



ΩΡΙΑΙΑ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ

στα

Μαθηματικά

1^ο ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΒΟΛΟΥ

1. Να δείξετε ότι **i)** $\int_1^e \frac{\ln x}{x} dx \leq 1 - \frac{1}{e}$ **ii)** $\int_1^2 \ln(x+5) dx \leq \int_1^2 (x+4) dx$ **iii)** $\frac{1}{2} \leq \int_{\pi/4}^{\pi/2} \frac{\eta\mu x}{x} dx \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$
2. Να δείξετε ότι: **i)** $\int_0^1 x^2 \eta\mu x dx \leq \frac{1}{3}$ **ii)** $\int_0^{\pi} |x^2 \sigma\upsilon\nu x| dx \leq \frac{\pi^3}{3}$ **iii)** $\int_0^{\pi} \left| x^2 \eta\mu x - \sigma\upsilon\nu \frac{1}{x+1} \right| dx \leq \frac{\pi^3}{3} + \pi.$
3. Δίνεται η συνάρτηση f με συνεχή και φθίνουσα παράγωγο στο $[0,1]$ και $f(0)=0$.
Να δείξετε ότι: **α)** $f(x) \geq x f'(x)$ για κάθε $x \in [0,1]$. **β)** $2 \int_0^1 f(x) dx \geq f(1)$.
4. Δίνεται η f παραγωγίσιμη στο $[1,2]$ με $f' > 0$ συνεχή και αύξουσα στο $[1,2]$ και $f(1)=0$. Να δείξετε ότι: **α)** $f(x) < (x-1) \cdot f'(x)$ **β)** $2 \int_1^2 f(x) dx < f(2)$.
5. Έστω f δύο φορές παραγωγίσιμη με $f''(x) > 0$ και $\alpha < \beta$. Να δείξετε ότι :
i) $f(x) - f(\alpha) \leq f'(\beta)(x - \alpha)$ **ii)** $2 \int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx \leq f'(\beta)(\beta - \alpha)^2 + 2f(\alpha)(\beta - \alpha)$.
6. Έστω f συνεχής με $f(x) \geq 2$. Θεωρούμε την $g(x) = x^2 - 5x + 1 - \int_0^{x^2-5x} f(t) dt$. να δείξετε ότι:
i) $g(-3)g(0) < 0$. **ii)** Η εξίσωση $g(x) = 0$ έχει μία μόνο λύση στο $(-3,0)$.

Εύχομαι επιτυχία στον στόχο σας!!!!!!!!!!!!!!