

## ΜΑΘΗΜΑ 3<sup>ο</sup>

Η συνάρτηση

$$F(x)=\alpha x+\beta$$

# Το

## 22ο ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

περιλαμβάνει

- ΒΑΣΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ
- ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ
- ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΠΡΟΣ ΑΝΑΠΤΥΞΗ

# ΕΝΟΤΗΤΑ 9<sup>H</sup>

η συνάρτηση

$$f(x) = \alpha x + \beta$$

# ΕΠΙΠΕΔΟ 1ο

## Α. ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΘΕΩΡΙΑΣ

### α) Βασικές ερωτήσεις θεωρίας

**ΕΡΩΤΗΣΗ 1<sup>η</sup>:** Τι λέγεται εξίσωση ευθείας;

**ΕΡΩΤΗΣΗ 2<sup>η</sup>:** Τι λέγεται θετική φορά;

**ΕΡΩΤΗΣΗ 3<sup>η</sup>:** Τι λέγεται γωνία μιας ευθείας  $\epsilon$  με τον άξονα  $\chi'\chi$  στο σημείο τομής τους  $A$ ;

**ΕΡΩΤΗΣΗ 4<sup>η</sup>:** Τι λέγεται συντελεστής διεύθυνσης της ευθείας  $\epsilon$ :  $\psi = \alpha\chi + \beta$  ;

**ΕΡΩΤΗΣΗ 5<sup>η</sup>:** Τι λέγεται σταθερή συνάρτηση;

**ΕΡΩΤΗΣΗ 9<sup>η</sup>:** Ποιες μορφές εξίσωσης ευθειών γνωρίζετε και πως παριστάνονται στο επίπεδο;

**ΕΡΩΤΗΣΗ 10<sup>η</sup>:** Τι λέγεται γνησίως αύξουσα συνάρτηση;

**ΕΡΩΤΗΣΗ 11<sup>η</sup>:** Τι λέγεται γνησίως φθίνουσα συνάρτηση;

**ΕΡΩΤΗΣΗ 12<sup>η</sup>:** Τι λέγεται γνησίως μονότονη συνάρτηση;

**ΕΡΩΤΗΣΗ 13<sup>η</sup>:** Πότε μία συνάρτηση  $f$  με πεδίο ορισμού το  $A$  λέμε ότι παρουσιάζει ελάχιστο στο  $\chi_0 \in A$ ;

**ΕΡΩΤΗΣΗ 14<sup>η</sup>:** Πότε μία συνάρτηση  $f$  με πεδίο ορισμού το  $A$  λέμε ότι παρουσιάζει μέγιστο στο  $\chi_0 \in A$ ;

**ΕΡΩΤΗΣΗ 15<sup>η</sup>:** Τι λέγονται ακρότατα μιας συνάρτησης;

**ΕΡΩΤΗΣΗ 16<sup>η</sup>:** Ποια είναι η μονοτονία της συνάρτησης  $f(x)=ax+b$ ;

## **β) Ερωτήσεις θεωρίας για τα κριτήρια αξιολόγησης**

**ΕΡΩΤΗΣΗ 6<sup>η</sup>:** Ποιο είναι το πρόσημο του  $a$  στην εξίσωση  $f(x)=ax+b$  για τις διάφορες τιμές του  $\omega$ ;

**ΕΡΩΤΗΣΗ 7<sup>η</sup>:** α) Πότε δύο διακεκριμένες ευθείες  $e_1, e_2$  είναι παράλληλες;

β) Αποδείξτε την συνθήκη παραλληλίας;

**ΕΡΩΤΗΣΗ 8<sup>η</sup>:** α) Πότε δύο διακεκριμένες ευθείες  $e_1, e_2$  είναι κάθετες;

β) Αποδείξτε την συνθήκη καθετότητας;

## Β. ΠΑΡΑΔΕΓΜΑΤΑ ΚΑΙ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΣΤΗΝ ΕΝΟΤΗΤΑ

α) Παραδείγματα και εφαρμογές του σχολικού βιβλίου

- 1.
- 2.
- 3.
- 4.
5. Να γίνει η γραφική παράσταση των συναρτήσεων  $f(x)=3x$  και  $g(x)=3x-2$  στο ίδιο σύστημα αξόνων.

β) Συμπληρωματικά παραδείγματα και εφαρμογές.

6. Να προσδιοριστούν τα  $\alpha, \beta$  ώστε η ευθεία ( $\epsilon$ ):  $y = \alpha x + \beta$  να διέρχεται από τα σημεία  $A(x_1, y_1)$  και  $B(x_2, y_2)$  με  $x_1 \neq x_2$ .

