ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
Υπουργείο Παιδείας,
Έρευνας και Θρησκευμάτων
ΠΕΡΙΦ/ΚΗ Δ/ΝΣΗ Α/ΘΜΙΑΣ & Β/ΘΜΙΑΣ
ΕΚΠ/ΣΗΣ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ Β/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ ΜΑΓΝΗΣΙΑΣ

1ο ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΒΟΛΟΥ

ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

στα

Μαθηματικά

21ο ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ
ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ
ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ

ΚΑΝΟΝΙΚΑ ΠΟΛΥΓΩΝΑ

Ερωτήσεις του τύπου «Σωστό - Λάθος»

1. * Δύο κανονικά οκτάγωνα είναι όμοια. **Σ Λ**

2. * Δύο κανονικά πολύγωνα με τον ίδιο αριθμό πλευρών είναι όμοια. **Σ Λ**

3. * Ένα κυρτό πολύγωνο που έχει όλες του τις γωνίες ίσες είναι κανονικό. **Σ Λ**

4. * Ένα κυρτό πολύγωνο που έχει όλες του τις πλευρές ίσες είναι κανονικό. **Σ Λ**

5. * Η γωνία ενός κανονικού ν-γώνου και η κεντρική του γωνία είναι συμπληρωματικές. **Σ Λ**

6. * Η γωνία ενός κανονικού ν-γώνου και η κεντρική του γωνία είναι ίσες μεταξύ τους. **Σ Λ**

7. * Δύο κυκλικοί τομείς του ίδιου κύκλου ή ίσων κύκλων που αντιστοιχούν σε ίσα τόξα, έχουν ίσα εμβαδά. **Σ Λ**

8. * Το εμβαδόν ενός κυκλικού δίσκου είναι αντιστρόφως ανάλογο της ακτίνας του. **Σ Λ**

9. * Ο λόγος των μηκών δύο κύκλων είναι ίσος με το λόγο των ακτίνων τους. **Σ Λ**

10. * Ο λόγος των εμβαδών δύο κύκλων είναι ίσος με το λόγο των ακτίνων τους. **Σ Λ**

11. * Αν $\hat{\varphi}_\nu$ είναι μία από τις ίσες γωνίες ενός κανονικού ν-γώνου, τότε $\hat{\varphi}_\nu = 360^o - \frac{180^o}{\nu}$. **Σ Λ**

12. * Η κεντρική γωνία ενός κανονικού ν-γώνου δίνεται από τον τύπο $\hat{\omega}_\nu = \frac{360^o}{\nu}$. **Σ Λ**

13. * Ακτίνα ενός κανονικού πολυγώνου λέγεται κάθε ακτίνα του εγγεγραμμένου κύκλου του. **Σ Λ**

14. * Ο περιγεγραμμένος και εγγεγραμμένος κύκλος κάθε κανονικού πολυγώνου είναι ομόκεντροι κύκλοι. **Σ Λ**

15. * Η πλευρά ενός τετραγώνου εγγεγραμμένου σε κύκλο, ισούται με την ακτίνα του περιγεγραμμένου κύκλου. **Σ Λ**

16. * Το απόστημα ενός κανονικού εξαγώνου εγγεγραμμένου σε κύκλο ισούται με την πλευρά του εξαγώνου. **Σ Λ**

17. * Το απόστημα ενός ισοπλεύρου τριγώνου εγγεγραμμένου σε κύκλο ισούται με το μισό της ακτίνας του περιγε-γραμμένου κύκλου. **Σ Λ**

18. * Η κεντρική γωνία ενός κανονικού πολυγώνου είναι ίση με τη γωνία που σχηματίζουν τα αποστήματα δύο διαδοχικών πλευρών του. **Σ Λ**

19. * Η γωνία ενός κανονικού πολυγώνου και η κεντρική του γωνία είναι παραπληρωματικές. **Σ Λ**

20. * Δύο πολύγωνα με τον ίδιο αριθμό πλευρών είναι όμοια. **Σ Λ**

21. * Σε δύο όμοια κανονικά πολύγωνα, ο λόγος ομοιότητάς τους ισούται με το τετράγωνο του λόγου των ακτίνων τους. **Σ Λ**

22. * Ένα περιγεγραμμένο σε κύκλο πολύγωνο με όλες τις πλευρές ίσες είναι κανονικό. **Σ Λ**

23. * Δύο κυκλικοί τομείς του ίδιου κύκλου έχουν ίσα εμβαδά. **Σ Λ**

24. * Ο τύπος $4\alpha_\nu^2 = 4R^2 - \lambda_\nu^2$ συνδέει την πλευρά λ_ν, το απόστημα α_ν και την ακτίνα R του περιγεγραμμένου κύκλου κανονικού ν-γώνου. **Σ Λ**

25. * Ο λόγος του μήκους κύκλου προς το μήκος της διαμέτρου του ισούται με π. **Σ Λ**

26. * Το μήκος κύκλου ακτίνας 1 είναι π. **Σ Λ**

Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής

1. * Εάν το απόστημα κανονικού πολυγώνου, εγγεγραμμένου σε κύκλο ακτίνας R, είναι $\frac{R\sqrt{2}}{2}$, η πλευρά του είναι

Α. $R^2\sqrt{2}$ **Β.** $R\sqrt{2}$ **Γ.** $2R$ **Δ.** $2R^2$ **Ε.** $\sqrt{R}$

2. * Εάν η πλευρά κανονικού πολυγώνου, εγγεγραμμένου σε κύκλο ακτίνας R, είναι $R\sqrt{3}$, το απόστημά του είναι

Α. R **Β.** $\frac{R}{3}$ **Γ.** $\frac{R}{2}$ **Δ.** $\frac{R\sqrt{3}}{2}$ **Ε.** $3R$

3. * Εάν το απόστημα κανονικού πολυγώνου εγγεγραμμένου σε κύκλο ακτίνας R, είναι $\frac{R\sqrt{3}}{2}$ η πλευρά του είναι

Α. $\frac{R\sqrt{2}}{2}$ **Β.** $2R$ **Γ.** $R\sqrt{2}$ **Δ.** R **Ε.** $\frac{R}{2}$

4. * Η σχέση, που συνδέει τα στοιχεία $α_ν$ και $λ_ν$ (αποστήματος και πλευράς) κανονικού ν-γώνου εγγεγραμμένου σε κύκλο ακτίνας R είναι

Α. $\frac{α_ν^2}{2}+λ_ν^2=R^2$ **Β.** $α_ν^2+\frac{λ_ν^2}{2}=\frac{R^2}{2}$

Γ. $α_ν^2+\frac{λ_ν^2}{4}=R^2$ **Δ.** $α_ν^2+λ_ν^2=R^2$

Ε. $α_ν^2+λ_ν^2=\frac{R^2}{4}$

5. * Το κανονικό πολύγωνο, που η εξωτερική του γωνία είναι ορθή, είναι

Α. ισόπλευρο τρίγωνο **Β.** τετράγωνο

Γ. κανονικό πεντάγωνο **Δ.** κανονικό εξάγωνο

Ε. κανονικό δεκάγωνο

6. * Το κανονικό πολύγωνο, που η εξωτερική του γωνία είναι αμβλεία, είναι

Α. ισόπλευρο τρίγωνο **Β.** τετράγωνο

Γ. πεντάγωνο **Δ.** εξάγωνο **Ε.** οκτάγωνο

7. * Εάν η κεντρική γωνία κανονικού πολυγώνου εγγεγραμμένου σε κύκλο ακτίνας R, είναι 60^o, τότε η πλευρά του (συναρτήσει του R) είναι

Α. $\frac{R}{2}$ **Β.** $R\sqrt{3}$ **Γ.** 2R **Δ.** $R\sqrt{2}$ **Ε.** R

8. * Αν $\hat{φ}_ν$ είναι μία από τις ίσες γωνίες ενός κανονικού ν-γώνου τότε $\hat{φ}_ν$ ισούται με

Α. $180°+\frac{360°}{ν}$ **Β.** $180°-\frac{360°}{ν}$ **Γ.** $360°-\frac{180°}{ν}$

Δ. $360°+\frac{180°}{ν}$ **Ε.** $\frac{360°}{ν}$

9. * Αν $P_ν$ η περίμετρος ενός κανονικού ν-γώνου, τότε το εμβαδό του $E_ν$ είναι

Α. $\frac{1}{2}λ_ν \cdot α_ν$ **Β.** $\frac{1}{2}P_ν \cdot α_ν$ **Γ.** $\frac{1}{2}P_ν \cdot λ_ν$

Δ. $\frac{1}{2}P_ν \cdot λ_ν^2$ **Ε.** $\frac{1}{2}νP_ν \cdot λ_ν$

10. * Η πλευρά $λ_6$ κανονικού εξαγώνου εγγεγραμμένου σε κύκλο ακτίνας R είναι

Α. $\frac{R\sqrt{3}}{2}$ **Β.** $R\sqrt{2}$ **Γ.** R **Δ.** $\frac{R}{2}$ **Ε.** $\frac{R}{3}$

