)$ , να δείξετε ότι η  $y = x \ln \alpha$  είναι πλάγια ασύμπτωτη της  $f$

8. Αν η συνάρτηση  $f$  έχει για  $x > 0$  ασύμπτωτη την ευθεία  $y = 4x + 3$ , να υπολογίσετε τα όρια:

α)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$     β)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - 4x]$     γ)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(x+1)f(x) - 4x^2}{f(x) + 10x}$     δ)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^2 f\left(\frac{1}{x}\right)$

**Εύχομαι επιτυχία στον στόχο σας!!!!!!!!!!!!!!**