



ΩΡΙΑΙΑ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ

στα

Μαθηματικά

1^ο ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΒΟΛΟΥ

1. Έστω η συνάρτηση f παραγωγίσιμη στο \mathbb{R} και η f' είναι γνησίως φθίνουσα, να δείξετε ότι:
α) $f'(4) < f(4) - f(3) < f'(3)$ **β)** $f(7) < f'(6) + f(6)$ **γ)** $f'(6) + f(5) < f(6)$
2. Αν για την συνάρτηση f ισχύει $f'(x) < 4$ για κάθε $x \in [\alpha, \beta]$, να δείξετε ότι $f(\alpha) > f(\beta) + 4(\alpha - \beta)$.
3. Αν η f παραγωγίσιμη στο $[1, 3]$ με f' αύξουσα και $f(1) = 0$. Να δείξετε ότι $f(x) < (x-1)f'(x)$.
4. **α)** Να εξετάσετε αν ισχύει το ΘΜΤ για την $f(x) = \ln x$ στο $[\alpha, \beta]$ με $0 < \alpha < \beta$.
β) Να δείξετε ότι $1 - \frac{\alpha}{\beta} < \ln \frac{\beta}{\alpha} < \frac{\beta}{\alpha} - 1$
5. Να δείξετε τις παρακάτω ανισότητες:
i) $v(\beta - \alpha)\alpha^{v-1} \leq \beta^v - \alpha^v \leq v(\beta - \alpha)\beta^{v-1}$, $0 < \alpha \leq \beta$. **ii)** Αν $-1 \leq f'(x) \leq 1$ τότε $|f(\beta) - f(\alpha)| \leq |\beta - \alpha|$.
iii) $|\eta\mu\beta - \eta\mu\alpha| \leq |\beta - \alpha|$, $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.
6. Έστω η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ παραγωγίσιμη με $f(0) = 2$. Αν $f^3(x) + 3f(x) = 3x + 2$ να δείξετε ότι:
α) Η f είναι 1-1.
β) $f'(x) \leq 1$.
γ) $f(x) \leq x + 2$ για κάθε $x \geq 0$.
7. Αν f παραγωγίσιμη στο $[1, 3]$ με $f(1) = 2$ και $2 < f'(x) < 4$. Να δείξετε ότι $|f(3) - 8| < 2$.
8. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x \ln x$, $x > 0$. Να δείξετε ότι f' αύξουσα και να αποδείξετε ότι ισχύει $f'(x+1) > f(x+1) - f(x)$, για κάθε $x > 0$.
9. **α)** Να εξετάσετε αν ισχύει το ΘΜΤ για την $f(x) = e^x$ για $x \geq 0$.
β) Να δείξετε ότι $x + 1 \leq e^x \leq xe^x + 1$, $x \in \mathbb{R}$.

Εύχομαι επιτυχία στον στόχο σας!!!!!!!!!!!!!!!