11. * Η πλευρά λ_4 τετραγώνου εγγεγραμμένου σε κύκλο ακτίνας R είναι

Α. $\frac{1}{2}R\sqrt{2}$ **Β.** R **Γ.** $R\sqrt{2}$ **Δ.** $R^2\sqrt{2}$ **Ε.** $\frac{1}{3}R\sqrt{2}$

12. * Η πλευρά λ_3 ισοπλεύρου τριγώνου εγγεγραμμένου σε κύκλο ακτίνας R είναι

Α. $\frac{R\sqrt{3}}{2}$ **Β.** R **Γ.** $R\sqrt{3}$ **Δ.** $\frac{1}{2}R$ **Ε.** $\frac{R\sqrt{3}}{3}$

13. * Το κανονικό πολύγωνο του οποίου η πλευρά λ_ν ισούται με την ακτίνα R του περιγγεγραμμένου κύκλου είναι

Α. τρίγωνο **Β.** τετράγωνο **Γ.** πεντάγωνο
Δ. εξάγωνο **Ε.** δεκάγωνο

14. * Το κανονικό πολύγωνο του οποίου το απόστημα α_ν ισούται με το μισό της πλευράς λ_ν είναι:

Α. τρίγωνο **Β.** τετράγωνο **Γ.** πεντάγωνο
Δ. εξάγωνο **Ε.** δεκάγωνο

15. * Το μήκος S τόξου μ μοιρών που ανήκει σε κύκλο ακτίνας R είναι

Α. $\frac{2\pi R\mu}{180}$ **Β.** $\frac{\pi R^2\mu}{180}$ **Γ.** $\frac{\pi R\mu}{360}$ **Δ.** $\frac{\pi R\mu}{180}$ **Ε.** $\frac{\pi R^2\mu}{360}$

16. * Το εμβαδό Ε κυκλικού δίσκου (0, R) είναι

Α. $2\pi R$ **Β.** πR^2 **Γ.** $\pi^2 R$ **Δ.** $2\pi^2 R$ **Ε.** 2π

17. * Η κεντρική γωνία κανονικού εξαγώνου εγγεγραμμένου σε κύκλο είναι

Α. 30° **Β.** 45° **Γ.** 60° **Δ.** 90° **Ε.** 120°

18. * Η κεντρική γωνία ισοπλεύρου τριγώνου εγγεγραμμένου σε κύκλο είναι

Α. 30° **Β.** 45° **Γ.** 60° **Δ.** 90° **Ε.** 120°

19. * Η γωνία κανονικού πενταγώνου είναι

Α. 30° **Β.** 45° **Γ.** 60° **Δ.** 108° **Ε.** 120°

20. * Η γωνία κανονικού δεκαγώνου είναι

Α. 30° **Β.** 45° **Γ.** 120° **Δ.** 144° **Ε.** 150°

21. * Το κανονικό πολύγωνο με γωνία 108° είναι

Α. τετράγωνο **Β.** πεντάγωνο **Γ.** εξάγωνο
Δ. οκτάγωνο **Ε.** δεκάγωνο

22. ***** Το κανονικό πολύγωνο εγγεγραμμένο σε κύκλο ακτίνας R με κεντρική γωνία 24° είναι

Α. εξάγωνο **Β.** οκτάγωνο **Γ.** δεκάγωνο

Δ. δωδεκάγωνο **Ε.** 15γωνο

23. ***** Το απόστημα $α_3$ ισοπλεύρου τριγώνου, εγγεγραμμένου σε κύκλο ακτίνας R είναι

Α. $\frac{1}{2}R\sqrt{3}$ **Β.** $\frac{R\sqrt{3}}{3}$ **Γ.** $\frac{1}{2}R$ **Δ.** $R\sqrt{3}$ **Ε.** $\frac{R\sqrt{3}}{4}$

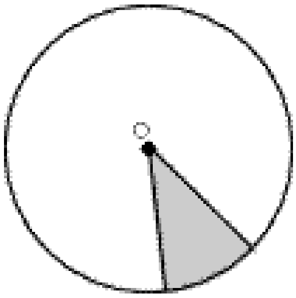
24. * Το απόστημα $α_4$ τετραγώνου εγγεγραμμένου σε κύκλο ακτίνας R είναι

Α. $R\sqrt{2}$ **Β.** $\frac{1}{2}R\sqrt{2}$ **Γ.** $\frac{1}{3}R\sqrt{2}$ **Δ.** $\frac{1}{4}R\sqrt{2}$ **Ε.** $R\sqrt{3}$

25. * Το εμβαδόν $E_μ$ ενός κυκλικού τομέα μ μοιρών είναι

Α. $\frac{πRμ}{360}$ **Β.** $\frac{πR^2μ}{360}$ **Γ.** $\frac{πR^2μ}{180}$ **Δ.** $\frac{πRμ}{180}$ **Ε.** $\frac{πRμ^2}{360}$

26. * Το γραμμοσκιασμένο τμήμα του σχήματος είναι



Α. ημικύκλιο
Β. μηνίσκος,
Γ. τεταρτοκύκλιο
Δ. κυκλικός τομέας
Ε. κυκλικό τμήμα

27. * Το μήκος κύκλου ακτίνας R είναι

Α. $πR$ **Β.** $πR^2$ **Γ.** $2πR$ **Δ.** $\frac{πR^2}{2}$ **Ε.** $2πR^2$

28. * Δύο πολύγωνα είναι όμοια όταν

Α. έχουν το ίδιο αριθμό πλευρών
Β. είναι εγγεγραμμένα στον ίδιο κύκλο
Γ. είναι κανονικά και έχουν τον ίδιο αριθμό πλευρών
Δ. είναι περιγεγραμμένα σε ομόκεντρους κύκλους
Ε. έχουν τον ίδιο αριθμό γωνιών

29. * Ένα πολύγωνο εγγεγραμμένο σε κύκλο

Α. είναι κανονικό.

Β. είναι όχι απαραίτητα κανονικό.

Γ. έχει όλες τις πλευρές του ίσες.

Δ. έχει όλες τις κεντρικές γωνίες του ίσες.

Ε. έχει όλες τις γωνίες του ίσες.

30. * Αν ένα κανονικό πολύγωνο είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο (0, R) και το απόστημά του α_ν ισούται με το $\frac{R}{2}$, τότε το πολύγωνο είναι

Α. τρίγωνο **Β.** τετράγωνο **Γ.** εξάγωνο

Δ. οκτάγωνο **Ε.** δεκάγωνο

31. * Ένα πολύγωνο το οποίο είναι εγγεγραμμένο και ταυτόχρονα περιγεγραμ-μένο σε δύο ομόκεντρους κύκλους είναι

Α. ισοσκελές τρίγωνο. **Β.** ισοσκελές τραπέζιο.

Γ. τυχόν τετράπλευρο. **Δ.** κανονικό.

Ε. κανένα από τα παραπάνω.

32. * Σε ένα κανονικό πολύγωνο με άρτιο (2μ) πλήθος πλευρών η κεντρική του γωνία ω είναι

Α. $\frac{360^\circ}{2}$ **Β.** $\frac{360^\circ}{\mu+2}$ **Γ.** $\frac{360^\circ}{2\mu+2}$

Δ. $\frac{180^\circ}{\mu}$ **Ε.** κανένα από τα παραπάνω.

33. * Κάθε κανονικό πολύγωνο που μπορεί να χωριστεί σε διαδοχικά ισόπλευρα και ίσα τρίγωνα με κοινή κορυφή το κέντρο του πολυγώνου είναι

Α. τετράγωνο **Β.** πεντάγωνο **Γ.** εξάγωνο

Δ. δεκάγωνο **Ε.** κανένα από τα παραπάνω

Ερωτήσεις συμπλήρωσης

1. * Εάν το απόστημα α_ν κανονικού πολυγώνου εγγεγραμμένου σε κύκλο, ακτίνας R ισούται με $\frac{R}{2}$, η πλευρά λ_ν ισούται με .... και το πλήθος των πλευρών του πολυγώνου είναι….

2. * Εάν το απόστημα $α_ν$ κανονικού πολυγώνου, εγγεγραμμένου σε κύκλο ακτίνας R ισούται με $\frac{R\sqrt{3}}{2}$, η πλευρά του $λ_ν$ ισούται με …..............και το πλήθος των πλευρών του πολυγώνου είναι….

3. * Εάν το απόστημα $α_ν$ κανονικού πολυγώνου εγγεγραμμένου σε κύκλο ακτίνας R ισούται με $\frac{R\sqrt{2}}{2}$, η πλευρά του $λ_ν$ ισούται με…............. και το πλήθος των πλευρών του πολυγώνου είναι….

4. * Εάν η πλευρά $λ_ν$ κανονικού πολυγώνου εγγεγραμμένου σε κύκλο ακτίνας R ισούται με R το απόστημά του $α_ν$ ισούται με…................ και το πλήθος των πλευρών του πολυγώνου είναι….

