



ΠΕΡΙΦ/ΚΗ Δ/ΝΣΗ Α/ΘΜΙΑΣ & Β/ΘΜΙΑΣ
ΕΚΠ/ΣΗΣ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ Β/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ ΜΑΓΝΗΣΙΑΣ

ΩΡΙΑΙΑ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ

στα

Μαθηματικά

1^ο ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΒΟΛΟΥ

1. Έστω f συνεχής στο $[α,β]$ και παραγωγίσιμη στο $(α,β)$ με $f(α)=f(β)$ και $γ∈(α,β)$. Να δείξετε ότι υπάρχουν $ξ_1, ξ_2∈(α,β)$ τέτοια ώστε $f'(ξ_1)(γ-α)+f'(ξ_2)(β-γ)=0$.
2. Έστω η συνάρτηση f συνεχής στο $[α,β]$ και παραγωγίσιμη στο $(α,β)$ και $f(α)=α, f(β)=β$.
 - i) Να δείξετε ότι υπάρχει $ξ∈(α,β)$ ώστε $f(ξ)=α+β-ξ$.
 - ii) Να δείξετε ότι υπάρχουν $ξ_1, ξ_2∈(α,β)$ τέτοια ώστε $f'(ξ_1)f'(ξ_2)=1$.
3. Έστω η συνάρτηση f παραγωγίσιμη στο $[0,1]$ και $f(0)=0, f(1)=1$.
 - i) Να δείξετε ότι υπάρχει $ξ∈(0,1)$ ώστε $f(ξ)=1/2$.
 - ii) Να δείξετε ότι υπάρχουν $ξ_1, ξ_2∈(0,1)$ τέτοια ώστε $\frac{1}{f'(ξ_1)} + \frac{1}{f'(ξ_2)} = 2$.
4. Να δείξετε ότι οι παρακάτω συναρτήσεις είναι σταθερές και να βρείτε τον τύπο τους:
 - α) $f(x)=εφx \cdot σφx$
 - β) $f(x)=ημ^2x + σιν^2x$.
5. Δίνεται η συνάρτηση f για την οποία ισχύει $|f(x)-f(y)| \leq ημ^2(x-y)$ για κάθε $x,y \in \mathbb{R}$. Να δείξετε ότι:
 - α) Η f είναι συνεχής σε κάθε $x_0 \in \mathbb{R}$.
 - β) Είναι σταθερή στο \mathbb{R} .
6. Αν η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο \mathbb{R} και $f(-x)f'(x)=x^2$ με $f(0)=2$, να δείξετε ότι η συνάρτηση $g(x)=f(x)f(-x)$ είναι σταθερή.
7. Έστω συνάρτηση f με $f(0)=10$ και $f'(x)=2016 \cdot f(x)$. Να δείξετε ότι η συνάρτηση $g(x)=f(x)f(-x)$ είναι σταθερή και να βρείτε τον τύπο της.
8. Έστω συνάρτηση f με $f(0)=0, f'(0)=0$ και $f''(x)+f(x)=0$. Να δείξετε ότι η συνάρτηση $g(x)=(f(x))^2+(f'(x))^2$ είναι σταθερή και να βρείτε τον τύπο της.

Εύχομαι επιτυχία στον στόχο σας!!!!!!!!!!!!!!!