ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
Υπουργείο Παιδείας,
Έρευνας και Θρησκευμάτων
ΠΕΡΙΦ/ΚΗ Δ/ΝΣΗ Α/ΘΜΙΑΣ & Β/ΘΜΙΑΣ
ΕΚΠ/ΣΗΣ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ Β/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ ΜΑΓΝΗΣΙΑΣ

1ο ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΒΟΛΟΥ

ΩΡΙΑΙΑ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ
στα
Μαθηματικά

1. Δίνονται οι συναρτήσεις $g(x)=6\ln x-6x+5$ και $f(x)=3x^2(\ln x-1)-x^3+2015$.
α) Να μελετήσετε την g ως προς την μονοτονία και τα ακρότατα.
β) Να δείξετε ότι η f στρέφει τα κοίλα κάτω για $x>0$.

2. Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=\alpha^x-\ln(x+1)$, $x>-1$ με $\alpha>0$ και $\alpha\neq 1$.
Α. Αν ισχύει $f(x)\geq 1$ για κάθε $x>-1$ να αποδείξετε ότι $\alpha=e$.
Β. Για $\alpha=e$,
α. να αποδείξετε ότι η συνάρτηση f είναι κυρτή.
β. να αποδείξετε ότι η συνάρτηση f είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $(-1,0]$ και γνησίως αύξουσα στο διάστημα $[0,+\infty)$.
γ. αν $\alpha,\beta,\gamma\in(-1,0)\cup(0,+\infty)$, να αποδείξετε ότι η εξίσωση $\dfrac{f(\beta)-1}{x-1}+\dfrac{f(\gamma)-1}{x-2}=0$ έχει τουλάχιστον μια ρίζα στο $(1, 2)$.

3. α) Αν η f είναι παραγωγίσιμη και κοίλη στο $[0,6]$ με $f(2)=f(5)=0$, να δείξετε ότι $f(0)f(6)>0$.
β) Να υπολογίσετε το $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(3)x^3-5x+6}{f(4)x^2+3x-2}$.

4. Έστω η συνάρτηση $f(x)=x^5+x^3+x$.
α. Να μελετήσετε την f ως προς την μονοτονία και τα κοίλα και να δείξετε ότι η f έχει αντίστροφη.
β. Να δείξετε ότι $f(e^x)\geq f(1+x)$ για κάθε $x\in R$.
γ. Να δείξετε ότι η εφαπτομένη της f στο $(0,0)$ είναι ο άξονας συμμετρίας των γραφικών παραστάσεων των f και f^{-1}.

5. Δίνεται η συνάρτηση f παραγωγίσιμη στο $[\alpha,\beta]$ και $f(\alpha)=f(\beta)=0$. Αν είναι κυρτή στο $[\alpha,\beta]$ τότε $f(x)<0$ και αν είναι κοίλη τότε $f(x)>0$ για κάθε $x\in(\alpha,\beta)$.

6. Δίνεται συνάρτηση f παραγωγίσιμη και κυρτή σε διάστημα Δ. Να δείξετε ότι για κάθε $x_1\neq x_2\in\Delta$ είναι $f(x_1)+f(x_2)>2f\left(\dfrac{x_1+x_2}{2}\right)$

7. Δίνεται η συνάρτηση g, δύο φορές παραγωγίσιμη ώστε $g(x)>0$ και $g''(x)g(x)-[g'(x)]^2>0$. για κάθε $x\in R$. Να δείξετε ότι:
i) η g'/g είναι γνησίως αύξουσα.
ii) $g\left(\dfrac{x_1+x_2}{2}\right)\leq\sqrt{g(x_1)\cdot g(x_2)}$ για κάθε $x_1, x_2\in R$.

Εύχομαι επιτυχία στον στόχο σας!!!!!!!!!!!!!!