5. * Να συμπληρωθεί ο πίνακας:

Κανονικό πολύγωνο	**Κεντρική γωνία ($ω_ν$) σε μοίρες**	**Γωνία πολυγώνου ($φ_ν$) σε μοίρες**
τρίγωνο		
τετράγωνο		
οκτάγωνο		
δεκάγωνο		
εικοσάγωνο		

6. * Να συμπληρωθεί ο πίνακας:

Κεντρική γωνία ($ω_ν$) κανονικού πολυγώνου σε μοίρες	**Πλήθος πλευρών (ν) κανονικού πολυγώνου**
6	
10	
15	
72	

7. * Να συμπληρωθεί ο πίνακας:

ν : πλήθος πλευρών κανονικού πολυγώνου	**$λ_ν$: πλευρά κανονικού ν-γώνου**	**$α_ν$: απόστημα κανονικού ν-γώνου**	**$Ε_ν$: εμβαδόν κανονικού ν-γώνου**

E-mails:**raidosi@yahoo.gr**
http://blogs.sch.gr/iraidos/ **iraidos@gmail.com**

3			
4			
6			

8. * Να συμπληρωθεί ο πίνακας:

Γωνία ($φ_ν$) κανονικού πολυγώνου σε μοίρες	**Είδος κανονικού πολυγώνου**
60	
108	
135	
150	

9. * Να συμπληρωθεί ο πίνακας:

ν : πλήθος πλευρών κανονικού πολυγώνου	**$α_ν$: απόστημα κανονικού πολυγώνου**	**$λ_ν$: πλευρά κανονικού πολυγώνου**	**$Ε_ν$: εμβαδόν κανονικού πολυγώνου**
$ν = 3$	5cm		
$ν = 4$			$144cm^2$
$ν = 6$		10cm	

10. * Να συμπληρωθεί ο πίνακας:

Ακτίνα R κύκλου	**Μήκος L κύκλου**	**Εμβαδόν Ε κύκλου**
	$30π$	
	$20πα$	
$2α\sqrt{3}$		
		$15πα^2$
		$7π$
$\frac{α}{\sqrt{3}}$		

11. * Να συμπληρωθεί ο πίνακας:

Ακτίνα R κύκλου	**Γωνία μ μοιρών κυκλ. τομέα**	**Μήκος τόξου S**	**Εμβαδόν Ε κυκλ. τομέα**
8			$\frac{16π}{3}$
9		$\frac{9π}{5}$	
$5α$	60		
	150		$\frac{πα^2}{12}$
$2α\sqrt{5}$	300		

12. * Να συμπληρωθεί ο πίνακας:

Τόξο μ μοιρών	**Μήκος τόξου**
10	
	$\frac{πR}{4}$
	$\frac{3πR}{4}$
180	

Ερωτήσεις αντιστοίχισης

1. * Αντιστοιχίστε κάθε ένα κανονικό πολύγωνο της στήλης (Α) με το εμβαδό του στη στήλη (Β).

Στήλη Α	**Στήλη Β**
Κανονικά πολύγωνα εγγεγραμμένα σε κύκλο ακτίνας R	**Εμβαδά καν. πολυγώνων συναρτήσει του R**
	$4R^2$
τρίγωνο	$\frac{3R^2\sqrt{3}}{4}$
τετράγωνο	$\frac{3}{2}R^2\sqrt{3}$
εξάγωνο	$2R^2$
	$3R^2\sqrt{3}$

2. * Αντιστοιχίστε κάθε πλευρά κανονικού πολυγώνου της στήλης (Α) με το αντίστοιχο απόστημά του, στη στήλη (Β).

Στήλη Α	**Στήλη Β**
Πλευρά λ_ν κανονικού πολυγώνου συναρτήσει του R	**Απόστημα α_ν καν. πολυγώνου συναρτήσει του R**
R	R
$R\sqrt{3}$	$\frac{R\sqrt{3}}{2}$
$R\sqrt{2}$	$\frac{R}{2}$
	$\frac{R\sqrt{2}}{2}$
	$\frac{R}{3}$

3. * Αντιστοιχίστε κάθε στοιχείο της στήλης (Α) με το αντίστοιχο στοιχείο της στήλης (Β).

Στήλη Α	**Στήλη Β**
Κεντρική γωνία ω_ν κανονικού πολυγώνου	**Πλευρά λ_ν κανονικού πολυγώνου (συναρτήσει του R)**
	$R\sqrt{2}$

60^{o}	$2R$
90^{o}	R
120^{o}	$R\sqrt{3}$
	$\frac{R\sqrt{3}}{2}$

4. * Αντιστοιχίστε κάθε στοιχείο της στήλης (Α) με το αντίστοιχο στοιχείο της στήλης (Β).

Στήλη Α	**Στήλη Β**
Ακτίνα κύκλου	**Εμβαδόν κύκλου**
	$\frac{\pi\alpha^2}{4}$
2α	$4\pi\alpha^2$
$\alpha\sqrt{3}$	$\frac{3\pi\alpha^2}{2}$
$\frac{\alpha}{\sqrt{2}}$	$3\pi\alpha^2$
	$\frac{\pi\alpha^2}{2}$

5. * Στη στήλη (Α) αναγράφονται το μέτρο μ μοιρών τόξου και η ακτίνα του κύκλου του, R. Στη στήλη (Β) αναγράφεται το μήκος του S. Αντιστοιχίστε κάθε τόξο της στήλης (Α) με το μήκος του στη στήλη (Β).

Στήλη Α	**Στήλη Β**
	$S = \pi$
$\mu = 60^{o}$ $R = 1$	$S = \frac{2\sqrt{3}\pi}{3}$
$\mu = 30^{o}$ $R = \sqrt{2}$	$S = 2\sqrt{3}\pi$
$\mu = 90^{o}$ $R = 2$	$S = \frac{\pi}{3}$
$\mu = 120^{o}$ $R = \sqrt{3}$	$S = \frac{\pi\sqrt{2}}{6}$

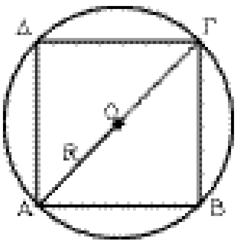
	$S = \frac{\pi\sqrt{2}}{2}$

Ερωτήσεις ανάπτυξης

1. ****** Σε κύκλο ακτίνας R = 3 cm είναι περιγεγραμμένο ισόπλευρο τρίγωνο.
Να υπολογίσετε:
α) Την πλευρά του.
β) Το εμβαδόν του.

2. ****** Υπάρχει κανονικό πολύγωνο εγγεγραμμένο σε κύκλο ακτίνας R του οποίου η κεντρική γωνία είναι 16°; Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

3. ****** Τετράγωνο ΑΒΓΔ είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο
(0, R) και η ημιπερίμετρός του είναι 80 cm. Να υπολογιστούν:



α) Η ακτίνα R του κύκλου.

β) Ο λόγος $\frac{\text{εμβαδό τετραγώνου}}{\text{εμβαδό κύκλου}}$.

4. ****** Τετράγωνο ΑΒΓΔ είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο (0, R).

Γνωρίζοντας (βλέπε το σχήμα της άσκησης 3), ότι ΑΓ - ΑΒ = 12 cm, να υπολογιστούν:

α) Η ακτίνα του κύκλου.

β) Το εμβαδόν του κύκλου.

5. ****** Αν είναι $\lambda_4 + \lambda_3 = 96$ cm όπου λ_4 και λ_3 πλευρές των εγγεγραμμένων σε κύκλο (0, R) τετραγώνου και ισοπλεύρου τριγώνου, να υπολογιστούν:

α) Η ακτίνα R του κύκλου.

β) Τα αποστήματα α_4 και α_3 των ανωτέρω κανονικών πολυγώνων.

6. ****** Να αποδείξετε ότι τα μέσα των πλευρών ενός κανονικού εξαγώνου είναι κορυφές επίσης κανονικού εξαγώνου.

7. ****** Ο λόγος των αποστημάτων δύο κανονικών οκταγώνων είναι $\frac{3}{4}$.

Να υπολογιστούν:

α) Ο λόγος των περιμέτρων τους.

β) Ο λόγος των εμβαδών τους.

8. ****** Κανονικού πολυγώνου, η ακτίνα R είναι 8 cm και το απόστημά του α είναι $4\sqrt{3}$ cm. Να υπολογιστούν:

α) Η πλευρά του λ.

β) Η κεντρική του γωνία ω σε μοίρες.

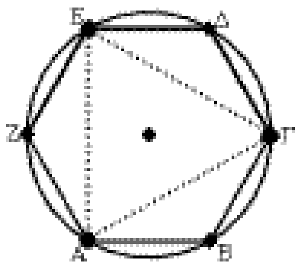
γ) Το πλήθος ν των πλευρών του.

9. ****** Δίνεται κανονικό εξάγωνο ΑΒΓΔΕΖ και ισόπλευρο τρίγωνο ΑΓΕ.

Να υπολογιστούν:

α) Η πλευρά ΑΓ, αν γνωρίζουμε ότι ΑΒ = 6 cm.

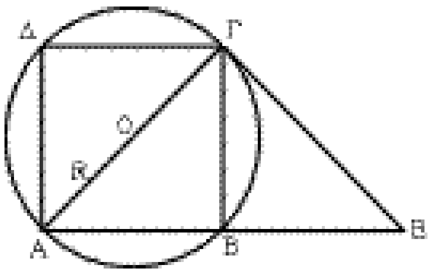
β) Ο λόγος $\frac{(ΑΒΓΔΕΖ)}{(ΑΓΕ)}$ των εμβαδών τους.