7 Δίνεται το τρίγωνο  $OB\Gamma$  με  $O(0,0)$ ,  $B(1,1)$ ,  $\Gamma(-3,3)$

- α) Να δείξετε ότι είναι ορθογώνιο στο  $O$ .
- β) Να βρείτε την εξίσωση του ύψους του  $OH$ .

8 .Να προσδιοριστούν τα  $\alpha, \beta$  ώστε η ευθεία ( $\epsilon$ ):  $y = \alpha x + \beta$  να διέρχεται από το σημείο  $A(2,5)$  και να είναι

- α) παράλληλη στην ευθεία  $3x + y = 1$
- β) κάθετη στην ευθεία  $x - 5y = 2$

9. Να βρεθεί το  $\lambda \in \mathbb{R}$  ώστε οι ευθείες με εξισώσεις  $y = (\lambda - 1)x + 1999$  και  $y = (2\lambda + 1)x$  να είναι

- α) παράλληλες
- β) κάθετες.

10. Μία άδεια δεξαμενή έχει όγκο  $2 \text{ m}^3$ . Μια αντλία νερού αρχίζει να την γεμίζει με ρυθμό 15 λίτρα ανά λεπτό.

- A) Να εκφράσετε τον όγκο  $V$  του νερού της δεξαμενής σε συνάρτηση του χρόνου  $t$ .
- B) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης  $V$ .
- Γ) Να γίνει η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $V$ .

# ΕΠΙΠΕΔΟ 2ο

## 1.ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΡΙΣΕΩΣ ΣΩΣΤΟ - ΛΑΘΟΣ

Να απαντήσετε στις ερωτήσεις κρίσεως και στα ερωτήματα σωστό ή λάθος, δικαιολογώντας την απάντησή σας.

### ΕΡΩΤΗΣΗ 1η

Ποιες τιμές παίρνει η γωνία  $\omega$  που σχηματίζει μια ευθεία  $\varepsilon$  με τον άξονα  $\chi'\chi$ ;

### ΕΡΩΤΗΣΗ 2η

Είναι δυνατόν η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f(x)=ax+b$  να μην τέμνει τον άξονα  $\psi'\psi$ ;

### ΕΡΩΤΗΣΗ 3η

Ποιες είναι οι εξισώσεις των αξόνων  $\chi'\chi$  και  $\psi'\psi$ ;

### ΕΡΩΤΗΣΗ 4η

Ποια σχέση συνδέει τους συντελεστές διεύθυνσης δύο παραλλήλων ευθειών;

### ΕΡΩΤΗΣΗ 5η

Ποια σχέση συνδέει τους συντελεστές διεύθυνσης δύο κάθετων ευθειών;

## 2.ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΙΣΗ - ΣΥΜΠΛΗΡΩΣΗ ΚΕΝΟΥ - ΔΙΑΤΑΞΗ

Κάθε στοιχείο της στήλης (Α) αντιστοιχίζεται με ένα μόνο στοιχείο της στήλης (Β). Συνδέστε με μία γραμμή τα στοιχεία των δύο στηλών.

Στήλη (Α)	Στήλη (Β)
Απόσταση AB με $A(x_1, y_1)$ , $B(x_2, y_2)$	$a = \epsilon\phi\omega$
Συντελεστής διεύθυνσης ευθείας	$\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$
$\epsilon_1 // \epsilon_2$	$\alpha_1 \cdot \alpha_2 = -1$
$\epsilon_1 \perp \epsilon_2$	$(x, f(x))$
Γραφική παράσταση της f	$\alpha_1 = \alpha_2$

Συμπληρώστε τις παρακάτω προτάσεις.

Άξονας των τετμημένων είναι .....

Άξονας των τεταγμένων είναι .....

Διχοτόμος 1<sup>ου</sup> και 3<sup>ου</sup> τεταρτημορίου είναι η .....

Διχοτόμος 2<sup>ου</sup> και 4<sup>ου</sup> τεταρτημορίου είναι η .....

Αν  $a = 0$  τότε η  $f(x) = ax + b$  γίνεται ..... και λέγεται ..... συνάρτηση.

Χρησιμοποιείτε τα σύμβολα  $<$  ,  $>$  ,  $=$  για την συμπλήρωση των προτάσεων που ακολουθούν.

