



## ΩΡΙΑΙΑ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ

στα

Μαθηματικά

1<sup>ο</sup> ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΒΟΛΟΥ

- Δίνεται η  $f(x)=e^{3x}+e^{2x}-2012x$ .  
α) Να μελετήσετε την κυρτότητα της  $f$ .  
β) Να βρείτε την εφαπτομένη της στο  $A(0,f(0))$ .  
γ) Να δείξετε ότι  $e^{3x}+e^{2x} \geq 5x+2$ .
- Να δείξετε ότι η εφαπτομένη της  $f(x)=2e \ln x + \frac{1}{x}$  στο  $M(\frac{1}{e}, -e)$  διαπερνά την  $f$ .
- Έστω  $f$  δύο φορές παραγωγίσιμη στο  $\mathbb{R}$  με  $f''(x)+f(x) > 2f'(x)$  και η εφαπτομένη της στο  $(0,f(0))$  είναι η  $\varepsilon: y=2x+5$ .  
α) Να δείξετε ότι η συνάρτηση  $g(x)=f(x)e^{-x}$  είναι κυρτή.  
β) Να βρείτε την εφαπτομένη της  $g$  στο  $B(0,g(0))$ .  
γ) Να δείξετε ότι  $f(x) \geq e^x(5-3x)$ .
- Αν η συνάρτηση  $f$  είναι δύο φορές παραγωγίσιμη στο  $[1,4]$  και κοίλη, να συγκρίνετε τους αριθμούς  $f(2)+f(3)$  και  $f(1)+f(4)$ .
- Αν η συνάρτηση  $f$  είναι παραγωγίσιμη και κοίλη στο  $(0,+\infty)$  και διέρχεται από το σημείο  $A(4,4)$ , να δείξετε ότι  $f(2)+f(6) < 8$ .
- Δίνονται οι συναρτήσεις  $f(x)=1+\ln x$ ,  $g(x)=x^x$ ,  $x > 0$ .  
α) Να δείξετε ότι έχουν κοινή εφαπτομένη στο  $x_0=1$ .  
β) Να δείξετε ότι  $f(x) \leq g(x)$ .
- Για ποιες τιμές των  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$  η  $f(x)=\alpha x^5 - (4\beta+2)x^3 + (\alpha-1)x + 1$  έχει σημείο καμψής το  $(1,-4)$ ;
- Να δείξετε ότι τα σημεία καμψής της  $f(x)=3x^5 - 10x^3 + 8x + 1$  είναι συνευθειακά.
- Δίνεται η συνάρτηση  $f$ , δύο φορές παραγωγίσιμη στο  $\mathbb{R}$  ώστε  $f'(x) \neq 0$  και η  $g$  τέτοια ώστε  $g(x)f'(x)=2f(x)$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ . Να δείξετε ότι αν η  $C_f$  έχει σημείο καμψής το  $A(x_0, f(x_0))$ , τότε η εφαπτομένη της  $g$  στο  $B(x_0, g(x_0))$  είναι παράλληλη στην  $y=2x-5$ .

Εύχομαι επιτυχία στον στόχο σας!!!!!!!!!!!!!!