ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
Υπουργείο Παιδείας,
Έρευνας και Θρησκευμάτων

ΠΕΡΙΦ/ΚΗ Δ/ΝΣΗ Α/ΘΜΙΑΣ & Β/ΘΜΙΑΣ
ΕΚΠ/ΣΗΣ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ Β/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ ΜΑΓΝΗΣΙΑΣ

1ο ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΒΟΛΟΥ

ΩΡΙΑΙΑ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ

στα

Μαθηματικά

1. Αν η εξίσωση $x^3+αx^2+βx+γ=0$, έχει όλες τις ρίζες της πραγματικές και άνισες τότε $α^2>3β$.

2. α) Να δείξετε ότι η εξίσωση $3x^5–5x^3+5x+1=0$ έχει ακριβώς μία ρίζα στο $(–1, 1)$.
β) Ομοίως η εξίσωση $x^2+\ln x–2=0$ έχει ακριβώς μία ρίζα στο $(1, e)$.
γ) Ομοίως η εξίσωση $2ημx–3x–3=0$ έχει ακριβώς μία ρίζα στο $(–2,–1)$.
δ) Ομοίως η εξίσωση $\ln x+2x=0$ έχει ακριβώς μία ρίζα στο $(1/e, 1)$.

3. Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x)=x$ και $g(x)=ημ2x$. Να δείξετε ότι οι γραφικές τους παραστάσεις τέμνονται σε <u>μοναδικό</u> σημείο $x_o\in\left(\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{3}\right)$.

4. Να δείξετε ότι η εξίσωση $2x=ημx+1$ έχει ακριβώς μία ρίζα στο $(0,π/2)$.

5. Να εξετάσετε αν οι παρακάτω συναρτήσεις ικανοποιούν τις προϋποθέσεις του Θ.Μ.Τ στο αντίστοιχο διάστημα και να βρείτε το ξ για όσες ισχύει.

i) $f(x)=\begin{cases} 2x^2+x & ,x<0 \\ x^3+x & ,x\geq 0\end{cases}$, $[–1,1]$ **ii**) $f(x)=\begin{cases} x^3+2x^2+3 & ,x<1 \\ 5x^2-3x+4 & ,x\geq 1\end{cases}$, $[0,2]$

v) $f(x)=\begin{cases} x^2+2x+1 & ,x<0 \\ -x^2+2x+1 & ,x\geq 0\end{cases}$, $[–3,3]$. **iii**) $f(x)=|x^2–x|$, $[–1,1]$ **iv**) $f(x)=x+\ln x$, $[1,e]$

6. Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=\begin{cases} x^2+α & x\leq 1 \\ x^3-αx+β & ,x>1\end{cases}$.

α) Να βρείτε τα α, β ώστε να ισχύει το ΘΜΤ στο $[–1,2]$.
β) Να δείξετε ότι υπάρχει σημείο $M(ξ, f(ξ))$, $ξ\in(–1,2)$ στο οποίο η εφαπτομένη είναι παράλληλη στην ευθεία η: $2x–y+3=0$ και στη συνέχεια να βρείτε το M. ($α=1$, $β=2$, $M(1,2)$)

7. Έστω f συνεχής στο $[α,β]$ και παραγωγίσιμη στο $(α,β)$ με $f(α)=β$ και $f(β)=α$. Να δείξετε ότι υπάρχει $ξ\in(α,β)$ ώστε η εφαπτομένη της f στο $(ξ,f(ξ))$ να είναι κάθετη στην διχοτόμο της $1^{ης}$ γωνίας.

Εύχομαι επιτυχία στον στόχο σας!!!!!!!!!!!!!!