



## ΩΡΙΑΙΑ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ

στα

Μαθηματικά

1<sup>ο</sup> ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΒΟΛΟΥ

1. Έστω  $f, g$  ορισμένες στο  $\Delta$ , ώστε  $f'' = g''$ ,  $f(0) = g(0)$ . Να δείξετε ότι:
- $f(x) - g(x) = cx$  για κάθε  $x \in \Delta$
  - Αν η  $f(x) = 0$  έχει δύο ρίζες ετερόσημες  $\rho_1, \rho_2$ , τότε η  $g(x) = 0$  έχει μία τουλάχιστον ρίζα στο  $[\rho_1, \rho_2]$ .
2. Να βρείτε συνάρτηση  $g$  ορισμένη στο  $[-\pi/2, \pi/2]$ , για την οποία  $g'(x) \cdot \sin x + g(x) \cdot \eta \mu x = g(x) \sin x$  και  $g(0) = 1992$ .
3. Θεωρούμε τις συναρτήσεις  $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , με  $f$  παραγωγίσιμη τέτοιες ώστε  $(f(x) + x)(f'(x) + 1) = x$ , για κάθε  $x \in \mathbb{R}$  και  $f(0) = 1$ . Να αποδείξετε ότι  $f(x) = \sqrt{x^2 + 1} - x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .
4. Αν οι συναρτήσεις  $f, g$  είναι δύο φορές παραγωγίσιμες στο  $\mathbb{R}$  και ισχύουν,  $f''(x) - g''(x) = 4$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ ,  $f'(1) = g'(1)$  και  $f(2) = g(2)$ , να βρείτε την συνάρτηση  $h(x) = f(x) - g(x)$ . ( $h(x) = 2x^2 - 4x$ )
5. Για την συνάρτηση  $f$  ισχύει  $f''(x) - 2f'(x) + f(x) = 0$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$  και η  $g(x) = f(x)e^{-x}$ .
- Να βρείτε την  $g''(x)$ .
  - Αν  $f(-1) = \frac{3}{e}$  και  $f(1) = e$  να βρείτε τον τύπο της  $g$ .
6. Δίνεται ότι η  $f$  είναι παραγωγίσιμη στο  $\mathbb{R}$  με παράγωγο  $f'(x) = \frac{f(x)}{f(x) - x}$  και  $f(0) = 3$ .
- Να δείξετε ότι η συνάρτηση  $g(x) = (f(x))^2 - 2xf(x)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , είναι σταθερή.
  - Να αποδείξετε ότι  $f(x) = x + \sqrt{x^2 + 9}$
7. Αν για την συνάρτηση  $f$  ισχύει  $f'(x) = \frac{e^{2x}}{f(x)}$  με  $f(x) \neq 0$  και  $f(0) = 1$ , να δείξετε ότι  $f(x) = e^x$ .
8. Δίνεται η συνάρτηση  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , δύο φορές παραγωγίσιμη, με  $f'(0) = f(0) = 0$ , η οποία ικανοποιεί τη σχέση:  $e^x [f'(x) + f''(x) - 1] = f'(x) + xf''(x)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ . Να αποδείξετε ότι  $f(x) = \ln(e^x - x)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

Εύχομαι επιτυχία στον στόχο σας!!!!!!!!!!!!!!!