Αν  $\omega = 45^\circ$  τότε  $a$  .....0

αν  $\omega = 91^\circ$  τότε  $a$  .....0

Αν  $\omega = 0$  τότε  $a$ .....0

Αν  $A(x, y)$  ανήκει στο 1<sup>ο</sup> τεταρτημόριο τότε  $x$ .....0 και  $y$ .....0.

Αν  $A(x, y)$  ανήκει στο 2<sup>ο</sup> τεταρτημόριο τότε  $x$ .....0 και  $y$ .....0.

Αν  $A(x, y)$  ανήκει στο 3<sup>ο</sup> τεταρτημόριο τότε  $x$ .....0 και  $y$ .....0.

Αν  $A(x, y)$  ανήκει στο 4<sup>ο</sup> τεταρτημόριο τότε  $x$ .....0 και  $y$ .....0.

## 3. ΔΟΚΙΜΑΣΙΑ ΠΟΛΛΑΠΛΩΝ ΕΠΙΛΟΓΩΝ

## ΕΡΩΤΗΣΗ 1Η

Η  $f(\chi)=\alpha\chi+\beta$  είναι συνάρτηση με  $\alpha = \epsilon\varphi\omega$ , όταν

A   $0^\circ < \omega < 180^\circ$

B   $0^\circ \leq \omega < 180^\circ, \omega \neq 90^\circ$

Γ   $0^\circ < \omega < 360^\circ$

## ΕΡΩΤΗΣΗ 2Η

Η  $f(\chi)=\alpha\chi+\beta$  είναι εξίσωση ευθείας που διέρχεται από το  $O(0,0)$ , όταν

A   $\alpha \neq 0, \beta \neq 0$

B   $\alpha = 0, \beta \neq 0$

Γ   $\beta = 0$

## ΕΡΩΤΗΣΗ 3Η

Οι ευθείες  $\psi = \chi$  και  $\psi = -\chi$  είναι οι διχοτόμοι

A  της  $1^{\text{ης}}$  και  $3^{\text{ης}}$  γωνίας των αξόνων

B  της  $2^{\text{ης}}$  και  $4^{\text{ης}}$  γωνίας των αξόνων

Γ  και των τεσσάρων γωνιών.

## ΕΡΩΤΗΣΗ 4Η

Οι ευθείες  $\psi = \chi+3$  και  $\psi = \lambda^2\chi-3$  είναι παράλληλες, όταν

A   $\lambda = 1$  ή  $\lambda = -1$

B   $\lambda = 1$

Γ   $\lambda = 3$  ή  $\lambda = -3$

## ΕΡΩΤΗΣΗ 5Η

Η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f(\chi)=\alpha\chi+\beta$  είναι γνησίως αύξουσα, όταν

A   $\alpha > 0$

B   $\alpha < 0$

Γ   $\alpha = 0$



## 4.ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ: ΠΟΤΕ.....ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ:ΟΤΑΝ..

Απαντήστε στις παρακάτω ερωτήσεις:

Πότε.....

με όταν...

### Ερώτηση α)

..... η γωνία που σχηματίζει η ευθεία  $\epsilon$  με τον άξονα  $\chi'\chi$  είναι  $\omega = 0$ ;

### Ερώτηση β)

..... μια ευθεία δεν είναι συνάρτηση;

### Ερώτηση γ)

..... η συνάρτηση  $f(\chi)=\alpha\chi+\beta$  τέμνει τον άξονα  $\chi'\chi$ ;

### Ερώτηση δ)

..... η συνάρτηση  $f(\chi)=\alpha\chi+\beta$  είναι γνησίως αύξουσα;

### Ερώτηση ε)

..... δύο ευθείες είναι παράλληλες;

### Ερώτηση στ)

..... δύο ευθείες είναι κάθετες;

## ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΕΣ

$M_1$ : Για να σχεδιάσουμε μια ευθεία  $y=ax+\beta$  στο καρτεσιανό σύστημα αξόνων:

α) Σχεδιάζουμε τον πίνακα:

x		
y		

β) Παίρνουμε δύο τιμές του x και υπολογίζουμε τις αντίστοιχες τιμές του y στον τύπο  $y=ax+\beta$  δηλαδή για  $x_1$  βρίσκουμε  $y_1$ , για  $x_2$  βρίσκουμε  $y_2$ .

γ) Στο ορθογώνιο σύστημα αξόνων σημειώνουμε τα σημεία  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ .

δ) Σχεδιάζω την ευθεία AB.

**Παράδειγμα****Επίλυση****Εφαρμογή 1η από τον μαθητή**

$M_2$ : Για να δείξουμε ότι δύο ευθείες  $\epsilon_1: y=\alpha_1x+\beta_1$ ,  $\epsilon_2: y=\alpha_2x+\beta_2$  είναι παράλληλες αρκεί να δείξουμε ότι  $\alpha_1=\alpha_2$ .

