



## ΩΡΙΑΙΑ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ

στα

## Μαθηματικά

1<sup>ο</sup> ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΒΟΛΟΥ

1. Αν  $0 < \alpha < \beta$ , να δείξετε ότι: **i)**  $x + \frac{1}{x} \geq 2, x > 0$  **ii)**  $\frac{1}{2} \int_{\alpha}^{\beta} (x + \frac{1}{x}) dx \geq \beta - \alpha$
2. Δίνεται η  $f(x) = x^2 + x - 1$ . Να δείξετε ότι: **i)**  $f(0) \leq f(x) \leq f(1)$  **ii)**  $-1 \leq \int_0^1 (x^2 + x - 1) dx \leq 1$
3. Δίνεται η συνεχής συνάρτηση  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , για την οποία ισχύει  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - x}{x^2} = 2005$ .  
**α.** Να δείξετε ότι: **i.**  $f(0) = 0$  **ii.**  $f'(0) = 1$ .  
**β.** Αν επιπλέον η  $f$  είναι παραγωγίσιμη με συνεχή παράγωγο στο  $\mathbb{R}$  και  $f'(x) > f(x)$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$  να δείξετε ότι: **i)**  $xf(x) > 0$  για κάθε  $x \neq 0$ . **ii)**  $\int_0^1 f(x) dx < f(1)$ .
4. Να υπολογίσετε το εμβαδόν  $E$  του χωρίου που περικλείεται από τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων  $f(x) = -x^2 + 4x$  και  $g(x) = x^2 - 4x + 6$ .
5. Να υπολογίσετε το εμβαδόν ( $E$ ) του χωρίου που περικλείεται από τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων  $g(x) = \sqrt{x}$  και  $f(x) = 2x - 1$  και την ευθεία  $x = 0$ .
6. Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = x^2 \ln x, x > 0$ .  
**α.** Να δείξετε ότι υπάρχει ένα μόνο σημείο της  $f$  στο οποίο η εφαπτομένη είναι παράλληλη στον  $x'x$   
**β.** Να υπολογίσετε το εμβαδόν  $E$  του χωρίου που περικλείεται από την γραφική παράσταση της  $f$  τον άξονα  $x'x$  και την ευθεία  $x = x_0$ , όπου  $x_0$  είναι θέση ακροτάτου της  $f$ .
7. Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = 3x + \frac{1}{2x^2}$ .  
**α)** Να βρείτε το  $E$  του χωρίου που περικλείεται από την  $C_f$  την  $y = 3x$  και τις  $x = 1, x = a, a > 1$ .  
**β)** Να υπολογίσετε το όριο του εμβαδού  $E(a)$  αν  $a \rightarrow +\infty$ .
8. Δίνεται η  $f(x) = (x+4)e^{-x}$ . Να βρείτε το  $E$  του χωρίου που περικλείεται από τα σημεία  $(x, y)$  με  $-1 \leq x \leq 1$ .
9. Να βρείτε το  $E$  του χωρίου που περικλείεται από την  $f(x) = e^{-x}$  την  $y = 1 - x$ , τον  $x'x$  και την  $x = \lambda, \lambda > 1$ . Τι συμβαίνει αν  $\lambda \rightarrow +\infty$ ;

Εύχομαι επιτυχία στον στόχο σας!!!!!!!!!!!!!!!