10. ****** Δίνεται κύκλος (0, R) και το εγγεγραμμένο τετράγωνο ΑΒΓΔ. Προεκτείνουμε την πλευρά ΑΒ και πάνω στην προέκταση παίρνουμε τμήμα ΒΕ = ΒΑ. Να δείξετε ότι:

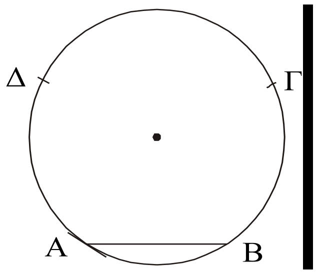
α) ΑΓ = ΓΕ

β) Το ευθύγραμμο τμήμα ΕΓ είναι εφαπτόμενο του κύκλου (0, R) στο σημείο Γ.



γ) Να υπολογιστεί το εμβαδόν του τριγώνου ΑΓΕ (συναρτήσει του R).

11. ** Σε κύκλο ακτίνας R παίρνουμε τα διαδοχικά τόξα $\overset{\frown}{AB}=60^\circ$, $\overset{\frown}{B\Gamma}=90^\circ$, $\overset{\frown}{\Gamma\Delta}=120^\circ$.

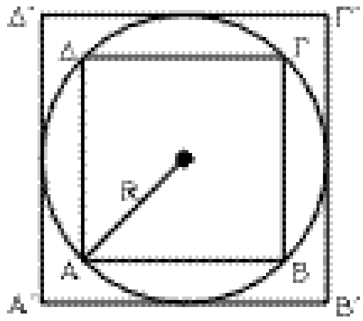


α) Να αποδείξετε ότι το ΑΒΓΔ είναι ισοσκελές τραπέζιο.

β) Να υπολογίσετε τις πλευρές του.

γ) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του.

12. ** Σε κύκλο ακτίνας R το ΑΒΓΔ είναι εγγεγραμμένο τετράγωνο και το Α΄Β΄Γ΄Δ΄ περιγεγραμμένο τετράγωνο.

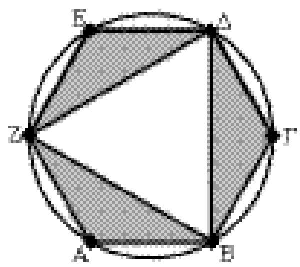


α) Να εκφραστούν οι πλευρές λ_4 και λ'_4 των δύο τετραγώνων συναρτήσει της ακτίνας R.

β) Να βρεθεί ο λόγος των εμβαδών τους $\frac{E}{E'}$.

13. ** Δύο ίσα κανονικά εξάγωνα έχουν μία πλευρά κοινή μήκους λ (τα εξάγωνα δεν ταυτίζονται). Να υπολογίσετε την απόσταση των κέντρων τους συναρτήσει του λ.

14. ** Σε κύκλο ακτίνας R = 3 cm εγγράφονται ισόπλευρο τρίγωνο και κανονικό εξάγωνο. Να υπολογιστούν:



α) Το εμβαδόν του κανονικού εξαγώνου ΑΒΓΔΕΖ.

β) Το εμβαδόν των τριών γραμμοσκιασμένων μερών.

15. ** Σε κύκλο ακτίνας R εγγράφουμε κανονικό πολύγωνο, με κεντρική γωνία ίση με τα $\frac{4}{3}$ μιας ορθής.

α) Ποιο είναι το πλήθος των πλευρών του κανονικού αυτού πολυγώνου;

β) Να βρείτε το εμβαδόν του πολυγώνου αυτού (συναρτήσει του R).

16. ** Σε κύκλο ακτίνας R είναι εγγεγραμμένο κανονικό εξάγωνο. Να βρεθούν:

α) Το εμβαδόν του εξαγώνου (συναρτήσει του R).

β) Το εμβαδόν του μέρους του κύκλου που βρίσκεται έξω από το εξάγωνο.

17. ** Κύκλος είναι εγγεγραμμένος σε τετράγωνο πλευράς α. Να υπολογίσετε:

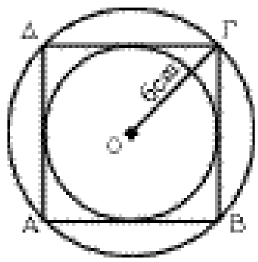
α) Το εμβαδόν του κύκλου (συναρτήσει του α).

β) Το εμβαδόν του μέρους του τετραγώνου, που βρίσκεται εκτός του κύ-κλου.

18. ** Σ' ένα κύκλο με ακτίνα R = 6 cm εγγράφουμε τετράγωνο και στο τετράγωνο εγγράφουμε νέο κύκλο. Να υπολογιστούν:

α) Το εμβαδό του τετραγώνου.

β) Ο λόγος των εμβαδών των δύο κύκλων.



19. ** Κύκλος ακτίνας R διαιρείται σε δύο κυκλικά τμήματα από την πλευρά ΑΒ ισοπλεύρου τριγώνου που είναι εγγεγραμμένο σ' αυτόν. Να υπολογιστούν:

α) Το μήκος του μικρότερου τόξου ΑΒ.

β) Το εμβαδόν του κυκλικού τομέα ΑΟΒ.

20. ** Δύο ίσοι τεμνόμενοι κύκλοι (Ο, R) και (Ο΄, R) έχουν διάκεντρο ίση με $R\sqrt{2}$ και κοινή χορδή ΑΒ. Να βρεθούν:

α) Το εμβαδόν του κυκλικού τομέα ΑΟΒ.

β) Το εμβαδόν του κοινού μέρους των δύο κύκλων.

21. ** Σε κύκλο ακτίνας R η χορδή ΑΒ αντιστοιχεί στην πλευρά λ_4 εγγεγραμμένου τετραγώνου και χωρίζει τον κύκλο σε δύο κυκλικά τμήματα. Να βρεθούν:

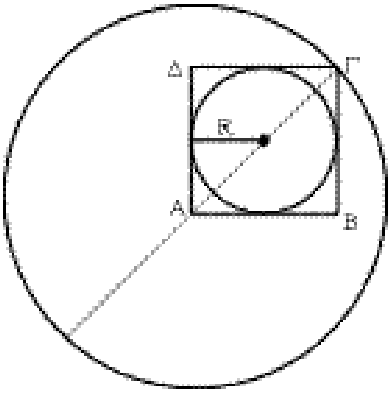
α) Το εμβαδόν του μικρότερου κυκλικού τμήματος του κύκλου.

β) Το εμβαδόν του μεγαλύτερου κυκλικού τμήματος.

22. ** Κύκλος με ακτίνα R είναι εγγεγραμ-μένος σε τετράγωνο ΑΒΓΔ. Με κέντρο την κορυφή Α του τετραγώνου ΑΒΓΔ και ακτίνα την διαγώνιό του ΑΓ γράφουμε κύκλο. Να υπολογιστούν:

α) Το εμβαδόν του τετραγώνου ΑΒΓΔ αν είναι γνωστή η ακτίνα R.

β) Ο λόγος των εμβαδών των δύο κύκλων.



23. ** Σε τετράγωνο πλευράς 2α εγγράφουμε και περιγράφουμε δύο κύκλους. Να υπολογιστούν:

α) Το εμβαδόν του εσωτερικού κύκλου.

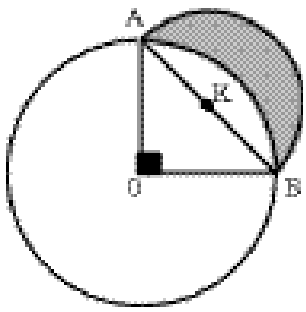
β) Ο λόγος των εμβαδών των δύο κύκλων.

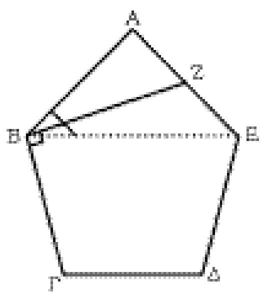
24. ** Να δειχθεί ότι το εμβαδόν κύκλου, που έχει διάμετρο την υποτείνουσα ορθογωνίου τριγώνου είναι ίσο με το άθροισμα των εμβαδών των δύο άλλων κύκλων, που έχουν διαμέτρους τις κάθετες πλευρές του ορθογωνίου τριγώνου.

25. ** Σε κύκλο (0, R) θεωρούμε δύο κάθετες ακτίνες του ΟΑ και ΟΒ. Με διάμετρο την ΑΒ γράφουμε εκτός του κύκλου ημικύκλιο. Να υπολογιστούν:

α) Το εμβαδόν του τριγώνου ΑΟΒ.

β) Το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου μηνί-σκου ΟΑΒ.





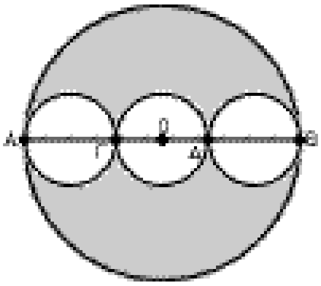
26. ** Να δείξετε ότι η διχοτόμος της γωνίας ΑΒΕ ενός κανονικού πενταγώνου ΑΒΓΔΕ είναι κάθετη στη πλευρά ΒΓ.