**Παράδειγμα****Επίλυση****Εφαρμογή 1η από τον μαθητή**

$M_3$ : Για να δείξουμε ότι δύο ευθείες  $\epsilon_1: y=\alpha_1x+\beta_1$ ,  $\epsilon_2: y=\alpha_2x+\beta_2$  είναι κάθετες αρκεί να δείξουμε ότι  $\alpha_1\alpha_2=-1$

**Παράδειγμα****Επίλυση**

**Εφαρμογή 1η από τον μαθητή**

$M_4$ : Για να παραστήσουμε γραφικά μια συνάρτηση πολλαπλού τύπου αρκεί να εφαρμόσουμε τη  $M$  για το κάθε διάστημά της τον αντίστοιχο τύπο.

**Παράδειγμα****Επίλυση****Εφαρμογή 1η από τον μαθητή**

## 5.ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΑ ΘΕΜΑΤΑ ΓΙΑ ΑΝΑΠΤΥΞΗ

## Διατυπώσεις των θεμάτων.

11. Δίνεται η συνάρτηση  $f$  με τύπο  $f(x) = |x - 2| - 3$  και το σημείο  $A(\lambda^2, 22)$ .

- A) Για ποια τιμή του  $\lambda$  το  $A$  ανήκει στη γραφική παράσταση της  $f$ .  
B) Να γίνει η γραφική παράσταση της  $f$ .

12. Να βρεθεί ο  $\lambda \in \mathbb{R}^*$  ώστε η ευθεία ( $\varepsilon$ ) με εξίσωση  $\psi = \frac{\lambda+2}{\lambda} \chi + 1998$

- να είναι α) παράλληλη στην  $\psi = -5\chi + 2$   
β) κάθετη στην  $\psi = 2\chi + 7$ .

13. Να υπολογιστεί το εμβαδό του τριγώνου που οι κορυφές του είναι τα σημεία τομής των ευθειών  $\psi = 1$ ,  $\psi = 4\chi$ ,  $\chi = 2$

14. Να γίνει η γραφική παράσταση των συναρτήσεων:

- α)  $\psi = 3$   
β)  $\psi = \chi + 2$   
γ)  $\psi = |\chi|$

15. Δίνεται η συνάρτηση  $f$  με  $f(x) = 2|x-1| + 3\chi$

- α) Να γίνει η απαλοιφή της απόλυτης τιμής  
β) Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της συνάρτησης  
γ) Να γίνει η γραφική παράσταση.  
Δ) Να βρεθεί το σύνολο τιμών της  $f$  ( οι τιμές του  $f(x)$ ).

## 6.ΣΥΜΠΛΗΡΩΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΑ ΘΕΜΑΤΑ ΓΙΑ ΑΝΑΠΤΥΞΗ

16. Δίνεται η ευθεία  $\varepsilon: \psi = \frac{\lambda-3}{\lambda+1} \chi + \frac{|\lambda|-1}{4}$ ,  $\lambda \neq 1$

Να βρεθεί ο  $\lambda \in \mathbb{R}$  ώστε η  $\varepsilon$  να

α) είναι παράλληλη στην ευθεία  $\psi = 5$

β) είναι παράλληλη στην ευθεία  $\varepsilon_1: \psi = -\chi + 8$

γ) είναι κάθετη στην ευθεία  $\varepsilon_2: \psi = \frac{1}{3} \chi + 1999$

δ) διέρχεται από την αρχή των αξόνων.

17. Να μελετήσετε και να παραστήσετε γραφικά τη συνάρτηση  $f$  με τύπο

$$f(\chi) = |2\chi+1| - |3\chi-1| + \chi + 1.$$

18. Να βρεθεί ο  $\lambda \in \mathbb{R}$  ώστε οι ευθείες  $\psi = (\lambda-3)\chi + \lambda+4$  και  $\psi = (4\lambda-9)\chi - \lambda$  να είναι παράλληλες. Στη συνέχεια να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το σημείο  $A(-2,1)$  και είναι κάθετη στις δύο αρχικές.

19. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που είναι κάθετη στην ευθεία ( $\varepsilon$ ) με εξίσωση  $\psi = 3\chi+1$  και σχηματίζει με τους άξονες τρίγωνο εμβαδού 2 τετραγωνικών μονάδων.

20. Δίνεται η συνάρτηση  $f$  με τύπο  $f(\chi) = 3\chi+5$ .

