

ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

No 6

Τάξη : Β΄ Λυκείου
Μάθημα : Μαθηματικά
Κεφάλαιο : 4^ο
Διδακτική ενότητα : 6^η
Ημερομηνία : 28-4-2019
Διδάσκων καθηγητής : Ηλίας Ράιδος

ΕΠΙΠΕΔΟ 1ο

Α. ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΘΕΩΡΙΑΣ

α) Βασικές ερωτήσεις θεωρίας

Ερώτηση 1^η : Τι λέγεται Διοφαντική ανάλυση;

Ερώτηση 2^η : Τι λέγεται γραμμική Διοφαντική εξίσωση;

Ερώτηση 3^η : Ποια είναι η συνθήκη για την οποία η διοφαντική εξίσωση έχει λύση;

Ερώτηση 4^η : Ποιες είναι οι άπειρες λύσεις της Διοφαντικής εξίσωσης;

Ερώτηση 5^η : Ποια είναι η γεωμετρική ερμηνεία του Θεωρήματος 10;

Β. ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΚΑΙ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΣΤΗΝ ΕΝΟΤΗΤΑ

α) Παραδείγματα και εφαρμογές του σχολικού βιβλίου

1. Άσκηση 1 Σχολικό σελίδα 174
2. Άσκηση 2 Σχολικό σελίδα 174
3. Άσκηση 3 Σχολικό σελίδα 175
4. Άσκηση 1 Σχολικό σελίδα 175
5. Άσκηση 1 Σχολικό σελίδα 175

β) Συμπληρωματικά παραδείγματα και εφαρμογές.

6. Άσκηση 1 Σχολικό σελίδα 175 Β' Ομάδα
7. Άσκηση 2 Σχολικό σελίδα 175 Β' Ομάδα
8. Άσκηση 3 Σχολικό σελίδα 175 Β' Ομάδα
9. Άσκηση 4 Σχολικό σελίδα 175 Β' Ομάδα
10. Άσκηση 5 Σχολικό σελίδα 175 Β' Ομάδα

ΕΠΙΠΕΔΟ 2ο

1. ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΡΙΣΕΩΣ ΣΩΣΤΟ - ΛΑΘΟΣ

Να απαντήσετε στις ερωτήσεις κρίσεως και στα ερωτήματα σωστό ή λάθος, δικαιολογώντας την απάντησή σας.

ΕΡΩΤΗΣΗ 1η

Είναι σωστό ή λάθος ότι:
Η εξίσωση $2\chi + 6\psi = 11$
είναι αδύνατη.

ΕΡΩΤΗΣΗ 2η

Υπάρχουν θετικές τιμές του χ
τέτοιες ώστε η παράσταση
 $\frac{7\chi - 15}{3}$ να είναι θετικός
ακέραιος;

ΕΡΩΤΗΣΗ 3η

Είναι σωστό ή λάθος ότι:
Η εξίσωση $|4\chi - 1| + |2\psi - 3| = 5$
Έχει ακέραιες λύσεις όταν $\chi > 1$
και $\psi > 2$.

ΕΡΩΤΗΣΗ 4η

Υπάρχει θετικός ακέραιος που
διαίρεται με το 4 δίνει υπόλοιπο
3 και διαιρούμενος με το 5 δίνει
υπόλοιπο 4 ;

ΕΡΩΤΗΣΗ 5η

Η εξίσωση $3\chi - 2\psi = 5$ έχει
άπειρες θετικές ακέραιες λύσεις;

2.ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΙΣΗ - ΣΥΜΠΛΗΡΩΣΗ ΚΕΝΟΥ - ΔΙΑΤΑΞΗ

Κάθε στοιχείο της στήλης (Α) αντιστοιχίζεται με ένα μόνο στοιχείο της στήλης (Β). Συνδέστε με μία γραμμή τα στοιχεία των δύο στηλών.

Στήλη (Α)	Στήλη (Β)
$\chi^2 + \psi^2 = z^2$	Α.Wiles (1994)
$\chi = \mu^2 - \nu^2, \psi = 2\mu\nu, z = \mu^2 + \nu^2$	Βαβυλώνιοι
$\chi^v + \psi^v = z^v$ αδύνατη	Πυθαγόρειοι
$\chi^v + \psi^v = z^v$ έχει λύση	P.Fermat (1601-1665)

Συμπληρώστε τις προτάσεις που ακολουθούν:

α) Η γραμμική διοφαντική εξίσωση έχει λύση αν και μόνο αν

Για $\delta = 1$ έχει άπειρες λύσεις της μορφής

β) Η γεωμετρική ερμηνεία του θεωρήματος των λύσεων της γραμμικής διοφαντικής

εξίσωσης προκύπτει

Διαγράψτε αυτά που έρχονται σε αντίθεση με τα δεδομένα.

