



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
Υπουργείο Παιδείας,
Έρευνας και Θρησκευμάτων
ΠΕΡΙΦ/ΚΗ Δ/ΝΣΗ Α/ΘΜΙΑΣ & Β/ΘΜΙΑΣ
ΕΚΠ/ΣΗΣ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ Β/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ ΜΑΓΝΗΣΙΑΣ

ΩΡΙΑΙΑ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ

στα

Μαθηματικά

1^ο ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΒΟΛΟΥ

1. Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο $f(x)=x^2 \ln x$.
- α. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f , να μελετήσετε την μονοτονία της και τα ακρότατα.
- β. Να μελετήσετε την f ως προς την κυρτότητα και να βρείτε τα σημεία καμψής.
2. Έστω η συνάρτηση $f(x)=x^3-3x^2 \sin 2\alpha+2x \sin^2 2\alpha+\eta \mu^2 2\alpha$, $\alpha \in \mathbb{R}$. Να δείξετε ότι για οποιαδήποτε τιμή του α η f έχει μόνο ένα σημείο καμψής το οποίο για τις διάφορες τιμές του α ανήκει σε παραβολή.
3. Δίνεται η συνάρτηση: $f(x)=x^3-3x-2\eta \mu^2 \theta$ όπου $\theta \in \mathbb{R}$ μια σταθερά με $\theta \neq k\pi + \pi/2$, $k \in \mathbb{Z}$.
- α. Να αποδειχθεί ότι η f παρουσιάζει ένα τοπικό μέγιστο, ένα τοπικό ελάχιστο και ένα σημείο καμψής.
- β. Να αποδειχθεί ότι η εξίσωση $f(x)=0$ έχει ακριβώς τρεις πραγματικές ρίζες.
- γ. Αν x_1, x_2 είναι οι θέσεις των τοπικών ακροτάτων και x_3 η θέση του σημείου καμψής της f , να αποδειχθεί ότι τα σημεία $A(x_1, f(x_1))$, $B(x_2, f(x_2))$ και $\Gamma(x_3, f(x_3))$ βρίσκονται στην ευθεία $y=-2x-2\eta \mu^2 \theta$.
4. Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=2x+\ln(x^2+1)$, $x \in \mathbb{R}$.
- Γ1. Να μελετήσετε ως προς τη μονοτονία τη συνάρτηση f .
- Γ2. Να λύσετε την εξίσωση: $2(x^2-3x+2)=\ln \left[\frac{(3x-2)^2+1}{x^4+1} \right]$
- Γ3. Να αποδείξετε ότι η f έχει δύο σημεία καμψής και ότι οι εφαπτόμενες της γραφικής παράστασης της f στα σημεία καμψής της τέμνονται σε σημείο του άξονα $y'y$.
5. Να βρείτε τις ασύμπτωτες των παρακάτω συναρτήσεων:
- α) $f(x)=\frac{|x^2-1|}{x}$, β) $f(x)=\frac{x^3-9x}{x^2-1}$, γ) $f(x)=\frac{x^2-3x+2}{x^2-1}$, δ) $f(x)=\ln \sqrt{\frac{x-1}{3-x}}$,
- ε) $f(x)=\sqrt{x^2-2x+4}$, στ) $f(x)=\frac{\ln(9-x^2)}{x^2}$, ζ) $f(x)=\frac{2x|x|}{x-4}$.

6. Να βρείτε το $a \in \mathbb{R}$ ώστε η πλάγια ασύμπτωτη της $f(x) = ax + \sqrt{x^2 + 7}$, $x > 0$ να έχει συντελεστή διεύθυνσης $\lambda = 4$.

7. i) Αν η $y = 2x + 5$ είναι ασύμπτωτη της f , στο $+\infty$, να βρείτε τα όρια: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ και

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - 2x].$$

ii) Αν $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\mu f(x) + 4x}{xf(x) - 2x^2 + 3x} = 1$, να βρείτε το μ .

Εύχομαι επιτυχία στον στόχο σας!!!!!!!!!!!!!!