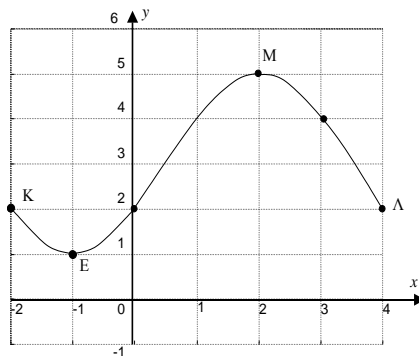
α) Να βρείτε τα σημεία τομής των αξόνων με την γραφική παράσταση της  $f$ .

β) Να υπολογίσετε το εμβαδό του τριγώνου που σχηματίζεται από τους άξονες και την ευθεία  $\psi = 3\chi+5$ .

## 7.ΕΠΙΠΛΕΟΝ ΘΕΜΑΤΑ ΓΙΑ ΑΝΑΠΤΥΞΗ

1. Δίνεται η συνάρτηση με τύπο  $f(x)=3x+5$  και πεδίο ορισμού  $A = \left\{-1, 0, \frac{1}{2}, 3\right\}$ . Να βρεθεί το σύνολο τιμών της.
2. Δίνεται η συνάρτηση με τύπο  $f(x)=\sqrt{x-4}$
- i) Να βρεθεί ποιοι από τους αριθμούς:  $-10, 0, 1, 7, 10$  ανήκουν στο πεδίο ορισμού της  $f$ .
- ii) Ποιο είναι το πεδίο ορισμού της  $f$ ;
3. Δίνεται η γραφική παράσταση με τύπο  $f(x)=\frac{4}{x-1}$ . Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της  $f$ .

2. Αν η συνάρτηση  $f$  με τύπο  $f(x)=1-2x$  έχει πεδίο ορισμού το διάστημα  $A=[-3,2)$  να βρείτε το σύνολο τιμών της. Στη συνέχεια να γίνει η γραφική της παράσταση.
3. Στο παρακάτω σχήμα έχει δοθεί η γραφική παράσταση μιας παράστασης  $f$ .
- i) Παρατηρώντας τις κάθετες ευθείες στον άξονα  $x$  του συστήματος αναφοράς να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης.



ii) Παρατηρώντας τις παράλληλες ευθείες προς τον άξονα  $x$  του συστήματος αναφοράς να βρείτε τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή του συνόλου τιμών  $f(A)$  της  $f$ .

iii) Ποιες είναι οι τιμές της  $f$  όταν το  $x$  παίρνει μόνο ακέραιες τιμές απ' το πεδίο ορισμού της;

iv) Ποια από τα σημεία με διαφορετικές ακέραιες τετμημένες έχουν την ίδια τεταγμένη; (Δηλαδή αν

$x_1 \neq x_2$ , να έχουμε  $f(x_1) = f(x_2)$ )

4. Να βρείτε το σύνολο τιμών της συνάρτησης με τύπο  $f(x)=1-\frac{x}{3}$  και πεδίο ορισμού  $A=[-1, 4]$ .

Ποια είναι η μέγιστη και ποια η ελάχιστη τιμή της  $f$ ; Για ποιες τιμές του  $x$  βρίσκουμε αυτές τις τιμές της  $f$ ;

5. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης  $f$  με τύπο  $f(x)=\frac{x}{9-x}$ . Αν η χωρητικότητα του ψυγείου ενός αυτοκινήτου σε αντιψυκτικό και νερό είναι 9 λίτρα και  $x$  λίτρα είναι το αντιψυκτικό που περιέχει, τότε ο λόγος  $\frac{x}{9-x}$  παριστάνει την αναλογία αντιψυκτικού και νερού στο ψυγείο.

α) Ποιο είναι τότε το πεδίο ορισμού  $A$  της παραπάνω συνάρτησης;

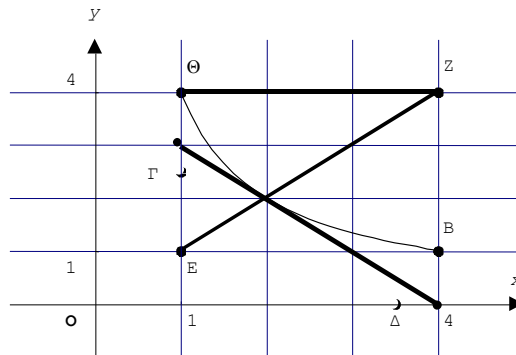
β) Με δεδομένο ότι ο λόγος αντιψυκτικού προς το νερό στα ψυγεία των αυτοκινήτων πρέπει να είναι  $\frac{3}{2}$ , να βρείτε την ποσότητα του αντιψυκτικού που έχει το παραπάνω ψυγείο σ' αυτή την περίπτωση.

