ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
Υπουργείο Παιδείας,
Έρευνας και Θρησκευμάτων
ΠΕΡΙΦ/ΚΗ Δ/ΝΣΗ Α/ΘΜΙΑΣ & Β/ΘΜΙΑΣ
ΕΚΠ/ΣΗΣ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ Β/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ ΜΑΓΝΗΣΙΑΣ

1ο ΛΥΚΕΙΟ ΝΕΑΣ ΙΩΝΙΑΣ

ΜΑΘΗΜΑ 1^{O}

Η έννοια
της
συνάρτησης

Το

20ο ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

περιλαμβάνει

- ΒΑΣΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ
- ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ
- ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΠΡΟΣ ΑΝΑΠΤΥΞΗ

ΕΝΟΤΗΤΑ $8^{Η}$

η έννοια της συνάρτησης

γραφική παράσταση της συνάρτησης

Επιμέλεια αρχείου: **Ηλίας Ράιδος** Καθηγητής Μαθηματικών. E-mails:**raidosi@yahoo.gr**
http://blogs.sch.gr/iraidos/ **iraidos@gmail.com**

ΕΠΙΠΕΔΟ 1ο

Α. ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΘΕΩΡΙΑΣ

α) Βασικές ερωτήσεις θεωρίας

ΕΡΩΤΗΣΗ 2η: Τι λέγεται πεδίο ορισμού ή σύνολο ορισμού;

ΕΡΩΤΗΣΗ 3η: Τι λέγεται τιμή της f στο χ;

ΕΡΩΤΗΣΗ 4η: Τι λέγεται ανεξάρτητη μεταβλητή ή αρχέτυπο ή πρότυπο;

ΕΡΩΤΗΣΗ 5η: Τι λέγεται εξαρτημένη μεταβλητή ή εικόνα του χ;

ΕΡΩΤΗΣΗ 6η: Τι λέγεται σύνολο τιμών και πως συμβολίζεται;

ΕΡΩΤΗΣΗ 13η: Τι λέγεται καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων; Πως συμβολίζεται;

ΕΡΩΤΗΣΗ 14η: Τι λέγεται τετμημένη του σημείου Μ(α,β);

ΕΡΩΤΗΣΗ 15η: Τι λέγεται τεταγμένη του σημείου Μ(α,β);

ΕΡΩΤΗΣΗ 16η: Τι λέγονται συντεταγμένες του σημείου Μ(α,β);

ΕΡΩΤΗΣΗ 17η: Ποιος λέγεται άξονας των τετμημένων;

ΕΡΩΤΗΣΗ 18η: Ποιος λέγεται άξονας των τεταγμένων;

ΕΡΩΤΗΣΗ 19η: Τι λέγεται καρτεσιανό επίπεδο;

ΕΡΩΤΗΣΗ 20η: Τι λέγεται ορθοκανονικό σύστημα αξόνων;

ΕΡΩΤΗΣΗ 21η: Τι λέγονται τεταρτημόρια ή γωνίες των αξόνων;

ΕΡΩΤΗΣΗ 22η: Πότε λέμε ότι δύο σημεία είναι συμμετρικά ως προς
α) τον άξονα χ΄χ;
β) τον άξονα ψ΄ψ;
γ) την αρχή των αξόνων;
δ) την διχοτόμο της 1ης και 3ης γωνίας των αξόνων;

ΕΡΩΤΗΣΗ 23η: Ποιος είναι ο τύπος της απόστασης δύο σημείων $Α(χ_1,ψ_1)$ και $Β(χ_2,ψ_2)$; Αποδείξτε τον.