27. ** Να δείξετε ότι κάθε διαγώνιος κανονικού πενταγώνου είναι παράλληλη προς μία πλευρά του.

28. ** Δίνεται κανονικό εξάγωνο περιγεγραμμένο σε κύκλο ακτίνας 3cm.
Να υπολογίσετε:
α) την πλευρά του β) το απόστημά του γ) το εμβαδόν του.

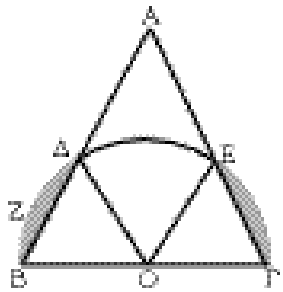
29. ** Δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο ΑΒΓ πλευράς $\lambda_3 = 9$ cm εγγεγραμμένο σε κύκλο, ακτίνας R. Να υπολογιστούν:
α) Το μήκος του κύκλου.
β) Το εμβαδόν των τριών κυκλικών τμημάτων που βρίσκονται έξω από το τρίγωνο.

30. ** Δίνεται κύκλος με διάμετρο ΑΒ = 6α. Διαιρούμε την διάμετρο ΑΒ σε τρία ίσα τμήματα ΑΓ = ΓΔ = ΔΒ. Με διαμέτρους τις ΑΓ, ΓΔ και ΔΒ γράφουμε τρεις ίσους κύκλους. Να υπολογισθούν:



α) Το εμβαδόν του κύκλου με διάμετρο την ΑΒ.
β) Το εμβαδόν καθενός των τριών ίσων κύκλων.
γ) Το λόγο του αθροίσματος των εμβαδών των τριών ίσων κύκλων προς το εμβαδό του κύκλου (Ο,ΟΑ).
δ) Το εμβαδό του γραμμοσκιασμένου χωρίου που βρίσκεται έξω από τους τρεις κύκλους.

31. ** Με διάμετρο την πλευρά ΒΓ = α ισοπλεύρου τριγώνου ΑΒΓ γράφουμε ημικύκλιο που τέμνει τις πλευρές του τριγώνου στα σημεία Δ και Ε.



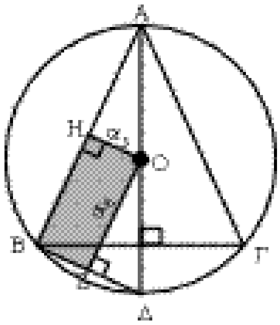
α) Να δείξετε ότι τα τρίγωνα ΟΒΔ και ΟΕΓ είναι ισόπλευρα.
β) Να υπολογιστεί το εμβαδό του κυκλικού τομέα ΟΔΖΒ.
γ) Να υπολογισθούν τα εμβαδά των δύο γραμμοσκιασμένων κυκλικών τμημάτων.

32. ** Δείξτε ότι ο λόγος των εμβαδών του περιγεγραμμένου και του εγγεγραμ-μένου ισοπλεύρου τριγώνου στον κύκλο (Ο, R) είναι $\frac{1}{4}$.

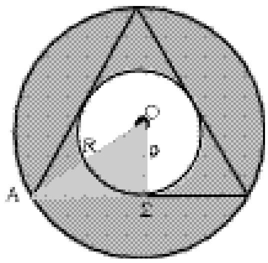
33. ** Να αποδειχθεί:

α) ότι τα συγκεκριμένα αποστήματα $α_3$ και $α_6$ κανονικού τριγώνου και εξαγώνου που είναι εγγεγραμμένα στον ίδιο κύκλο ακτίνας R είναι μεταξύ τους κάθετα (βλ. διπλανό σχήμα) και

β) ότι τα τρίγωνα ΑΟΒ και ΟΒΔ είναι ισεμβαδικά.



34. ** Να αποδειχτεί ότι το εμβαδόν Ε κυκλικής στεφάνης που σχηματίζεται μεταξύ των δύο κύκλων ακτίνων R και ρ (με R > ρ), ισούται με $π\dfrac{4\,(ΟΑΣ)^2}{ρ^2}$.



35. ** Κανονικού εξαγώνου ΑΒΓΔΕΖ οι πλευρές ΑΒ,ΓΔ τέμνονται στο Ο. Να βρεθεί το εμβαδόν του τριγώνου ΟΑΔ συναρτήσει της ακτίνας R του περιγεγραμμένου στο εξάγωνο κύκλου.

36. ** Το εμβαδόν ισόπλευρου τριγώνου εγγεγραμμένου σε κύκλο είναι $12\sqrt{3}cm^2$. Αν στον ίδιο κύκλο εγγράψουμε τετράγωνο, να βρεθούν:

α) Η πλευρά του $λ_4$

β) Το απόστημα του $α_4$

γ) Το εμβαδόν του $Ε_4$

37. ** Μέσα σ' ένα χωράφι σχήματος τετραγώνου κατασκευάσαμε το μεγαλύτερο κυκλικό αλώνι που ήταν δυνατό ακτίνας 40 m.

α) Ποιο ήταν το μήκος της πλευράς του τετραγωνικού χωραφιού;

β) Ποια είναι η αξία του χωραφιού αν στην περιοχή αυτή η γη κοστίζει 10.000 δρχ./m^2;

γ) Πόσο είναι το εμβαδόν του χωραφιού που είναι έξω από το κυκλικό αλώνι;

38. ** Η διάμετρος τροχού ποδηλάτου είναι 0.50 m. Πόσες στροφές θα κάνει σε μία διαδρομή 1 Km;

39. ****** Στο εσωτερικό κυκλικού πάρκου ακτίνας 6 m θέλουμε να κάνουμε μια διακοσμητική πλακόστρωση σχήματος τετραγώνου με το μεγαλύτερο δυνατό εμβαδό.

α) Αν τα διακοσμητικά πλακάκια έχουν εμβαδό 0.09 m^2, πόσα θα χρειαστούν για τη διακόσμηση αυτή;

β) Στο μέρος του πάρκου που δεν θα πλακοστρωθεί θέλουμε να φυτέψουμε γκαζόν του οποίου το κόστος είναι 3.000 δρχ. ανά m^2. Πόσο θα κοστίσει το γκαζόν;

ΣΧΕΔΙΑ ΚΡΙΤΗΡΙΩΝ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ ΤΟΥ ΜΑΘΗΤΗ ΣΤΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

1ο Σχέδιο Κριτηρίου Αξιολόγησης του Μαθητή
στη Γεωμετρία
(διάρκεια: 1 ώρα)

Θέμα 1ο

Α. Σε κύκλο (Ο, R) είναι εγγεγραμμένο τετράγωνο. Να υπολογίσετε συναρτήσει της ακτίνας R

α) την πλευρά του

β) το απόστημά του.

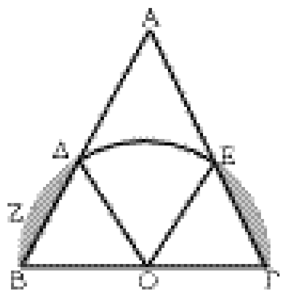
Β. Σε κύκλο (Ο,R) είναι εγγεγραμμένο τετράγωνο.

Να συμπληρωθεί ο παρακάτω πίνακας (λ_4 η πλευρά του, α_4 το απόστημά του και E_4 το εμβαδόν του)

ν	R	λ_4	α_4	E_4
4				225
4			6	
4	3			

Θέμα 2ο

Με διάμετρο την πλευρά ΒΓ = α ισοπλεύρου τριγώνου ΑΒΓ γράφουμε ημικύκλιο προς το ίδιο μέρος του τριγώνου στα σημεία Δ και Ε.



α) Να δείξετε ότι τα τρίγωνο ΟΒΔ και ΟΕΓ είναι ισόπλευρα.

β) Να υπολογισθεί το εμβαδόν του κυκλικού τομέα ΟΔΖΒ.

γ) Να υπολογισθούν τα εμβαδά των δύο κυκλικών τμημάτων που βρίσκονται έξω από το τρίγωνο.

2ο Σχέδιο Κριτηρίου Αξιολόγησης του Μαθητή
στη Γεωμετρία
(διάρκεια: 1 ώρα)

Θέμα 1ο

Α. Σε κύκλο (Ο, R) είναι εγγεγραμμένο ισόπλευρο τρίγωνο. Να υπολογίσετε συναρτήσει της ακτίνας R.

α) την πλευρά του

β) το απόστημά του

Β. Σε κύκλο (Ο,R) είναι εγγεγραμμένο ισόπλευρο τρίγωνο. Να συμπληρωθεί ο παρακάτω πίνακας.

(λ_3 η πλευρά του, α_3 το απόστημά του και E_3 το εμβαδό του).

ν	R	λ_3	E_3
3	6		
3		5	
3			$100\sqrt{3}$

Θέμα 2ο

Κύκλος είναι εγγεγραμμένος σε τετράγωνο πλευράς α. Να υπολογίσετε:

α) Το εμβαδό του κύκλου (συνάρτηση του α)

β) Το εμβαδό του μέρους του τετραγώνου, που βρίσκεται εκτός του κύκλου.