Οι ακέραιες λύσεις της γραμμικής διοφαντικής εξίσωσης $2\chi + \psi = 20$ είναι :

χ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ψ	18	16	15	12	11	8	7	3	-2	0

3. ΔΟΚΙΜΑΣΙΑ ΠΟΛΛΑΠΛΩΝ ΕΠΙΛΟΓΩΝ

ΕΡΩΤΗΣΗ 1Η

Η Διοφαντική εξίσωση $\chi^y + \psi^y = z^y$

- A Είναι αδύνατη
- B Έχει επίλυση από το 1994
- Γ Έχει λυθεί από τους αρχαίους Έλληνες μαθηματικούς

ΕΡΩΤΗΣΗ 2Η

Η γεωμετρική ερμηνεία μιας γραμμικής Διοφαντικής εξίσωσης παριστάνει στο επίπεδο

- A Μία τυχαία καμπύλη
- B Έναν κύκλο
- Γ Μία ευθεία

ΕΡΩΤΗΣΗ 3Η

Οι ακέραιες λύσεις μια Διοφαντικής εξίσωσης είναι

- A άπειρες
- B πεπερασμένες
- Γ Μόνο πέντε

ΕΡΩΤΗΣΗ 4Η

Η Διοφαντική εξίσωση $2\chi + 6\psi = 13$

- A Έχει άπειρες λύσεις
- B Έχει πεπερασμένες λύσεις
- Γ Είναι αδύνατη

ΕΡΩΤΗΣΗ 5Η

Ο κλάδος των μαθηματικών που ασχολείται με τους ακέραιους αριθμούς που ικανοποιούν κάποιες δεδομένες σχέσεις είναι

- A Τα στοιχεία του Ευκλείδη
- B Η Διοφαντική ανάλυση
- Γ Η άλγεβρα του D. Hilbert.

4.ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ: ΠΟΤΕ.....ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ:ΟΤΑΝ..

Απαντήστε στις παρακάτω ερωτήσεις:

Πότε.....

με όταν...

Ερώτηση α)

..... η διοφαντική εξίσωση
 $\chi^y + \psi^y = z^y$ επιλύθηκε για $y \in \mathbb{N}$
και μεγαλύτερο του 2;

Ερώτηση β)

..... μια διοφαντική
εξίσωση $\alpha\chi + \beta\psi = \gamma$ έχει
λύση;

Ερώτηση γ)

..... μια διοφαντική
εξίσωση $\alpha\chi + \beta\psi = \gamma$ δεν
έχει λύση;

Ερώτηση δ)

..... ισχυρίστηκε ο Fermat
ότι η διοφαντική εξίσωση
 $\chi^y + \psi^y = z^y$ είναι αδύνατη;

Ερώτηση ε)

..... η εξίσωση $\alpha\chi + \beta\psi = \gamma$
ανάγεται στην επίλυση της
εξίσωσης $A\chi + B\psi = \Gamma$;

5.ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΑ ΘΕΜΑΤΑ ΓΙΑ ΑΝΑΠΤΥΞΗ**Διατυπώσεις των θεμάτων.**

1. Να επιλυθεί η διοφαντική εξίσωση $6\chi+4\psi = 24$
2. Να επιλυθεί η διοφαντική εξίσωση $4\chi - 3\psi = 11$
3. Να επιλυθεί η διοφαντική εξίσωση $6\chi+4\psi = 21$
4. Να επιλυθεί η διοφαντική εξίσωση $3\chi+2\psi = 8$
5. Να αναλύσετε το κλάσμα $\frac{77}{65}$ σε άθροισμα δύο κλασμάτων με παρονομαστές 5 και 13 .

Απαντήσεις των θεμάτων.

ΕΠΙΠΕΔΟ 3ο

1. ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΘΕΩΡΙΑΣ

Ερώτηση

Ερώτηση

Ερώτηση

2. ΘΕΜΑΤΑ ΓΙΑ ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΣΤΗΝ ΤΑΞΗ

1.ΑΣΚΗΣΗ

2.ΑΣΚΗΣΗ

3.ΣΥΜΠΛΗΡΩΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΑ ΘΕΜΑΤΑ ΓΙΑ ΑΝΑΠΤΥΞΗ

73. * Να λυθεί η διοφαντική εξίσωση $2x - 3y = 5$.
74. ** Να λυθεί η διοφαντική εξίσωση $36x + 42y = 66$.
75. ** Να βρεθούν οι θετικές λύσεις της διοφαντικής εξίσωσης $3x + 5y = 16$.
76. * Να λυθεί η διοφαντική εξίσωση $4x - 8y = 3$.
77. ** Να βρεθούν τα σημεία της ευθείας (ϵ): $6x + 5y = 4$, τα οποία έχουν αρνητική ακέραια τετμημένη και θετική ακέραια τεταγμένη.
78. ** Με πόσους τρόπους μπορεί να γίνει μια ανταλλαγή ενός χαρτονομίσματος των 200 δρχ. με κέρματα των 10 και 20 δρχ.; (Θέλουμε κέρματα και των δύο ειδών).
79. * Να βρείτε τις ακέραιες λύσεις των εξισώσεων:
- i) $71x - 50y = 1$
 - ii) $43x + 64y = 1$
 - iii) $243x + 189y = 9$