ΕΡΩΤΗΣΗ 25η: Τι λέγεται εξίσωση της γραφικής παράστασης της f και ποια ιδιότητα ισχύει;

ΕΡΩΤΗΣΗ 31η: Τι λέγονται ίσες συναρτήσεις ;

β) Ερωτήσεις θεωρίας για τα κριτήρια αξιολόγησης

ΕΡΩΤΗΣΗ 1η: Τι λέγεται συνάρτηση;

ΕΡΩΤΗΣΗ 8η: Τι λέγονται πραγματικ΄ες συναρτήσεις πραγματικής μεταβλητής;

ΕΡΩΤΗΣΗ 23η: Ποιος είναι ο τύπος της απόστασης δύο σημείων Α(χ_1,ψ_1) και Β(χ_2,ψ_2); Αποδείξτε τον.

ΕΡΩΤΗΣΗ 24η: Τι λέγεται γραφική παράσταση της f ή γράφημα και πως συμβολίζεται;

ΕΡΩΤΗΣΗ 7η: Ποια στοιχεία ορίζουν μία συνάρτηση;

Β. ΠΑΡΑΔΕΓΜΑΤΑ ΚΑΙ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΣΤΗΝ ΕΝΟΤΗΤΑ

α) Παραδείγματα και εφαρμογές του σχολικού βιβλίου

1.
2.
3.
4.
5. Δίνεται η συνάρτηση $f(\chi)=\begin{cases} 2\chi^2+3\,, & \text{αν } \chi<2 \\ \frac{1}{\chi}, & \text{αν } 2\leq\chi<5 \\ 3\chi-1999, & \text{αν } \chi\geq 5 \end{cases}$

Να βρείτε τα f(0), f(-4), f($\sqrt{2}$),f(668), f($\frac{1}{2}$)

β) Συμπληρωματικά παραδείγματα και εφαρμογές.

6.Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f με τύπο:

α) $f(\chi)=3\chi^2+5\chi-6$

β) $f(\chi)=\frac{3\chi-1}{\chi-2}$

γ) $f(\chi)=\sqrt{\chi-1}+\sqrt{5-\chi}$

7.Δίνεται η συνάρτηση $f(\chi)=\frac{\beta\chi+\alpha}{\chi+1}$. Να βρείτε τα α,βεR για τα οποία ισχύουν οι ισότητες f(2)=2 f(5) και f(0) +3 f(-2) = 8.

8.Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο $f(\chi)=\frac{\chi}{\chi^2+\chi}+\frac{\chi-1}{\chi^2-1}$

α) Βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης.

Β) Απλοποιείστε τον τύπο της συνάρτησης.

9..Δίνεται η συνάρτηση f της οποίας οι τιμές της ικανοποιούν τη σχέση

$$\frac{f(\chi)+1}{f(x)-2}=\frac{\chi+1}{\chi-1}$$

α) Να βρεθεί ο τύπος της f.

Β) Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της.

10.Δίνεται ορθογώνιο τραπέζιο ($B = \Gamma = 90^o$) με $AB=6$, $B\Gamma = 3$ και $\Gamma\Delta = 4$.
Μία ευθεία ε παράλληλη στην ΒΓ τέμνει την ΑΒ στο Μ και την γραμμή ΑΔΓ στο Ν.
α) Να βρείτε το μήκος ΜΝ σε συνάρτηση του $AM = \chi$
β) Να υπολογίσετε το εμβαδό της επιφάνειας ΑΜΝ σε συνάρτηση του χ .

ΕΠΙΠΕΔΟ 2ο

1.ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΡΙΣΕΩΣ ΣΩΣΤΟ - ΛΑΘΟΣ

Να απαντήσετε στις ερωτήσεις κρίσεως και στα ερωτήματα σωστό ή λάθος, δικαιολογώντας την απάντησή σας.