1ο Σχέδιο Κριτηρίου Αξιολόγησης του Μαθητή στη Γεωμετρία (διάρκεια: 3 ώρες)

Θέμα 1ο

Α. Σε κύκλο (O, R) είναι εγγεγραμμένο ένα κανονικό εξάγωνο.

Να υπολογισθούν συναρτήσει της ακτίνας R του κύκλου:

α) η πλευρά του λ_6

β) Το απόστημα α_6 και

γ) Το εμβαδόν του εξαγώνου

Β. α) Αν το απόστημα κανονικού εξαγώνου εγγεγραμμένου σε κύκλο είναι $5\sqrt{3}$ cm τότε η ακτίνα του κύκλου είναι (μετρημένη σε cm)

i) 5 **ii)** 10 **iii)** 15 **iv)** 20 **v)** 25

β) Αν η κεντρική γωνία κανονικού πολυγώνου εγγεγραμμένου σε κύκλο ακτίνας 6 cm είναι 60^0 τότε η πλευρά του είναι (μετρημένη σε cm)

i) 3 **ii)** 6 **iii)** 9 **iv)** 20 **v)** 15

γ) Ένα κανονικό εξάγωνο είναι εγγεγραμένο σε κύκλο ακτίνας 4cm. Το εμβαδό του σε cm^2 είναι

i) $4\sqrt{3}$ **ii)** $8\sqrt{3}$ **iii)** $10\sqrt{3}$ **iv)** $16\sqrt{3}$ **v)** $24\sqrt{3}$

δ) Το κανονικό πολύγωνο του οποίου η πλευρά του λ_ν ισούται με την ακτίνα R του περιγεγραμμένου κύκλου είναι

i) τρίγωνο **ii)** τετράγωνο **iii)** εξάγωνο **iv)** δεκάγωνο

ε) Κάθε κανονικό πολύγωνο που μπορεί να χωριστεί σε διαδοχικά ισόπλευρα και ίσα τρίγωνα με κοινή κορυφή το κέντρο του πολυγώνου είναι

i) τετράγωνο **ii)** πεντάγωνο **iii)** εξάγωνο

iv) δεκάγωνο **v)** τίποτα από τα παραπάνω

Θέμα 2ο

Ισοσκελούς τραπεζίου η περίμετρός είναι 60m. Το εμβαδόν του είναι $160m^2$ και το ύψος του είναι 8m. Να βρείτε:

α) Τις μη παράλληλες πλευρές του.

β) Τη μεγάλη βάση του τραπεζίου.

γ) Τη μικρή βάση του τραπεζίου.

Θέμα 3ο

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ και η διάμεσός του ΑΜ. Στην προέκταση της ΒΓ παίρνουμε σημείο Ε, ώστε $ΓΕ = \frac{α}{2}$. Να αποδείξετε ότι:

α) $γ^2 + β^2 - 2μ_α^2 = \frac{α^2}{2}$ **β)** $ΑΕ^2 = 3β^2 + γ^2 - 3μ_α^2$

Θέμα 4ο

Για να ρυμοτομηθεί τετραγωνικό αγροτεμάχιο πλευράς 600 m, κατασκευάζεται στο κέντρο του τετραγωνική πλατεία πλευρά 300m. Το υπόλοιπο αγροτεμάχιο χωρίζεται σε 8 ίσα οικόπεδα με πρόσοψη στην πλατεία.

α) Σχεδιάστε τις διαγωνίους του τετραγωνικού αγροτεμαχίου και υπολογίστε το μήκος τους.

β) Τοποθετήστε στο σχήμα την τετραγωνική πλατεία και υπολογίστε το εμβαδόν της.

γ) Ολοκληρώστε το σχήμα σχεδιάζοντας τα 8 ζητούμενα ίσα οικόπεδα. Τι σχήμα έχουν αυτά;

δ) Υπολογίστε για καθένα από τα 8 οικόπεδα:

i) το εμβαδόν του **ii)** την περίμετρό του

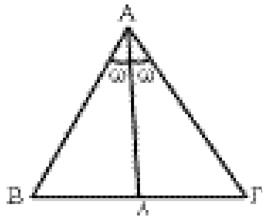
2ο Σχέδιο Κριτηρίου Αξιολόγησης του Μαθητή στη Γεωμετρία (διάρκεια: 3 ώρες)

Θέμα 1ο

Α. Σε τρίγωνο ΑΒΓ να διατυπώσετε, κάνοντας το αντίστοιχο σχήμα, τα θεωρήματα

α) εσωτερικής διχοτόμου **β)** εξωτερικής διχοτόμου

Β. α) Στο διπλανό σχήμα η ΑΔ είναι η διχοτόμος της γωνίας Α του τριγώνου ΑΒΓ. Σωστή είναι η σχέση

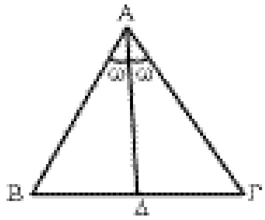


i) $ΔΒ\cdot ΑΓ = ΔΓ\cdot ΑΒ$ **ii)** $ΔΒ.ΔΓ = ΑΒ\cdot ΑΓ$

iii) $ΔΒ\cdot ΑΒ = ΔΓ.ΑΓ$ **iv)** $\frac{ΔΒ}{ΑΓ} = \frac{ΑΒ}{ΔΓ}$ **v)** $\frac{ΔΒ}{ΑΒ} = \frac{ΑΓ}{ΔΓ}$

β) Το τρίγωνο ΑΒΓ έχει την ΑΔ διχοτόμο.

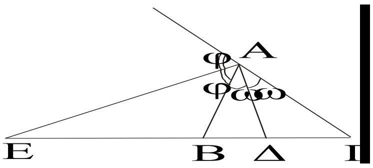
Το ΒΔ ισούται με



i) $\frac{αβ}{α+β}$ **ii)** $\frac{α+γ}{2αγ}$

iii) $\frac{αγ}{α+γ}$ **iv)** $\frac{αγ}{β+γ}$ **v)** $\frac{βγ}{β\text{-}γ}$

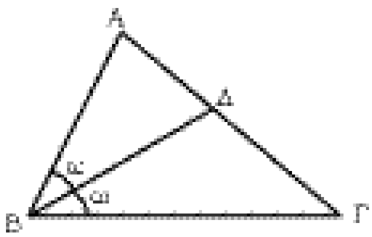
γ) Στο διπλανό σχήμα η ΑΔ είναι εσωτε-ρική διχοτόμος της γωνίας Α του τριγώ-νου ΑΒΓ και η ΑΕ είναι εξωτερική διχοτόμος της γωνίας Α. Σωστή είναι η σχέση



i) $\frac{ΒΔ}{ΔΓ} = \frac{ΕΓ}{ΕΒ}$ **ii)** $\frac{ΕΒ}{ΕΓ} = \frac{ΒΔ}{ΒΓ}$ **iii)** $\frac{ΒΔ}{ΔΓ} = \frac{ΕΒ}{ΕΓ}$

iv) $\frac{ΕΒ}{ΕΓ} = \frac{ΕΔ}{ΒΓ}$ **v)** $\frac{ΕΒ}{ΒΓ} = \frac{ΒΔ}{ΔΓ}$

δ) Στο διπλανό σχήμα η ΒΔ είναι εσωτε-ρική διχοτόμος της γωνίας Β του τριγώ-νου ΑΒΓ. Σωστή είναι η σχέση



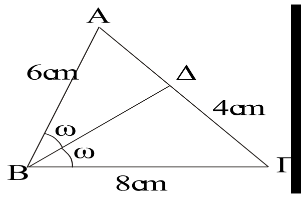
i) $\frac{ΔΓ}{ΑΓ} = \frac{ΒΓ}{ΑΒ}$ **ii)** $\frac{ΔΓ}{ΑΔ} = \frac{ΒΓ}{ΑΒ}$

iii) $\frac{ΑΔ}{ΑΓ}=\frac{ΒΓ}{ΑΒ}$ **iv)** $\frac{ΑΒ}{ΒΓ}=\frac{ΒΔ}{ΑΓ}$ **v)** $ΑΒ \cdot ΒΔ = ΔΓ \cdot ΒΓ$

ε) Στο διπλανό σχήμα η ΒΔ είναι εσωτερική διχοτόμος της γωνίας Β του τριγώνου ΑΒΓ. Το τμήμα ΑΔ είναι

i) 5 cm **ii)** 4 cm **iii)** 3 cm

iv) 2 cm **v)** 1 cm



Θέμα 2ο

Έστω τρίγωνο ΑΒΓ και Ο τυχαίο σημείο στο εσωτερικό του. Φέρνουμε $ΟΛ \perp ΑΓ$ με ΟΛ=ΑΓ και $ΟΜ \perp ΒΓ$ με ΟΜ=ΒΓ. Δείξτε ότι:

α) $Μ\hat{Ο}Λ+\hat{Γ}=180^o$ **β)** (ΟΜΛ) = (ΑΒΓ)

Θέμα 3ο

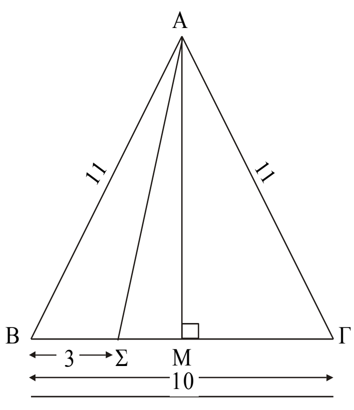
Σε κύκλο ακτίνας R είναι εγγεγραμμένο τετράγωνο ΑΒΓΔ και περιγεγραμμένο τετράγωνο Α΄Β΄Γ΄Δ΄.