6. Το σύνολο τιμών μιας συνάρτησης  $f$  που εκφράζει δύο αντιστρόφως ανάλογα ποσά είναι  $f(A)=[-12,-1]$ . Αν  $f(-12)=-1$  να βρείτε τον τύπο της συνάρτησης, να κάνετε τη γραφική της παράσταση και να γράψετε το πεδίο ορισμού της.
7. Δίνονται οι συναρτήσεις  $f$  και  $g$  με τύπους  $f(x)=\frac{4}{x}$ ,  $x \in [1,4]$  και  $g(x)=2$ ,  $x \in [1,4]$ . Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου τομής των γραφικών τους παραστάσεων και στη συνέχεια να γράψετε τα σύνολα τιμών τους.
8. Δίνεται η συνάρτηση  $f$  με τύπο  $f(x)=\sqrt{x}$  και πεδίο ορισμού  $A=[0, 9]$ .

Να κάνετε τη γραφική παράσταση της  $f$  και να βρείτε το σύνολο τιμών της.

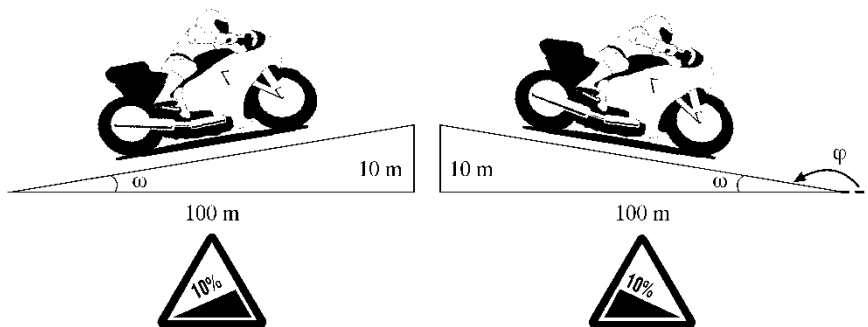
Ποιο το ελάχιστο και ποιο το μέγιστο της  $f$ :

9. Στο διπλανό σχήμα παρουσιάζονται οι γραφικές παραστάσεις τριών συναρτήσεων με κοινό πεδίο ορισμού  $A=[1, 4]$ . Το ευθύγραμμο τμήμα  $\Theta Z$ . Το τμήμα  $\Theta B$  της υπερβολής. Το ευθύγραμμο τμήμα  $\Gamma \Delta$  και το ευθύγραμμο τμήμα  $E Z$ . Να βρείτε τους τύπους των τριών συναρτήσεων και τα σύνολα τιμών τους.

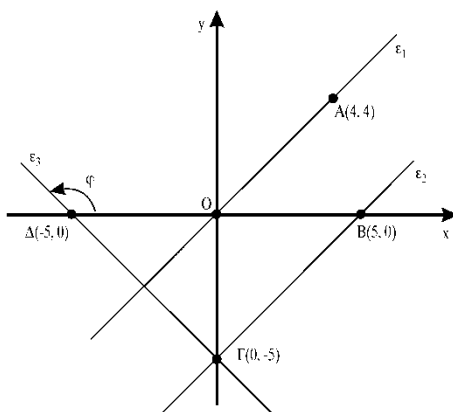


## 8. ΤΕΛΕΥΤΑΙΑ ΘΕΜΑΤΑ ΓΙΑ ΑΝΑΠΤΥΞΗ

- Δίνεται η γραμμική συνάρτηση με τύπο  $f(x) = (\lambda - 2)x + (\lambda - 1)$ . Να βρείτε τις πραγματικές τιμές του  $\lambda$ , ώστε η ευθεία της γραφικής παράστασης της  $f$ :
  - Να περνά από την αρχή των αξόνων.
  - Να είναι παράλληλη με τον άξονα  $x'x$ .
  - Να τέμνει τον άξονα  $y'y$  στο σημείο  $K(0, 2)$ .
- Στο ίδιο ορθογώνιο σύστημα αξόνων να χαράξετε την ευθεία με εξίσωση  $x=-1$  και να κάνετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης με τύπο  $y = -2x + 2$ . Να βρείτε τις συντεταγμένες του κοινού σημείου των δύο ευθειών.
- Από το παρακάτω σχήμα που συνοδεύεται με τα αντίστοιχα σήματα της τροχαίας, να υπολογίσετε την κλίση του δρόμου κατά την άνοδο και κάθοδο του μοτοσυκλετιστή. Τι παρατηρείτε;