ΕΡΩΤΗΣΗ 1η

Όταν όλα τα στοιχεία του Α αντιστοιχίζονται σε ένα στοιχείο του Β ,τότε η αντιστοιχία είναι συνάρτηση;

ΕΡΩΤΗΣΗ 2η

Είναι δυνατόν να δίνεται ο τύπος μόνο μιας συνάρτησης και να ορίζεται η συνάρτηση;

ΕΡΩΤΗΣΗ 3η

Ποιο είναι το σύνολο των σημείων Μ(χ,ψ) του επιπέδου όταν χ=0;

ΕΡΩΤΗΣΗ 4η

Ποια είναι τα πρόσημα των συντεταγμένων των σημείων στα αντίσοιχα τεταρτημόρια;

ΕΡΩΤΗΣΗ 5η

Είναι σωστό ή λάθος ότι:
Κάθε κατακόρυφη ευθεία τέμνει το διάγραμμα μιας συνάρτησης το πολύ σε ένα σημείο.

2.ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΙΣΗ - ΣΥΜΠΛΗΡΩΣΗ ΚΕΝΟΥ - ΔΙΑΤΑΞΗ

Κάθε στοιχείο της στήλης (Α) αντιστοιχίζεται με ένα μόνο στοιχείο της στήλης (Β). Συνδέστε με μία γραμμή τα στοιχεία των δύο στηλών.

Στήλη (Α)	Στήλη (Β)
Πεδίο ορισμού ή σύνολο ορισμού Σύνολο τιμών Τιμη της f στο χ Ανεξάρτητη μεταβλητή Εξαρτημένη μεταβλητή Τύπος συνάρτησης	χ y = f(χ) y = f(χ) Α f(A) y

Συμπληρώστε τις παρακάτω προτάσεις.

Συνάρτηση λέγεται ....
....

Το εμβαδόν Ε του κύκλου ακτίνας ρ δίνεται από τον τύπο ....

Το σύνολο , που έχει για στοιχεία του τις τιμές της φ για όλα τα χεΑ λέγεται
.... και συμβολιζεται ....

Διατάξτε τους αριθμούς της στήλης (Α) στη στήλη (Β) από τον μικρότερο στον μεγαλύτερο.

Στήλη (Α)	Στήλη (Β)
Αν $f(\chi) = \chi^2+1$ να διατάξετε τους $f(()),f(-3), f(-2), f(\sqrt{3}),f(1), f(0,5)$	
Αν $f(\chi)=\dfrac{1}{\chi+\lvert\chi\rvert}$, $g(\chi)= \sqrt{\chi\text{-}2}$, $h(\chi)=\chi^{1999}+1$ με πεδία ορισμού αντίστοιχα Α,Β,Γ , να διατάξετε τα Α,Β,Γ.	

3. ΔΟΚΙΜΑΣΙΑ ΠΟΛΛΑΠΛΩΝ ΕΠΙΛΟΓΩΝ

ΕΡΩΤΗΣΗ 1Η

Συνάρτηση από το Α στο Β είναι η διαδικασία με την οποία

Α		κάθε στοιχείο του Α αντιστοιχεί σε ένα στοιχείο του Β.
Β		κάποια στοιχεία του Α αντιστοιχίζονται με κάποια του Β.
Γ		όλα τα στοιχεία του Α αντιστοιχίζονται με όλα τα στοιχεία του Β.

ΕΡΩΤΗΣΗ 2Η

Μία συνάρτηση f μπορεί να οριστεί γνωρίζοντας μόνο

Α		το πεδίο ορισμού της Α.
Β		τον τύπο της F(χ).
Γ		το σύνολο άφιξης Β.

ΕΡΩΤΗΣΗ 3Η

Μία συνάρτηση μπορεί να έχει ως μεταβλητη

Α		το γράμμα χ και μόνο.
Β		οποιοδήποτε γράμμα
Γ		τα γράμματα χ και y.

ΕΡΩΤΗΣΗ 4Η

Η καμπύλη $χ^2+ψ^2=α^2$ είναι εξίσωση κύκλου και

Α		είναι πάντοτε συνάρτηση.
Β		είναι συνάρτηση μόνο μερικές φορές.
Γ		δεν είναι ποτέ συνάρτηση.