α) Να εκφραστούν οι πλευρές $λ_4, λ'_4$ των δύο τετραγώνων συναρτήσει του R.

β) Να βρεθεί ο λόγος των εμβαδών τους.

Θέμα 4ο

Σε τοπογραφικό διάγραμμα έχουν απεικονιστεί οι θέσεις των κοινοτήτων Α, Β, Μ, Γ όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Στο σημείο Σ χτίζεται ένα σχολείο για τις ανάγκες και των τεσσάρων κοινοτήτων. Οι κάτοικοι της κοινότητας Α διαμαρτύρονται διότι, όπως ισχυρίζονται, το σχολείο είναι πιο μακριά από το χωριό τους σε σχέση με τις άλλες κοινότητες. Για να ελέγξετε αν διαμαρτύρονται δικαίως οι κάτοικοι της κοινότητας Α, να υπολογίσετε:



α) Την απόσταση της κοινότητας Α από το σχολείο Σ.

β) Τις αποστάσεις των κοινοτήτων Γ και Μ από τα σχολείο Σ.

γ) Αν το σχολείο Σ μεταφερθεί στην κοινότητα Μ, ποιες θα είναι οι αποστάσεις των κοινοτήτων Α,Β και Γ από τη νέα θέση του σχολείο Σ;

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ - ΥΠΟΔΕΙΞΕΙΣ ΣΤΙΣ ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

ΚΑΝΟΝΙΚΑ ΠΟΛΥΓΩΝΑ

Απαντήσεις στις ερωτήσεις «Σωστό - Λάθος»

1. Σ	**10. Λ**	**19. Σ**
2. Σ	**11. Λ**	**20. Λ**
3. Λ	**12. Σ**	**21. Λ**
4. Λ	**13. Λ**	**22. Σ**
5. Λ	**14. Σ**	**23. Λ**
6. Λ	**15. Λ**	**24. Σ**
7. Σ	**16. Λ**	**25. Σ**
8. Λ	**17. Σ**	**26. Λ**
9. Σ	**18. Σ**	

Απαντήσεις στις ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής

1. Β	**10. Γ**	**18. Ε**	**26. Δ**
2. Γ	**11. Γ**	**19. Δ**	**27. Γ**
3. Δ	**12. Γ**	**20. Δ**	**28. Γ**
4. Γ	**13. Δ**	**21. Β**	**29. Β**
5. Β	**14. Β**	**22. Ε**	**30. Α**
6. Α	**15. Δ**	**23. Γ**	**31. Δ**
7. Ε	**16. Β**	**24. Β**	**32. Δ**
8. Β	**17. Γ**	**25. Β**	**33. Γ**
9. Β			

Απαντήσεις στις ερωτήσεις συμπλήρωσης

1. $\lambda_\nu = R\sqrt{3}$ $\nu = 3$

2. $\lambda_\nu = R$ $\nu = 6$

3. $\lambda_\nu = R\sqrt{2}$ $\nu = 4$

4. $\alpha_\nu = \dfrac{R\sqrt{3}}{2}$ $\nu = 6$

5.

Κανονικό πολύγωνο	**Κεντρική γωνία (ω_ν) σε μοίρες**	**Γωνία πολυγώνου (φ_ν) σε μοίρες**
τρίγωνο	120	60
τετράγωνο	90	90
οκτάγωνο	45	135
δεκάγωνο	36	144
εικοσάγωνο	18	162

6.

Κεντρική γωνία (ω_ν) κανονικού πολυγώνου σε μοίρες	**Πλήθος πλευρών (ν) κανονικού πολυγώνου**
6	60
10	36
15	24
72	5

7.

ν: πλευρές κανονικού πολυγώνου	**λ_ν: πλευρά κανονικού πολυγώνου**	**α_ν: απόστημα κανονικού πολυγώνου**	**E_ν: εμβαδόν κανονικού πολυγώνου**
3	$R\sqrt{3}$	$\dfrac{R}{2}$	$\dfrac{3}{4}R^2\sqrt{3}$
4	$R\sqrt{2}$	$\dfrac{R\sqrt{2}}{2}$	$2R^2$

6	R	$\frac{R\sqrt{3}}{2}$	$\frac{3}{2}R^2\sqrt{3}$

8.

Γωνία (φ_ν) κανονικού πολυγώνου σε μοίρες	**Είδος κανονικού πολυγώνου**
60	ισόπλευρο τρίγωνο
108	κανονικό πεντάγωνο
135	κανονικό οκτάγωνο
150	κανονικό δωδεκάγωνο

9.

ν : πλήθος πλευρών κανονικού πολυγώνου	**α_ν: απόστημα κανονικού πολυγώνου**	**λ_ν: πλευρά κανονικού πολυγώνου**	**E_ν: εμβαδόν κανονικού πολυγώνου**
3	5cm	$10\sqrt{3}$cm	$75\sqrt{3}\text{cm}^2$
4	6cm	12cm	144cm^2
6	$5\sqrt{3}$cm	10cm	$150\sqrt{3}\text{cm}^2$

10.

Ακτίνα R κύκλου	**Μήκος L κύκλου**	**Εμβαδόν Ε κύκλου**
15	30π	225π
10α	$20\pi\alpha$	$100\pi\alpha^2$
$2\alpha\sqrt{3}$	$4\sqrt{3}\pi\alpha$	$12\pi\alpha^2$
$\alpha\sqrt{15}$	$2\sqrt{15}\pi\alpha$	$15\pi\alpha^2$
$\sqrt{7}$	$2\sqrt{7}\pi$	7π
$\frac{\alpha}{\sqrt{3}}$	$\frac{2}{3}\sqrt{3}\pi\alpha$	$\frac{1}{3}\pi\alpha^2$

11.

Ακτίνα R κύκλου	**Γωνία μ μοιρών κυκλικού τομέα**	**Μήκος τόξου S**	**Εμβαδόν Ε κυκλικού**

			τομέα
8	30	$\frac{4}{3}\pi$	$\frac{16\pi}{3}$
9	36	$\frac{9\pi}{5}$	$8{,}1\pi$
5α	60	$\frac{5}{3}\pi\alpha$	$\frac{25}{6}\pi\alpha^2$
$\frac{\alpha\sqrt{5}}{5}$	150	$\frac{\sqrt{5}}{6}\pi\alpha$	$\frac{\pi\alpha^2}{12}$
$2\alpha\sqrt{5}$	300	$\frac{10}{3}\sqrt{5}\pi\alpha$	$\frac{50}{3}\pi\alpha^2$

12.

Τόξο μ μοιρών	**Μήκος τόξου**
10	$\frac{\pi R}{18}$
45	$\frac{\pi R}{4}$
135	$\frac{3\pi R}{4}$
180	$\pi \cdot R$

Απαντήσεις στις ερωτήσεις αντιστοίχισης

1.

(Α)	**(Β)**
τρίγωνο	$\frac{3R^2\sqrt{3}}{4}$
τετράγωνο	$2R^2$
εξάγωνο	$\frac{3}{2}R^2\sqrt{3}$

2.

(Α)	**(Β)**
R	$\frac{R\sqrt{3}}{2}$
$R\sqrt{3}$	$\frac{R}{2}$
$R\sqrt{2}$	$\frac{R\sqrt{2}}{2}$

3.

(Α)	**(Β)**

4.

(Α)	**(Β)**

60^o	R
90^o	$R\sqrt{2}$
120^o	$R\sqrt{3}$

2α	$4\pi\alpha^2$
$\alpha\sqrt{3}$	$3\pi\alpha^2$
$\frac{\alpha}{\sqrt{2}}$	$\frac{\pi\alpha^2}{2}$

5.

(A)	**(B)**
$\mu = 60^o$ R=1	$S = \frac{\pi}{3}$
$\mu = 30^o$ $R = \sqrt{2}$	$S = \frac{\pi\sqrt{2}}{6}$
$\mu = 90^o$ $R = 2$	$S = \pi$
$\mu = 120^o$ $R = \sqrt{3}$	$S = \frac{2\sqrt{3}\pi}{3}$

Απαντήσεις στις ερωτήσεις ανάπτυξης

1. α) $\alpha = 6\sqrt{3}cm$ β) $E = 27\sqrt{3}cm^2$.

2. Όχι, γιατί το ν πρέπει να ανήκει στο N-{1,2}.

3. α) $R = 20\sqrt{2}$ cm

β) Η πλευρά του τετραγώνου είναι α = 40cm.