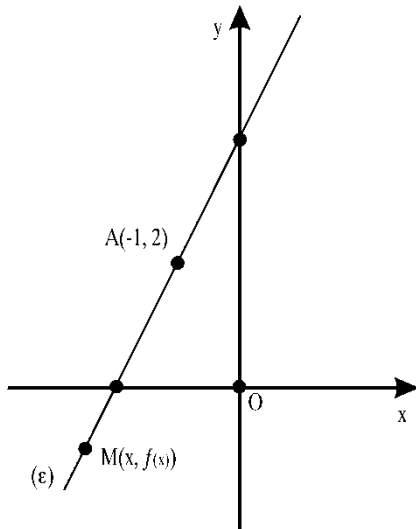
- Χρησιμοποιώντας τις συντεταγμένες των σημείων Α, Β, Γ, και Δ του διπλανού σχήματος να αποδείξετε:



- Ότι οι ευθείες  $\epsilon_1$  και  $\epsilon_2$  είναι παράλληλες.
- Ότι η ευθεία  $\epsilon_3$  είναι κάθετη στις  $\epsilon_1$  και  $\epsilon_2$ .
- Να βρείτε τους τύπους των γραμμικών συναρτήσεων που έχουν γραφικές παραστάσεις τις ευθείες  $\epsilon_1$ ,  $\epsilon_2$  και  $\epsilon_3$ , και να υπολογίσετε τη γωνία  $\varphi$  της  $\epsilon_3$  με τον άξονα  $x'x$ .



5. Στο διπλανό σχήμα η ευθεία (ε) είναι η γραφική παράσταση μιας γραμμικής συνάρτησης, και περνά από το σημείο  $A(-1, 2)$ . Αν ο συντελεστής διεύθυνσης της ευθείας είναι 2 να βρείτε τον τύπο της συνάρτησης.



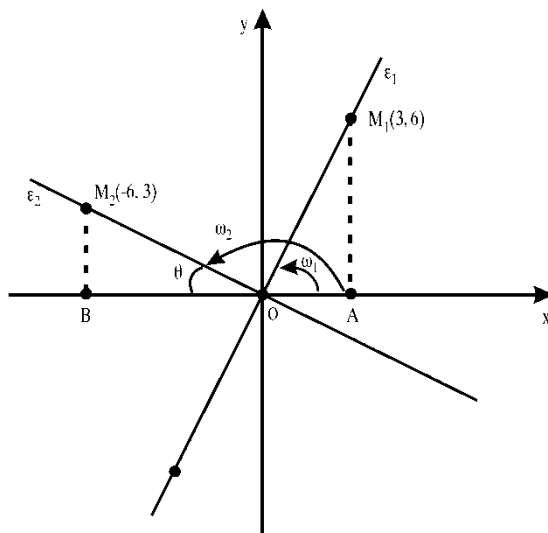
6. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα τιμών της γραμμικής συνάρτησης  $f(x) = -2x + 6$ . Ποιες είναι οι συντεταγμένες των σημείων που η γραφική παράσταση της  $f$  τέμνει τους δύο άξονες;

x	0	-1	-2	
f(x)			0	4

7. Η γραμμική συνάρτηση  $f$  δίνεται από τον τύπο  $f(x) = \lambda(x-1) - 3x - 2$  με  $\lambda$  πραγματικό αριθμό. Αν η γραφική παράσταση της  $f$  τέμνει τον άξονα  $y'y$  στο σημείο  $K(0, 1)$  να βρείτε τον  $\lambda$  και να κάνετε τη γραφική της παράσταση.
8. Για τη γραμμική συνάρτηση  $f$  γνωρίζουμε τον παρακάτω πίνακα τιμών. Αν η ευθεία που αποτελεί τη γραφική παράσταση της  $f$  διέρχεται από το σημείο  $M(5, \beta)$  να βρείτε τον τύπο της συνάρτησης και τον αριθμό  $\beta$ .

x	3	2
y	4	-2

9. Με τη βοήθεια των σημείων  $M_1$  και  $M_2$  του διπλανού σχήματος, να βρείτε τις κλίσεις των ευθειών  $\epsilon_1$  και  $\epsilon_2$ .



Ποιοι είναι οι τύποι των γραμμικών συναρτήσεων για τις δύο ευθείες;  
Δείξτε ότι οι δύο ευθείες είναι κάθετες.