ΕΡΩΤΗΣΗ 5Η

Ένα σημείο Μ(α,β) ανήκει στο $3^{ο}$ τεταρτημόριο, όταν

Α		$α > 0$, $β < 0$
Β		$α < 0$, $β > 0$
Γ		$α < 0$, $β < 0$.

4.ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ: ΠΟΤΕ......ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ:ΟΤΑΝ..

Απαντήστε στις παρακάτω ερωτήσεις:

Πότε......	με όταν...

Ερώτηση α)

.... μία αντιστοιχία μεταξύ δύο συνόλων δεν είναι συνάρτηση;

Ερώτηση β)

.... δύο σημεία Μ(α,β) , Μ΄(α΄,β΄) είναι συμμετρικά ως προς τον άξονα χ΄χ;

Ερώτηση γ)

..........η τεταγμένη ενός σημείου είναι ίση με την τετμημένη του;

Ερώτηση δ)

.... ένα σημείο Μ(χ,ψ) ανήκει στη γραφική παράσταση μιας συνάρτησης;

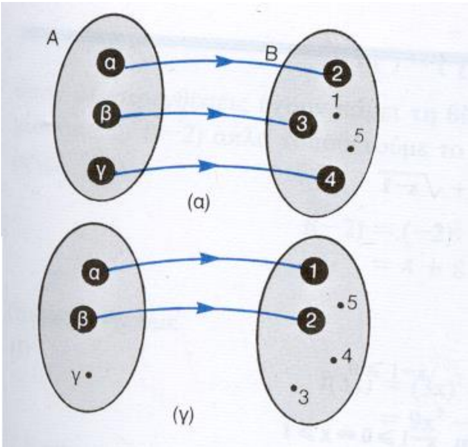
Ερώτηση ε)

.... οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f και g τέμνονται;

M_1: Για να συμπεράνουμε ότι μια αντιστοίχηση είναι συνάρτηση, όταν δίνονται τα βελοδιαγράμματα, αρκεί να παρατηρήσουμε ότι από όλα τα στοιχεία του Α φεύγει μόνο ένα βέλος.

Παράδειγμα

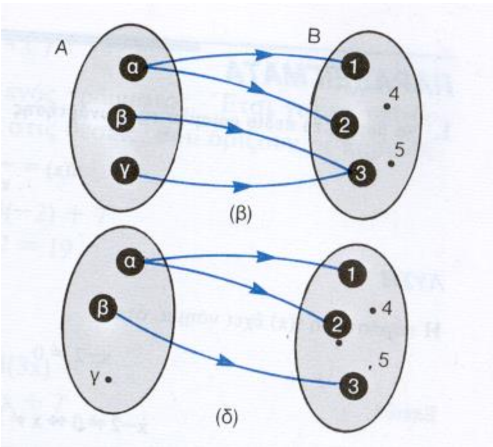
Θεωρούμε τα σύνολα Α=$\{a,\beta,\gamma\}$και Β=$\{1,2,3,4,5\}$ καθώς επίσης και τα παρακάτω σχήματα (βελοδιαγράμματα).



Επίλυση

<u>Εφαρμογή 1η από τον μαθητή</u>

Θεωρούμε τα σύνολα Α=$\{a,\beta,\gamma\}$και Β=$\{1,2,3,4,5\}$ καθώς επίσης και τα παρακάτω σχήματα (βελοδιαγράμματα).



M_2: Για να βρούμε το πεδίο ορισμού μιας συνάρτησης δηλαδή την τιμή που παίρνει ο x, εξετάζουμε σε ποια από τις παραπάνω μορφές βρίσκεται ο τύπος της συνάρτησης.

<u>1η Μορφή</u>: f(x)=πολυωνυμική

Το πεδίο ορισμού Α είναι το σύνολο των πραγματικών αριθμών δηλαδή Α=R.

<u>2η Μορφή</u>: f(x)=ρητή=$\frac{p(x)}{q(x)}$, όπου p(x), q(x) πολυώνυμα.

