



## ΩΡΙΑΙΑ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ

στα

Μαθηματικά

1<sup>ο</sup> ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΒΟΛΟΥ

1. Αν  $0 < \alpha < \beta$ , να δείξετε ότι: **i)**  $x + \frac{1}{x} \geq 2, x > 0$  **ii)**  $\frac{1}{2} \int_{\alpha}^{\beta} (x + \frac{1}{x}) dx \geq \beta - \alpha$
2. Δίνεται η  $f(x) = x^2 + x - 1$ . Να δείξετε ότι: **i)**  $f(0) \leq f(x) \leq f(1)$  **ii)**  $-1 \leq \int_0^1 (x^2 + x - 1) dx \leq 1$
3. Δίνεται η συνεχής συνάρτηση  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , για την οποία ισχύει  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - x}{x^2} = 2005$ .  
**α.** Να δείξετε ότι: **i.**  $f(0) = 0$  **ii.**  $f'(0) = 1$ .  
**β.** Αν επιπλέον η  $f$  είναι παραγωγίσιμη με συνεχή παράγωγο στο  $\mathbb{R}$  και  $f'(x) > f(x)$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$  να δείξετε ότι: **i)**  $xf(x) > 0$  για κάθε  $x \neq 0$ . **ii)**  $\int_0^1 f(x) dx < f(1)$ .
4. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από την γραφική παράσταση της  $f$ , τον άξονα  $x'x$  και τις ευθείες  $x=0$  και  $x=2$  όταν **α.**  $f(x) = x^2 + 2$  **β.**  $g(x) = x^2 - 1$ .
5. Να βρείτε το  $E$  του χωρίου που περικλείεται από τις ευθείες  $y=0, x=2, x=-2$  και τη συνάρτηση  
$$f(x) = \begin{cases} 3x + 3 & , x < 0 \\ x^2 - 4x + 3 & , x \geq 0 \end{cases}$$
6. Να βρείτε το  $E$  του χωρίου που περικλείεται από την  $f(x) = x^2$ , την εφαπτομένη της στο  $A(1,1)$  και τον άξονα  $x'x$ .
7. Θεωρούμε την συνάρτηση  $f(x) = 2^x + m^x - 4^x - 5^x$  με  $m > 0$ .  
**α.** Να βρείτε το  $m$  ώστε  $f(x) \geq 0$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ .  
**β.** Αν  $m = 10$ , να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από την γραφική παράσταση της  $f$  τον άξονα  $x'x$  και τις ευθείες  $x=0$  και  $x=1$ .

Εύχομαι επιτυχία στον στόχο σας!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!