10. Η γραφική παράσταση της γραμμικής συνάρτησης  $f$  είναι μια ευθεία με κλίση 1. Αν αυτή η ευθεία τέμνει τον κατακόρυφο άξονα στο σημείο  $M$  με τεταγμένη  $-2$  να βρείτε τον τύπο της συνάρτησης  $f$ .

11. Να κάνετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f$  με τύπο  $f(x) = \frac{2}{3}x$  και πεδίο ορισμού το  $\mathbb{R}$ .

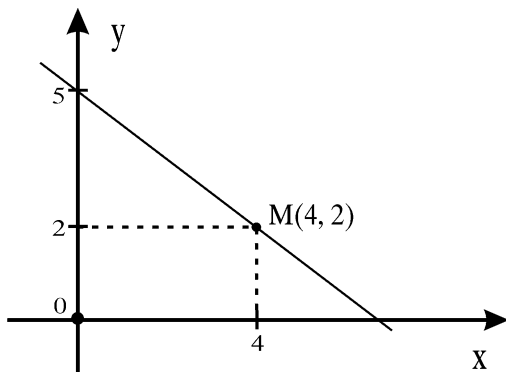
Στη συνέχεια να κάνετε στο ίδιο σύστημα αναφοράς στις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων  $g(x) = \frac{2}{3}x - 4$  και  $h(x) = \frac{2}{3}x - 3$  χωρίς να σχηματίσετε πίνακα τιμών.

12. Να ελέγξετε αν τα σημεία  $A(3, 8)$ ,  $B(2, 5)$  και  $\Gamma(1, 2)$  μπορούν να είναι σημεία της γραφικής παράστασης μιας γραμμικής συνάρτησης.

13. Στο ίδιο ορθογώνιο σύστημα αξόνων, να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων με τύπους:

$$y = \frac{3}{2}x, \quad y = 3 \quad \text{και} \quad y = -\frac{3}{2}x + 6. \quad \text{Τι παρατηρείτε;}$$

14. Από τη διπλανή γραφική παράσταση να βρείτε τον συντελεστή διεύθυνσης της ευθείας ( $\epsilon$ ) και στη συνέχεια τον τύπο της γραμμικής συνάρτησης που έχει γραφική παράσταση αυτή την ευθεία.



15. Να προσδιορίσετε τον πραγματικό αριθμό  $\lambda$  ώστε οι γραφικές παραστάσεις των γραμμικών συναρτήσεων  $f(x) = \lambda x + (\lambda - 2)$  και  $g(x) = (\lambda - 2)x + 2\lambda$  να είναι κάθετες ευθείες. Στη συνέχεια να γράψετε τους τύπους των δύο συναρτήσεων και να κάνετε τη γραφική τους παράσταση στο ίδιο ορθογώνιο σύστημα.

16. Για ποιες τιμές του πραγματικού  $\lambda$  οι ευθείες των γραμμικών συναρτήσεων  $y = -\lambda x + 3$  και

$$y = \frac{4}{\lambda^2 + 4} \cdot x + \frac{7}{\lambda^2 + 4} \quad \text{είναι κάθετες;}$$

17. Αν η ευθεία της γραμμικής συνάρτησης  $f$  περνά από την αρχή των αξόνων και είναι κάθετη στην ευθεία της συνάρτησης  $y = \frac{2}{3}x - 2$ , ποιος είναι ο τύπος της;

18. Οι ευθείες των γραμμικών συναρτήσεων  $y = -\frac{2}{3}x + \frac{8}{3}$  και  $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$  τέμνονται στο σημείο Μ. Να βρείτε τον τύπο της γραμμικής συνάρτησης που η ευθεία της περνά απ' το Μ και έχει κλίση  $-1$ .

19. Δίνεται η γραμμική συνάρτηση  $f$  με τύπο  $f(x) = -\frac{3}{2}x + 3$  και το σημείο Α(4, 4).

- i) Να βρείτε τον τύπο της γραμμικής συνάρτησης που η ευθεία της περνά απ' το Α και είναι κάθετη στην ευθεία της  $f$ .
- ii) Ποιες οι συντεταγμένες του σημείου τομής των δύο ευθειών;

20. Να βρείτε τους μη μηδενικούς πραγματικούς αριθμούς  $\lambda$ ,  $\mu$  ώστε οι ευθείες των γραμμικών συναρτήσεων  $y = -\frac{5}{\lambda}x + \frac{10}{\lambda}$  και  $y = -x + \frac{\mu^2 + 2}{3}$  να συμπίπτουν.