Το πεδίο ορισμού Α είναι το σύνολο των πραγματικών αριθμών εκτός από τις τιμές του x που μηδενίζουν το q(x) δηλαδή Α=R-$\{x\in R \mid Q(x)=0\}$.

<u>3η Μορφή</u>: f(x)=άρρητη= $\sqrt[\nu]{P(x)}$

Το πεδίο ορισμού Α είναι το διάστημα ή τα διαστήματα στα οποία ισχύει P(x) ≥ 0 δηλαδή Α=$\{x\in R \mid P(x)\geq 0\}$.

<u>4η Μορφή</u>: Πολλαπλού τύπου δηλ. f(x)=$\begin{cases} f_1(x) \alpha\nu x\in A_1 \\ f_2(x) \alpha\nu x\in A_2 \\ \vdots \\ f_\nu(x) \alpha\nu x\in A_\nu \end{cases}$ τότε το πεδίο ορισμού της f είναι το Α=$A_1\cup A_2\cup\ldots\cup A_\nu$

Παραδείγματα

Να βρείτε τα πεδία ορισμού των συναρτήσεων:

1) f(x)=x^2+3x-1

2) f(x)=$\frac{x^2-16}{x^2-4x}$

3) f(x)=$\sqrt{-2x+4}$

4) f(x)=$\begin{cases} x^2+1 \alpha\nu x\in(-3,2] \\ 2x \alpha\nu x\in(2,5) \\ \sqrt{x}+2 \alpha\nu x\in[6,10) \end{cases}$

5) f(x)=$\frac{2\sqrt{x-2}}{(|x|-4)\sqrt{|x|-5}}$

Επίλυση

Εφαρμογές από το μαθητή

Να βρείτε τα πεδία ορισμού των συναρτήσεων:

1) $f(x)=x^5-7x+1$
2) $f(x)=\frac{4}{x-1}+5$
3) $f(x)=\sqrt{3x-1}$
4) $f(x)=\begin{cases} x^2+1 αν x\in(-3,1] \\ -x+1 αν x\in(1,3] \\ x^2-1 αν x\in(4,5] \end{cases}$

5η Μορφή: Συνδυασμός των παραπάνω περιπτώσεων

Για να βρούμε το πεδίο ορισμού μιας συνάρτησης f της οποίας ο τύπος αποτελεί συνδυασμό των παραπάνω περιπτώσεων, λαμβάνουμε υπόψη μας όσες από αυτές χρειάζονται, οπότε το πεδίο ορισμού της f προκύπτει από την τομή όλων των επί μέρους πεδίων ορισμού, που βρίσκουμε κατά την πορεία της λύσης.

M_3: Για να υπολογίσουμε την αριθμητική τιμή μιας συνάρτησης για $x=x_o$ αρκεί να αντικαταστήσουμε στον τύπο της συνάρτησης όπου x το x_o και να εκτελέσουμε τις πράξεις.

Παράδειγμα

Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=x^2-1$. Να λυθεί η εξίσωση $f(5)=-f(3)–x=f(4)$

Επίλυση

Εφαρμογή 1η από τον μαθητή

Δίνεται η συνάρτηση: $f(x)=\begin{cases} x^2, \text{ αν } x<0 \\ 2x+3, \text{ αν } x\geq 0 \end{cases}$

M_4: Για να βρούμε το Μ΄(α΄,β΄) συμμετρικό ενός σημείου Μ(α, β) στο καρτεσιανό επίπεδο πρέπει να γνωρίζουμε τα παρακάτω:

α) Είναι συμμετρικό ως προς τον άξονα x΄x όταν α΄=α και β΄=-β.
β) Είναι συμμετρικό ως προς τον άξονα y΄y όταν α΄=-α και β΄=β.
γ) Είναι συμμετρικό ως προς την αρχή Ο (0,0) των αξόνων όταν α΄=-α και β΄=-β.
δ) Είναι συμμετρικό ως προς τη διχοτόμο της 1ης και 3ης γωνίας των αξόνων όταν α΄=β και β΄=α.