Άρα $\lambda = \frac{E_{\tau\varepsilon\tau\rho\alpha\gamma\acute{\omega}\nu o\upsilon}}{E_{\kappa\acute{\upsilon}\kappa\lambda o\upsilon}} = \frac{1600cm^2}{\pi\cdot 800cm^2} = \frac{2}{\pi}$

4. α) $A\Gamma - AB = 2R - R\sqrt{2} = 12 \Rightarrow R = 6(2+\sqrt{2})cm$

β) $E_{\kappa\acute{\upsilon}\kappa\lambda o\upsilon} = 72\pi(3+2\sqrt{2})cm^2$

5. α) $R = 96(\sqrt{3}-\sqrt{2})cm$

β) $\alpha_4 = 48(\sqrt{6}-2)cm$ $\alpha_3 = 48(\sqrt{3}-\sqrt{2})cm$

6. Με σύγκριση τριγώνων προκύπτει ότι το νέο εξάγωνο έχει ίσες πλευρές και ίσες γωνίες.

7. Εάν $\frac{\alpha_8}{\alpha'_8}=\frac{3}{4}$ τότε α) $\frac{\Pi}{\Pi'}=\frac{3}{4}$ β) $\frac{E}{E'}=\frac{9}{16}$

8. α) Με εφαρμογή Πυθαγορείου θεωρήματος προκύπτει $\lambda_\nu=8\text{cm}$

β) $R=\lambda_\nu$ άρα $\omega_\nu=60^\circ$

γ) $\nu=6$

9. α) $A\Gamma=6\sqrt{3}\,\text{cm}$

β) $\lambda=\frac{(AB\Gamma\Delta EZ)}{(A\Gamma E)}=2$

10. α) Το τρίγωνο ΑΓΕ είναι ισοσκελές, αφού το ΓΒ είναι και διάμεσος και ύψος

β) Η γωνία ΑΓΕ είναι ορθή

γ) $(A\Gamma E)=2R^2$

11. α) $\overset{\frown}{A\Delta}=\overset{\frown}{B\Gamma}=90^\circ$ και ΑΒ//ΓΔ $(\hat{B}+\hat{\Gamma}=105^\circ+75^\circ=180^\circ)$

β) $AB=\lambda_6=R$, $B\Gamma=\lambda_4=R\sqrt{2}$, $\Gamma\Delta=\lambda_3=R\sqrt{3}$, $A\Delta=\lambda_4=R\sqrt{2}$

γ) $E=\frac{1}{4}(R+R\sqrt{3})^2$

12. α) $\lambda_4=R\sqrt{2}$, $\lambda'_4=2R$ β) $\lambda=\frac{E}{E'}=\frac{1}{2}$

13. $K\Lambda=2\alpha_6=\lambda\sqrt{3}$

14. α) $\lambda_6=3$ $E_{(AB\Gamma\Delta EZ)}=\frac{27\sqrt{3}}{2}\text{cm}^2$

β) $E=E_{(AB\Gamma\Delta EZ)}-E_{(ZB\Delta)}=\frac{27\sqrt{3}}{4}\text{cm}^2$

15. α) $\nu=3$ β) $\lambda_3=R\sqrt{3}$ $E_3=\frac{3R^2\sqrt{3}}{4}$

16. α) $E_6=\frac{6\cdot R^2\sqrt{3}}{4}$ β) $E=\frac{R^2}{2}(2\pi-3\sqrt{3})$

17. α) $E_{\text{κύκλου}} = \dfrac{\pi\alpha^2}{4}$ β) $E = \dfrac{\alpha^2}{4}(4-\pi)$

18. α) $\lambda_4 = 6\sqrt{2}\text{cm}$ $E_{(ΑΒΓΔ)} = 72\text{cm}^2$ β) $\lambda = \dfrac{\pi\cdot 6^2}{\pi\cdot(3\sqrt{2})^2} = 2\text{cm}$

19. α) $S_{\overset{\frown}{AB}} = \dfrac{\pi\cdot R\cdot 120^o}{180^o} = \dfrac{2}{3}\pi R$

β) $E_{\text{κ.τομ.}} = \dfrac{\pi\cdot R^2\cdot 120^o}{360^o} = \dfrac{\pi R^2}{3}$

20. α) $\hat{AOB} = 90^o$ $E_{\text{κ.τομ.}AOB} = \dfrac{\pi\cdot R^2}{4}$

β) $E = \dfrac{R^2(\pi-2)}{2}$

21. α) $AB = \lambda_4 = R\sqrt{2}$ $E = \dfrac{R^2}{4}(\pi-2)$

β) $E = \dfrac{R^2}{4}(3\pi+2)$

22. α) $AB = 2R$, $E_{(ΑΒΓΔ)} = 4R^2$

β) $\lambda = \dfrac{\pi\cdot R^2}{\pi\cdot(ΑΓ)^2} = \dfrac{1}{8}$

23. α) $E = \pi\,\alpha^2$ β) $\lambda = \dfrac{\pi\cdot\alpha^2}{\pi\cdot(\alpha\sqrt{2})^2} = \dfrac{1}{2}$

24. Εάν α, β, γ οι πλευρές ορθογωνίου τριγώνου, ισχύει $\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2$ και τότε

$\dfrac{\pi\,\alpha^2}{4} = \dfrac{\pi\,\beta^2}{4} + \dfrac{\pi\,\gamma^2}{4}$.

25. α) $(AOB) = \dfrac{R^2}{2}$

β) $E = E_{\text{ημικυκλ.}}(K, AK) - [E_{\text{κυκλ.τομεαAOB}} - (\overset{\Delta}{AOB})] = \dfrac{R^2}{2}$

26. $\hat{A} = 108^o$.

Από το ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΕ προκύπτει $Α\hat{Β}Ε = 36^o$, $Γ\hat{Β}Ε = 72^o$.

Άρα $\hat{\Gamma B Z} = 72^o + 18^o = 90^o$.

27. $\hat{E B \Gamma} = 72^o$ και $\hat{\Gamma} = 108^o$. Άρα ΕΒ//ΓΔ.

28. α) η πλευρά λ'_6 του περιγεγραμμένου εξαγώνου είναι $2\sqrt{3}\text{cm}$

β) $\alpha'_6 = 3\text{cm}$

γ) $E'_6 = 18\sqrt{3}\text{cm}^2$

29. α) Το μήκος του κύκλου $L = 6\pi\sqrt{3}\text{cm}$

β) Το εμβαδόν των χωρίων που βρίσκονται έξω από το τρίγωνο είναι

$$\left(27\pi - \frac{81\sqrt{3}}{4}\right)\text{cm}^2 = 9\left(3\pi - \frac{9\sqrt{3}}{4}\right)\text{cm}^2$$

30. α) Το εμβαδόν του κύκλου είναι $E = 9\pi\alpha^2$

β) $\pi\alpha^2$ γ) $\frac{1}{3}$ δ) $6\pi\alpha^2$

31. α) Το ΟΒΔ τρίγωνο είναι ισοσκελές (ΟΔ = ΟΒ) με $\hat{B} = 60^o$, άρα είναι ισόπλευρο. Όμοια και το τρίγωνο ΟΕΓ.

β) $E = \dfrac{\pi\alpha^2}{24}$ γ) $E = \alpha^2\left(\dfrac{\pi}{12} - \dfrac{\sqrt{3}}{8}\right)\text{cm}^2$

32. $$\frac{E_{\varepsilon\gamma/\nu o\upsilon}}{E_{\pi\varepsilon\rho/\nu o\upsilon}} = \left(\frac{\alpha_3}{\alpha'_3}\right)^2 = \left(\frac{R/2}{R}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

33. Η γωνία ΑΒΔ είναι ορθή (γιατί βαίνει σε ημικύκλιο).

$$(AOB) = \frac{\alpha_3 \cdot AB}{2} = \frac{R/2 \cdot R\sqrt{3}}{2} = \frac{R^2\sqrt{3}}{4}$$

$$(OB\Delta) = \frac{\alpha_6 \cdot B\Delta}{2} = \frac{R\sqrt{3}/2 \cdot R}{2} = \frac{R^2\sqrt{3}}{4}$$

34. $$E_{\sigma\tau\varepsilon\varphi.} = \pi R^2 - \pi\rho^2 = \pi(R^2 - \rho^2) = \pi \cdot A\Sigma^2 = \pi\left[\frac{2(OA\Sigma)}{\rho}\right]^2 = \pi\frac{4(OA\Sigma)^2}{\rho^2}$$

35. $(OA\Delta) = R^2\sqrt{3}$

36. $E_3 = 3\dfrac{\lambda_3 \alpha_3}{2} = \dfrac{3R\sqrt{3}\cdot R/2}{2} = \dfrac{3R^2\sqrt{3}}{4} \Leftrightarrow \dfrac{3R^2\sqrt{3}}{4} = 12\sqrt{3} \Leftrightarrow R = 4cm$

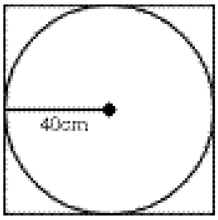
$\lambda_4 = R\sqrt{2} = 4\sqrt{2}cm$ $\alpha_4 = 2\sqrt{2}\,cm$

$E_4 = 32\,cm^2$

37. α) 80m

β) 64.000.000 δρχ.

γ) $1.600(4-\pi)m^2$



38. $L = 0,5\pi$

Αν ν ο αριθμός στροφών, $\nu \cdot L = 1000 \Rightarrow \nu = \dfrac{2000}{\pi}$

39. α) 800 πλακάκια

β) 123.120 δρχ.