



## ΩΡΙΑΙΑ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ

στα

## Μαθηματικά

1<sup>ο</sup> ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΒΟΛΟΥ

1. Να βρείτε τα κρίσιμα σημεία των συναρτήσεων: **i)**  $f(x)=x^2-3|x+2|+1$  **ii)**  $f(x)=x^4+2x^2-8x+6$ .
- iii)**  $g(x)=\begin{cases} x^2 & , x < 1 \\ \frac{1}{x} & , x \geq 1 \end{cases}$  **iv)**  $h(x)=\frac{\ln x}{x}$
2. **α)** Αν η συνάρτηση  $f$  είναι συνεχής στο  $[\alpha, \beta]$  και  $f(\alpha)=f(\beta)$ , να δείξετε ότι η  $f$  έχει ένα τουλάχιστον κρίσιμο σημείο στο  $(\alpha, \beta)$  είτε είναι παραγωγίσιμη, είτε όχι.  
**β)** Αν η  $f$  έχει συνεχή  $f'$  και  $f'(\alpha)+f'(\beta)=0$ , τότε η  $f$  έχει ένα τουλάχιστον κρίσιμο σημείο στο  $(\alpha, \beta)$ .
3. Να βρείτε τα ακρότατα των συναρτήσεων: **i)**  $f(x)=\begin{cases} x^3 & , -3 \leq x < 1 \\ x^2 - 4x + 4 & , 1 \leq x \leq 4 \end{cases}$
- ii)**  $f(x)=\begin{cases} 2x & , x \leq 1 \\ 3-x & , x > 1 \end{cases}$  **iii)**  $f(x)=\begin{cases} 3x^2 + 1 & , x \leq 2 \\ 15-x & , x > 2 \end{cases}$  **iv)**  $f(x)=\frac{x^2}{e^x}$  **v)**  $f(x)=\frac{x + \ln x}{x}$
4. Να δείξετε ότι η  $f(x)=x^2+x-2x \ln x$ ,  $x>0$  είναι αύξουσα στο  $(0, +\infty)$ .
5. Θεωρούμε την συνάρτηση  $f(x)=ax^4+\beta x^3+\gamma x^2+x-2$  με  $a, \beta \neq 0$ . Αν η  $f$  έχει τρία διαφορετικά ακρότατα να αποδείξετε ότι  $3\beta^2 > 8\alpha\gamma$ .
6. Δίνεται η συνάρτηση  $f(x)=\frac{x^2}{4}(2 \ln x - 1) - 2x(\ln x - 1)$ ,  $x>0$ . Να βρείτε την  $f'(x)$  και να μελετήσετε την μονοτονία και τα ακρότατα της  $f$ .
7. Δίνεται η συνάρτηση  $f(x)=2^{12}(e^{-4x}-e^{-ax})$ ,  $x \geq 0, a > 4$ . Να μελετήσετε την μονοτονία και τα ακρότατα της  $f$ .

Εύχομαι επιτυχία στον στόχο σας!!!!!!!!!!!!!!!