Παράδειγμα

Δείξτε ότι: $f(\pi) > f\left(\frac{3}{2}\right)$

Δείξτε ότι: $f(\pi+1) > f(\pi)+f(1)$

Επίλυση

<u>Εφαρμογή 1η από τον μαθητή</u>

Δίνονται οι συναρτήσεις f,g: $R \to R$ με $f(x)=\alpha^2x+\beta^2$, $g(x)=\alpha\beta x$ (α, $\beta \in R$). Δείξτε ότι $f(1) \geq g(2)$

M_5: Για να δείξουμε ότι τρία σημεία Α, Β, Γ με γνωστές τις συντεταγμένες τους είναι κορυφές ορθογωνίου τριγώνου:

α) Υπολογίζουμε τις (ΑΒ), (ΒΓ), (ΑΓ).

β) Εφαρμόζουμε το Πυθαγόρειο Θεώρημα.

Παράδειγμα

Δίνεται το σημείο Α (4,-5). Βρείτε το συμμετρικό του:

i) ως προς τον άξονα x΄O x

ii)ως προς τον άξονα y΄O y

iii) ως προς τη διχοτόμο της γωνίας xOy

iv)ως προς την αρχή Ο των αξόνων

Επίλυση

<u>Εφαρμογή 1η από τον μαθητή</u>

Να βρείτε το συμμετρικό του Α (-1,3)

i) ως προς τον άξονα x΄x

ii) ως προς την διχοτόμο της γωνίας $x\hat{o}\psi$

iii) ως προς την αρχή Ο των αξόνων

M_6: Για να δείξουμε ότι τρία σημεία Α, Β, Γ με γνωστές τις συντεταγμένες τους είναι κορυφές ισοσκελούς τριγώνου:

α) Υπολογίζουμε τις (ΑΒ), (ΒΓ), (ΑΓ).

β) Παρατηρούμε ότι δύο από τις (ΑΒ), (ΒΓ), (ΑΓ) είναι ίσες.

Παράδειγμα

Επίλυση

<u>Εφαρμογή 1η από τον μαθητή</u>

M_7: Για να βρούμε την απόσταση δύο σημείων Α (x_1, y_1), Β (x_2, y_2) του καρτεσιανού επιπέδου:

α) Παίρνουμε τον τύπο (ΑΒ)=$\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$.

β) Αντικαθιστούμε τις τιμές x_1, x_2, y_1, y_2.

γ) Εκτελούμε τις πράξεις.

Παράδειγμα

Δίνονται τα σημεία Α(2, $\sqrt{3}$), Β($\frac{1}{2}$, $\sqrt{3}$) και Γ(2, $\sqrt{12}$). Να δειχθεί ότι το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο με $\hat{A}=90^0$ και να υπολογιστεί το εμβαδόν του.

Επίλυση

<u>Εφαρμογή 1η από τον μαθητή</u>

Να δείξετε ότι τα σημεία Α(1,-1), Β(-1,1) και Γ(4,2) είναι κορυφές ορθογωνίου τριγώνου.

M_8: Για να δείξουμε ότι ένα σημείο Α(x, y) ανήκει στη γραφική παράσταση μιας συνάρτησης αρκεί να δείξουμε ότι οι συντεταγμένες του x_o, y_o ικανοποιούν τον τύπο της συνάρτησης.

Παράδειγμα

Δίνονται τα σημεία Α(-5, 0), Β(-4, 6) και Γ(κ, 1+2κ) . Να βρεθούν οι συντεταγμένες του σημείου Γ αν είναι γνωστό ότι το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισοσκελές με ΑΓ=ΒΓ.

