



## ΩΡΙΑΙΑ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ

στα

Μαθηματικά

1<sup>ο</sup> ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΒΟΛΟΥ

1. Να δείξετε ότι η εξίσωση  $x^4 - 2x^3 + 6x^2 + ax + \beta = 0$ ,  $a, \beta \in \mathbb{R}$  έχει το πολύ δύο ρίζες διαφορετικές.
2. Δίνεται η  $f(x) = x^3 - \frac{13}{2}x^2 + 4x + \mu + 1$ ,  $\mu \in \mathbb{R}$ . Να δείξετε ότι η  $C_f$  δεν μπορεί να τέμνει τον  $x'x$  σε δύο διαφορετικά σημεία στο  $(2,3)$ .
3. Δίνονται οι συναρτήσεις  $f(x) = ax^4 + \beta x + 200$  και  $g(x) = \ln x$ . Αν  $2a + 5\beta + 2000 = 0$ , να δείξετε ότι:
  - α) Η  $f(x) = 0$  έχει μία τουλάχιστον ρίζα στο  $(0,1)$ .
  - β) Η  $(f \circ g)(x)$  έχει μια τουλάχιστον ρίζα στο  $(1,e)$ .
4. Να δείξετε ότι δεν υπάρχει  $a \in \mathbb{R}$ , ώστε η εξίσωση  $x^4 + 5x + \ln x + a = 0$  να έχει δύο ρίζες στο  $(1,e)$ .
5. Αν η εξίσωση  $x^3 + ax^2 + \beta x = 0$  έχει μία θετική ρίζα  $x_0$ , τότε και η εξίσωση  $3x^2 + 2ax + \beta = 0$  έχει μία τουλάχιστον θετική ρίζα μικρότερη του  $x_0$ .
6. Έστω συνάρτηση  $f$  που είναι δύο φορές παραγωγίσιμη στο  $\mathbb{R}$  με  $f''(x) \neq 0$ . Να δείξετε ότι η εξίσωση  $f(x) = 0$  έχει το πολύ δύο ρίζες.
7. Έστω οι εξισώσεις  $x \cdot e^{\eta \mu x} = e$  και  $\sin x = -\frac{1}{x}$ ,  $x \neq 0$ . Να δείξετε ότι αν η πρώτη έχει δύο ρίζες, τότε ανάμεσά τους βρίσκεται μία ρίζα της δεύτερης.
8. Δίνεται η  $f(x) = \frac{2}{3}x^3 - \frac{7}{2}x^2 + 3x + \mu$ ,  $\mu \in \mathbb{R}$ . Να δείξετε ότι η  $f(x) = 0$  δεν έχει δύο ρίζες στο  $(1,2)$ .
9. α) Αν  $g(x) = e^{ax} f(x)$ , να βρείτε την  $g'(x)$ .  
β) Αν  $f$  παραγωγίσιμη στο  $\mathbb{R}$  και  $\rho_1 < \rho_2$  δύο ρίζες της  $f(x) = 0$ , να δείξετε ότι η εξίσωση  $f'(x) + a \cdot f(x) = 0$  έχει μία τουλάχιστον ρίζα στο  $(\rho_1, \rho_2)$ .

**Εύχομαι επιτυχία στον στόχο σας!!!!!!!!!!!!!!**