



ΩΡΙΑΙΑ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ

στα

Μαθηματικά

1^ο ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΒΟΛΟΥ

- Να δείξετε ότι $e^x - x + 1 > 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$. Να δείξετε ότι η $2e^x + 2x = x^2 + 2$ έχει ακριβώς μία λύση την $x=0$.
- Έστω οι συναρτήσεις f και g με πεδίο ορισμού το \mathbb{R} . Δίνεται ότι η σύνθεση $f \circ g$ είναι 1-1.
 - Να δείξετε ότι η g είναι 1-1.
 - Να δείξετε ότι η εξίσωση: $g(f(x) + x^3 - x) = g(f(x) + 2x - 1)$ έχει ακριβώς δύο ρίζες θετικές και μία αρνητική.
- Δίνεται η παραγωγίσιμη συνάρτηση f για την οποία ισχύει:

$$f^3(x) + \beta f^2(x) + \gamma f(x) = x^3 - 2x^2 + 6x - 1$$
 όπου β, γ πραγματικοί με $\beta^2 < 3\gamma$.
 - Να δείξετε ότι η f δεν έχει ακρότατα.
 - Να δείξετε ότι η f είναι γνησίως αύξουσα.
 - Να δείξετε ότι υπάρχει μοναδική ρίζα της $f(x) = 0$ στο διάστημα $(0, 1)$.
- Φάρμακο χορηγείται σε ασθενή και η $f(t)$ περιγράφει την συγκέντρωση του φάρμακου στο σώμα του μετά από χρόνο $t \geq 0$. Αν ο ρυθμός μεταβολής της $f(t)$ είναι $\frac{8}{t+1} - 2$ τότε:
 - Να βρείτε την $f(t)$
 - Σε ποια χρονική στιγμή t μετά την χορήγηση του φάρμακου η συγκέντρωση είναι μέγιστη;
 - Να δείξετε ότι κατά την στιγμή $t=8$ υπάρχει ακόμα επίδραση του φάρμακου, ενώ πριν τη στιγμή $t=10$ η επίδραση έχει μηδενιστεί. ($\ln 11 \approx 2,4$)
- Μια τουριστική επιχείρηση οργανώνει εκδρομές με λεωφορεία των 50 θέσεων. Όταν οι επιβάτες είναι ακριβώς 30 η εταιρεία ζητά 50 € κατά άτομο. Για να αυξήσει τους επιβάτες η εταιρεία κάνει την εξής προσφορά: Για κάθε επιπλέον επιβάτη μειώνεται κατά 1€ η χρέωση κάθε άλλου επιβάτη. Να βρείτε το πλήθος των επιπλέον επιβατών για μέγιστα έσοδα. ($x=10$)
- Έστω f παραγωγίσιμη στο \mathbb{R} με ακρότατα τα σημεία $A(x_1, 2)$ και $B(x_2, -2)$. και η συνάρτηση $g(x) = e^{f(x)} + x f^2(x)$. Να δείξετε ότι υπάρχει ένα τουλάχιστον $x_0 \in (x_1, x_2)$ ώστε $g''(x_0) = 0$.
- Για την παραγωγίσιμη συνάρτηση f με $x > 0$ ισχύουν $f(1) = 0$ και $e^{f(x)} f'(x) + f'(x) = 1 + \frac{1}{x}$.
 - Να δείξετε ότι η συνάρτηση $g(x) = e^x + x$ είναι 1-1.
 - Να δείξετε ότι $f(x) = \ln x$.

Εύχομαι επιτυχία στον στόχο σας!!!!!!!!!!!!!!