Επίλυση

<u>Εφαρμογή 1η από τον μαθητή</u>

Να δείξετε ότι τα σημεία Α(1,2), Β(4,-2) και Γ(-3,5) είναι κορυφές ισοσκελούς τριγώνου.

M_9: Για να βρούμε σε ποια σημεία μια γραφική παράσταση συνάρτησης C τέμνει τους άξονες:

α) Μηδενίζουμε το x στον τύπο της συνάρτησης, οπότε παίρνουμε την αντίστοιχη τιμή της f(x) δηλαδή το f(0). Το σημείο (0, f(0)) είναι το σημείο τομής της C με τον άξονα y΄y.

β) Μηδενίζουμε το f(x) στον τύπο της συνάρτησης, οπότε παίρνουμε τις λύσεις της f(x)=0 δηλαδή x_1, x_2, ... οπότε τα σημεία τομής της C με τον x΄x είναι Β$(x_1,0)$, Γ$(x_2,0)$, ...

Παράδειγμα
Να βρεθεί η τιμή του λ ώστε η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x)=|x-3|+\lambda x-2\lambda$ να διέρχεται από τα σημεία α) Α(-2, 1 και β) Β(3,λ)

Επίλυση

<u>Εφαρμογή 1η από τον μαθητή</u>
Να βρεθούν οι τιμές των μεταβλητών α,β,γ ώστε τα σημεία Α(-3,α) Β(β,2) και Γ (γ,α) να είναι σημεία της γραφικής παράστασης της $f(x)=6-x$

M_{10}: Για να δείξουμε ότι μια καμπύλη είναι γραφική παράσταση C μιας συνάρτησης, ότι δίνεται η γραφική της παράσταση στο καρτεσιανό επίπεδο, αρκεί να δείξουμε ότι κάθε ευθεία παράλληλη στον y΄y τέμνει τη C σε ένα μόνο σημείο.

Παράδειγμα
Να βρείτε σε ποια σημεία οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων τέμνουν τους άξονες:
i) $f(x)=x-4$
ii)$f(x)=3-x^2$

Επίλυση

<u>Εφαρμογή 1η από τον μαθητή</u>
Να βρείτε σε ποια σημεία οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων τέμνουν τους άξονες:
i) $f(x)=(x-2)(x-3)$
ii)$f(x)=3-x^2$

M_{11}: Για να δείξουμε ότι μια καμπύλη είναι γραφική παράσταση μιας συνάρτησης C ότι δίνεται η γραφική της παράσταση στο καρτεσιανό επίπεδο, αρκεί να δείξουμε ότι κάθε ευθεία παράλληλη στον y΄y τέμνει την C σε ένα μόνο σημείο.

Παράδειγμα
Ποιες από τις παρακάτω καμπύλες είναι γραφικές παραστάσεις συναρτήσεων;

Επίλυση

<u>Εφαρμογή 1η από τον μαθητή</u>
Ποιες από τις παρακάτω καμπύλες είναι γραφικές παραστάσεις συναρτήσεων;

M_{12}: Για να δείξουμε ότι ένα σημείο Μ (κ,λ) βρίσκεται σε ένα συγκεκριμένο τεταρτημόριο άκρες:
α) Να σχηματίσετε τις ανισώσεις για τα κ,λ
β) Να επιλύσετε τις παραπάνω ανισώσεις
γ) Να καταλήξουμε σε σχέσεις

Παράδειγμα
Βρείτε τις τιμές του $\alpha \in R$, ώστε το σημείο Α $(\alpha^2-16, -\alpha^2+25)$ να ανήκει στο 1^o τεταρτημόριο.

Επίλυση

<u>Εφαρμογή 1η από τον μαθητή</u>
Βρείτε τις τιμές του $\alpha \in R$, ώστε το σημείο $A(-\alpha^2+25, -3)$ να βρίσκεται στο τρίτο τεταρτημόριο.

5.ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΑ ΘΕΜΑΤΑ ΓΙΑ ΑΝΑΠΤΥΞΗ

Διατυπώσεις των θεμάτων.

11.Δίνεται η συνάρτηση $f(\chi)=\begin{cases}\chi^2, \text{ αν } |\chi|<2\\ \dfrac{1}{\chi^2}, \text{ αν } |\chi|\geq 2\end{cases}$

Να βρείτε τα f(0), f(3), $f(\frac{1}{2})$,f(-1), f(-3)

12.Δίνεται η συνάρτηση $f(\chi)=\begin{cases}(\kappa^2+1)\chi+\kappa, \text{ αν } \chi\leq 2\\ \chi^2-2(\lambda+1)\chi+2\lambda, \text{ αν } \chi>2\end{cases}$

Να βρείτε τα κ,λ αν ισχύουν οι ισότητες f(1)=1 και f(3)=5.

13.Δίνεται η συνάρτηση $f(\nu)=\nu^3-\nu$, $\nu\in N^*$.

α) Να υπολογίσετε τις διαφορές f(2)- f(1) και f(3)- f(2)

β)Να αποδείξετε ότι για όλες τις τιμές του $\nu\in N^*$ η διαφορά f(ν+1)- f(ν) είναι πολλαπλάσιο του 3.

14.Δίνεται η συνάρτηση f με $f(\chi)=\dfrac{\chi(\chi^2-7\chi+12)(\chi-3)}{|\chi-3|^2(2\chi^2-8\chi)}$.

Α) Βρείτε το πεδίο ορισμού της.

Β) Απλοποιείστε τον τύπο της.

15.Δίνεται τετράγωνο ΑΒΓΔ με πλευρά 4. Μία ευθεία ε είναι κάθετη στην ΑΓ και τέμνει τις γραμμές ΑΒΓ και ΑΔΓ στα σημεία Μ και Ν αντίστοιχα. Αν χ είναι η απόσταση της κορυφής Α από την ε

α) να εκφράσετε το εμβαδόν του ΑΜΝ σε συνάρτηση του χ.

β) Να βρείτε το παραπάνω εμβαδόν όταν ι) $\chi=2$ και ιι) $\chi=4$.

6.ΣΥΜΠΛΗΡΩΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΑ ΘΕΜΑΤΑ ΓΙΑ ΑΝΑΠΤΥΞΗ

16.Δίνεται το σημείο Μ(χ,3). Θεωρούμε το συμμετρικό του $Μ_1$ως προς την αρχή των αξόνων Ο, στη συνέχεια το συμμετρικό $Μ_2$ του $Μ_1$ ως προς την διχοτόμο της γωνίας χoy και τέλος το συμμετρικό $Μ_3$ του $Μ_2$ ως προς τον άξονα χ΄χ. Να βρεθεί ο χ ώστε $(ΜΜ_3) = 2\sqrt{5}$.

17.Δίνεται η συνάρτηση $f(χ)=3(χ+3)(2χ-1)-3(χ^2-9)$.

Α) Να γίνει η παραγοντοποίηση.

Β) Να επιλυθεί η εξίσωση f(χ)=0.

Γ) Να απλοποιηθεί ο τύπος της συνάρτησης.

18.Να βρείτε το είδος του τετραπλέυρου που σχηματίζουν τα σημεία Α(1,1) , Β(4,2), Γ(5,5) και Δ(2,4) ενός ορθοκανονικού συστήματος αξόνων Οχy.

19.Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο f(χ)=5χ+1 . Να δείξετε ότι:

α) f(α+β) = f(α) + f(β) - 1 για κάθε α,βεIR.

β) $f(\sqrt{α+β}) \leq f(\sqrt{α}) + f(\sqrt{β}) - 1$ για κάθε α,βεIR_+

20.Δίνεται η συνάρτηση f για την οποία ισχύει f(α+β) = f(α) + f(β) (1) , α,βεIR.

Να δείξετε ότι :

α) f(0) = 0

β)f(-α) = - f(α).